

**Exercice 1**

Calc. : ✓

**Partie 1**

Marie exploite une ferme.

La production laitière de la ferme peut être modélisée par la fonction  $f$  donnée par

$$f(x) = -0,0028x^2 + 0,57x, \quad 50 \leq x \leq 90,$$

où  $x$  est le nombre de vaches de l'exploitation et  $f(x)$  représente la production laitière journalière moyenne mesurée en hL (1 hL = 1 hectolitre = 100 litres).

- a) **Calculer** la production laitière journalière moyenne de 70 vaches. 2 marks
- b) **Déterminer** le nombre de vaches dont Marie a besoin pour maintenir une production laitière journalière moyenne de 25 hL ou plus. 3 marks
- c) Le modèle peut-il être étendu à 205 vaches ? **Justifier** la réponse. 2 marks

**Partie 2**

- d) La production laitière journalière d'été par vache suit une distribution normale de moyenne  $\mu = 48$  litres et d'écart-type  $\sigma = 16$  litres.  
**Calculer** la probabilité qu'une vache choisie au hasard produise plus de 40 litres de lait un jour d'été. Donner la réponse à 0,001 près (3 décimales). 2 marks
- e) On suppose que la probabilité qu'une vache choisie au hasard produise plus de 40 litres de lait par jour est égale à 0,69. Actuellement, Marie possède 80 vaches.  
**Calculer** la probabilité que moins de 60 de ces vaches produisent plus de 40 litres de lait par jour. 2 marks

**Partie 3**

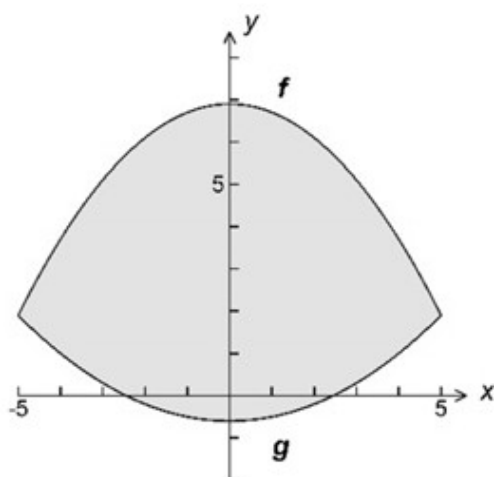
Le tableau ci-dessous montre les précipitations annuelles (mesurées en cm) sur l'exploitation au cours des 10 dernières années.

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
$x =$ années après 2013	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y =$ précipitations (cm)	123	125	117	115	120	113	110	100	108	105

- f) **Tracer** un nuage de points pour représenter les données du tableau et, en interprétant ce diagramme, **décrire** la corrélation. 4 marks
- g) **Établir** une équation de la forme  $y = m \cdot x + b$  de la régression linéaire de  $y$  en  $x$  en utilisant les données du tableau.  
**Tracer** la droite de régression sur le même diagramme. 4 marks
- h) **Expliquer** pourquoi un modèle de régression linéaire pourrait ne pas être approprié à ces données sur un grand nombre d'années. 2 marks

#### Partie 4

Il y a un étang sur la propriété, dont le diagramme se trouve ci-dessous (1 unité = 1 mètre) :



Les bords de cet étang sont représentés par les graphiques des fonctions  $f$  et  $g$  définies par  
 $f(x) = -0,2x^2 + 6,9$ ,  $-5 \leq x \leq 5$  pour le bord supérieur et  
 $g(x) = 0,1x^2 - 0,6$ ,  $-5 \leq x \leq 5$  pour le bord inférieur.

i) **Calculer** l'aire de la surface de cet étang.

4 marks

**Exercise 2**

Calc. : ✓

**Part 1**

Mary runs a farm.  
The milk production on the farm can be modelled by the function  $f$  given by

$$f(x) = -0.0028x^2 + 0,57x, \quad 50 \leq x \leq 90,$$

where  $x$  is the number of cows on the farm and  $f(x)$  represents the average daily milk production, measured in hL (1 hL = 1 hectolitre = 100 litres).

a) **Calculate** the average daily milk production of 70 cows. 2 marks

b) **Determine** how many cows Mary needs to maintain a daily average milk production of 25 hL or more. 3 marks

c) Can the model be extended to 205 cows? **Justify** your answer. 2 marks

**Part 2**

d) The daily summer milk production per cow is normally distributed with mean  $\mu = 48$  litres and standard deviation  $\sigma = 16$  litres.  
**Calculate** the probability that a randomly chosen cow will produce more than 40 litres of milk on a summer's day. Give your answer correct to three decimal places. 2 marks

e) We assume that the probability that a randomly chosen cow will produce more than 40 litres of milk per day is equal to 0.69. Currently Mary has 80 cows.  
**Calculate** the probability that less than 60 of these cows produce more than 40 litres of milk per day. 2 marks

**Part 3**

The table below shows the annual rainfall (measured in cm) on the farm over the last 10 years.

Year	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
$x =$ Years after 2013	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y =$ Rainfall (cm)	123	125	117	115	120	113	110	100	108	105

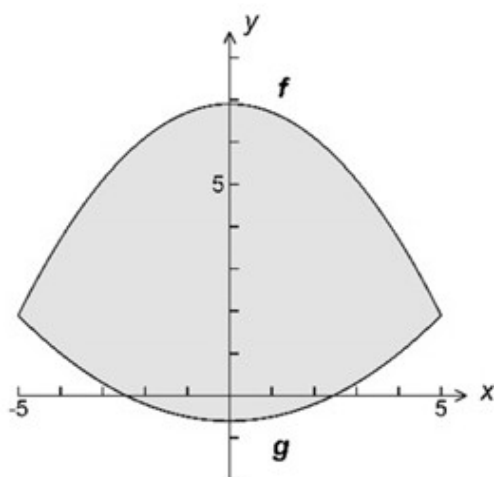
f) **Draw** a scatter diagram to represent the data from the table and by interpreting this diagram, **describe** the correlation. 4 marks

g) **Determine** an equation in the form  $y = m \cdot x + b$  of the linear regression of  $y$  on  $x$  using the data from the table. 4 marks  
**Draw** the regression line on the same diagram.

h) **Explain** why a linear regression model might not be appropriate for this data over many years. 2 marks

**Part 4**

There is a pond on the farm, a diagram of which you will find below (1 unit = 1 metre) :



The boundaries of this pond are the graphs of the functions  $f$  and  $g$  defined by  
 $f(x) = -0.2x^2 + 6.9$ ,  $-5 \leq x \leq 5$  for the upper boundary and  
 $g(x) = 0.1x^2 - 0.6$ ,  $-5 \leq x \leq 5$  for the lower boundary.

i) **Calculate** the area of this pond.

4 marks

**Exercise 3**

Calc. : ✓

**Teil 1**

Mary führt einen Bauernhof.  
Die Milchproduktion im Betrieb kann durch die Funktion  $f$  modelliert werden, gegeben durch

$$f(x) = -0,0028x^2 + 0,57x, \quad 50 \leq x \leq 90,$$

wobei  $x$  die Anzahl der Kühe im Betrieb ist und  $f(x)$  die durchschnittliche Milchproduktion pro Tag gemessen in hL darstellt (1 hL = 1 Hektoliter = 100 Liter).

a) **Berechnen** Sie die durchschnittliche Milchproduktion von 70 Kühen pro Tag. 2 marks

b) **Bestimmen** Sie, wie viele Kühe Mary braucht, um eine durchschnittliche Milchproduktion von 25 hL oder mehr pro Tag zu erreichen. 3 marks

c) Kann das Modell auf 205 Kühe ausgeweitet werden? **Begründen** Sie Ihre Antwort. 2 marks

**Teil 2**

d) Im Sommer folgt die tägliche Milchproduktion pro Kuh einer Normalverteilung mit dem Erwartungswert  $\mu = 48$  Liter und der Standardabweichung  $\sigma = 16$  Liter.  
**Berechnen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Kuh an einem Sommertag mehr als 40 Liter Milch gibt. Geben Sie Ihre Antwort auf 3 Dezimalstellen genau an. 2 marks

e) Es wird vorausgesetzt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Kuh mehr als 40 Liter Milch pro Tag gibt, gleich 0,69 ist. Derzeit hat Mary 80 Kühe.  
**Berechnen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als 60 dieser Kühe mehr als 40 Liter Milch pro Tag geben. 2 marks

**Teil 3**

Die folgende Tabelle zeigt die jährliche Niederschlagsmenge (gemessen in cm) auf dem Betrieb in den letzten 10 Jahren.

Jahr	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
$x =$ Jahre nach 2013	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y =$ Niederschlag (cm)	123	125	117	115	120	113	110	100	108	105

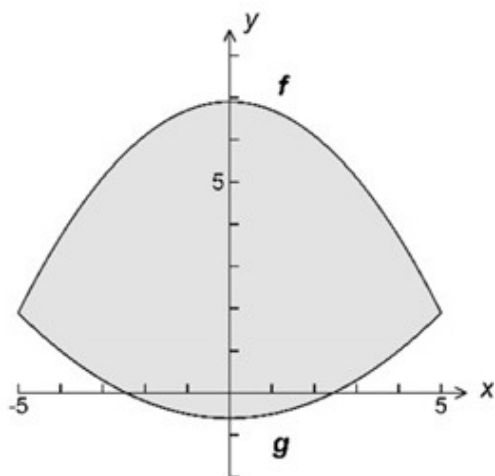
f) **Zeichnen** Sie ein Streudiagramm, das die Daten aus der Tabelle darstellt, und **beschreiben** Sie die Korrelation, indem Sie dieses Diagramm interpretieren. 4 marks

g) **Bestimmen** Sie eine Gleichung der Form  $y = m \cdot x + b$  für die lineare Regression von  $y$  in Abhängigkeit von  $x$  indem Sie die Daten der Tabelle verwenden.  
**Zeichnen** Sie die Regressionsgerade in das gleiche Diagramm ein. 4 marks

h) **Erklären** Sie, warum ein solches lineares Regressionsmodell für diese Daten über viele Jahre hinweg möglicherweise nicht geeignet sein könnte. 2 marks

#### Teil 4

Auf dem Bauernhof gibt es einen Teich, der durch die folgende Abbildung dargestellt wird (1 Einheit = 1 Meter) :



Die Grenzen dieses Teichs werden durch die Graphen der Funktionen  $f$  und  $g$  dargestellt, wobei  $f(x) = -0,2x^2 + 6,9$ ,  $-5 \leq x \leq 5$  für die obere Begrenzung und  $g(x) = 0,1x^2 - 0,6$ ,  $-5 \leq x \leq 5$  für die untere Begrenzung gilt.

i) **Berechnen** Sie den Flächeninhalt dieses Teiches.

4 marks