

**Exercice 1**

Calc. : ✓

Les températures moyennes par mois ont été enregistrées en 2002 au Grand-Duché de Luxembourg. On sait que janvier 2002 a été le mois le plus froid avec  $1,6^{\circ}\text{C}$  et que la température moyenne la plus élevée a été mesurée en juin 2002 avec  $18,6^{\circ}\text{C}$ .

1. **Justifier** qu'en Europe, les températures moyennes mensuelles pour quelques années consécutives peuvent être modélisées avec un modèle périodique. 2 marks
2. **Donner** l'amplitude et la période de ce modèle. 2 marks
3. **Déterminer** les paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  dans le modèle du type : 5 marks

$$T(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$$

qui décrit les données où  $T$  est la température moyenne et  $x$  est le mois, en commençant par  $x = 1$  pour janvier 2002.

Les précipitations ont été observées un jour précis en mars 2002. Les précipitations de ce jour peuvent être modélisées par la fonction  $R$  définie par :

$$R(t) = 0,002t^3 - 0,064t^2 + 0,512t, \quad 0 \leq t \leq 24$$

où  $R(t)$  est le taux de précipitation en mm/h et  $t$  est le temps en heures.

4. **Décrire**, à l'aide d'un court texte descriptif, cette journée en termes de précipitations. La réponse doit se concentrer sur les moments où il pleut le plus et les moments où il pleut le moins. 3 marks

Un cylindre de verre vide a été placé à l'extérieur pendant cette journée pour mesurer la quantité de pluie qui était tombée.

5. **Tracer** le graphique d'une fonction qui indique la hauteur de l'eau dans ce cylindre de verre. 3 marks
6. **Calculer** la quantité totale de pluie de ce jour en millimètres (mm). 2 marks

L'année 2002 a connu 195 jours de pluie et 170 jours sans pluie au Grand-Duché de Luxembourg. On peut supposer que tous les jours ont la même probabilité d'être un jour de pluie. Un an plus tard, les météorologues veulent savoir s'il y a eu plus de pluie en 2003. Malheureusement, certaines données ont été perdues et ils ne disposent que d'un petit échantillon de 30 jours consécutifs.

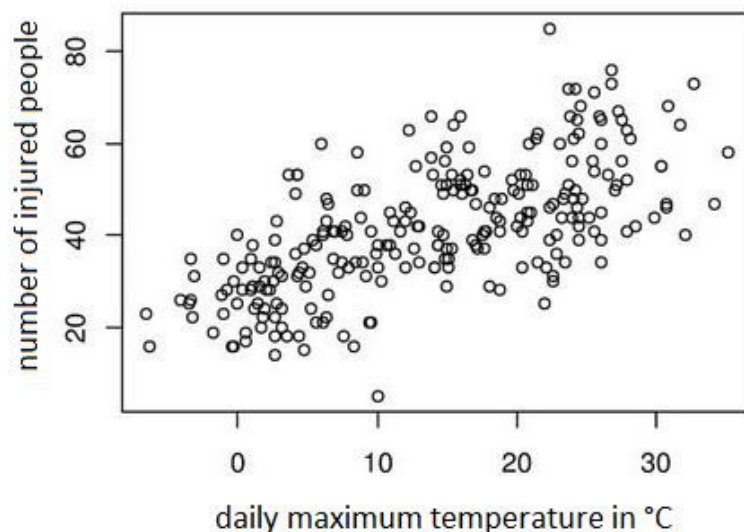
7. **Calculer** la probabilité qu'il pleuve un jour choisi au hasard si l'on suppose que le nombre total de jours de pluie dans les deux années reste constant et que les jours de pluie sont également répartis sur toute l'année.

1 mark

8. **Utiliser** un test statistique de type test d'hypothèse nulle pour déterminer combien de jours il doit pleuvoir pour que les météorologues puissent dire qu'il y a eu plus de pluie en 2003 qu'en 2002 pour un seuil de signification de 5%.

5 marks

Le nuage de points suivant montre la température maximale et le nombre de blessés causés par les accidents de la circulation à Berlin sur une longue période.



9. **Décrire** la corrélation entre ces deux valeurs.

1 mark

10. **Expliquer** pourquoi le nombre de blessés peut être corrélé de cette manière avec la température maximale.

1 mark

**Exercise 2**

Calc. : ✓

In 2002 in Luxembourg the average temperatures per month have been recorded. It is known that January 2002 was the coldest month measured as 1.6°C and the highest average temperature was measured in June 2002 as 18.6°C.

1. **Justify**, that in Europe the monthly average temperatures for some consecutive years can be modelled with a periodic model. 2 marks
2. **Give** the amplitude and the period of this model. 2 marks
3. **Determine** the parameters  $a$ ,  $b$ ,  $c$  and  $d$  in the model of the type: 5 marks

$$T(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$$

that describes the given data where  $T$  is the average Temperature and  $x$  is the month, starting with  $x = 1$  for January 2002.

On one specific day in March 2002 the rainfall was observed. The rainfall on that day can be modelled by the function

$$R(t) = 0.002t^3 - 0.064t^2 + 0.512t, \quad 0 \leq t \leq 24$$

where  $R(t)$  is the rate of rainfall in mm/h and  $t$  is the time in hours.

4. **Describe**, using a short text description, this day in terms of rainfall. Your answer should focus on the times with the most and the least rainfall. 3 marks

An empty glass cylinder was placed outside during this day to help see how much rain had fallen.

5. **Sketch** the graph of a function, that shows the height of water in this glass cylinder. 3 marks
6. **Calculate** the total amount of rain on that day in mm. 2 marks

The year 2002 in Luxembourg turned out to have 195 rainy days and 170 days without rain. It can be assumed, that all days have the same chance of being a rainy day. One year later, meteorologists want to investigate, if there was more rain in 2003. Unfortunately, some data were lost, so they took only a small sample of 30 consecutive days.

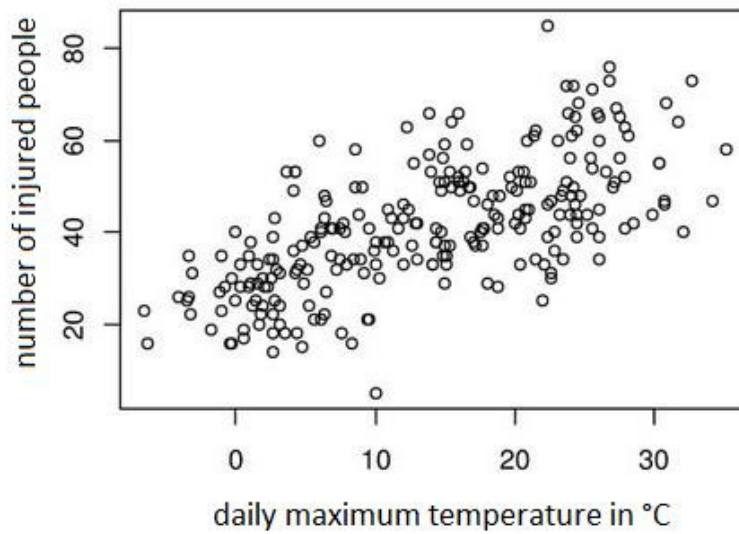
7. **Calculate** the probability that it rains on a random day, if we assume, that the total number of rainy days in both years remains constant and the rainy days are equally distributed over the whole year.

1 mark

8. **Use** a NHST procedure to find out how many days it must rain so the meteorologists can say that there was more rain in 2003 compared to 2002 when the significance level is at 5%.

5 marks

The following diagram shows the maximum temperature and the number of injured people caused by traffic accidents in Berlin on a long-term base.



9. **Describe** the correlation between the two values.

1 mark

10. **Explain**, why the number of injured people possibly correlates in such a way with the maximum temperature.

1 mark

**Exercise 3**

Calc. : ✓

Im Jahr 2002 wurden im Großherzogtum Luxemburg die monatlichen Durchschnittstemperaturen aufgezeichnet. Es ist bekannt, dass der Januar 2002 mit  $1,6^{\circ}\text{C}$  der kälteste Monat war, und die höchste Durchschnittstemperatur im Juni 2002 mit  $18,6^{\circ}\text{C}$  gemessen wurde.

1. **Begründen** Sie, dass in Europa die monatlichen Durchschnittstemperaturen für einige aufeinanderfolgende Jahre mit einem periodischen Modell modelliert werden können. 2 marks
2. **Geben** Sie die Amplitude und die Periode dieses Modells **an**. 2 marks
3. **Bestimmen** Sie die Parameter  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  im Modell  $T$  mit: 5 marks

$$T(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$$

das die gegebenen Daten beschreibt, wobei  $x$  der Monat ist, beginnend mit  $x = 1$  für Januar 2002 und  $T(x)$  die durchschnittliche Temperatur ist.

An einem bestimmten Tag im März 2002 wurde die Niederschlagsmenge beobachtet. Die Niederschlagsmenge an diesem Tag kann durch die Funktion  $R$  modelliert werden mit

$$R(t) = 0,002t^3 - 0,064t^2 + 0,512t, \quad 0 \leq t \leq 24$$

wobei  $t$  die Zeit in Stunden ist und  $R(t)$  die Niederschlagsmenge in mm/h.

4. **Beschreiben** Sie anhand einer kurzen Textbeschreibung diesen Tag in Bezug auf die Niederschlagsmenge. Ihre Antwort sollte sich auf die Zeiten mit dem meisten und dem geringsten Niederschlag konzentrieren. 3 marks

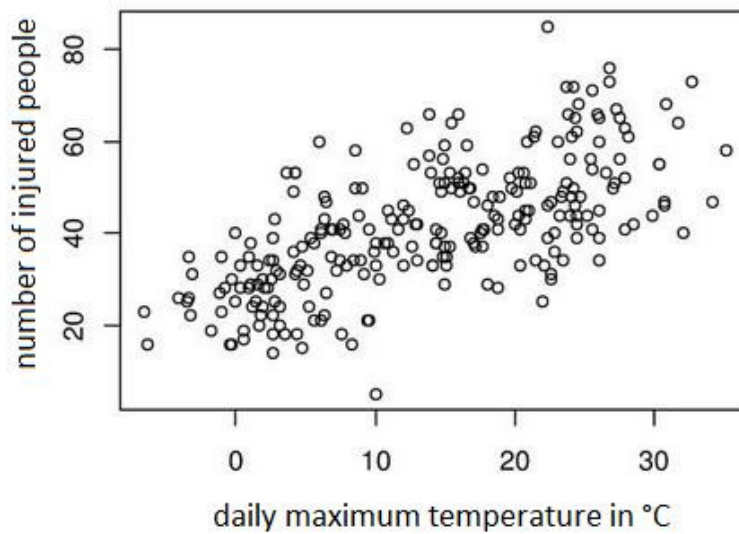
Ein leerer Glaszylinder wurde an diesem Tag nach draußen gestellt, um zu ermitteln wie viel Regen gefallen war.

5. **Skizzieren** Sie den Graphen einer Funktion, der die Höhe des Wassers in diesem Glaszylinder darstellt. 3 marks
6. **Berechnen** Sie die Gesamtmenge des Regens an diesem Tag in mm. 2 marks

Das Jahr 2002 hatte im Großherzogtum Luxemburg 195 Regentage und 170 Tage ohne Regen. Es kann davon ausgegangen werden, dass alle Tage die gleiche Chance haben, ein Regentag zu sein. Ein Jahr später wollen Meteorologen untersuchen, ob es im Jahr 2003 mehr Regen gab. Leider sind einige Daten verloren gegangen, so dass sie nur eine kleine Stichprobe von 30 aufeinanderfolgenden Tagen genommen haben.

7. **Berechnen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass es an einem zufälligen Tag regnet, wenn wir annehmen, dass die Gesamtzahl der Regentage in beiden Jahren konstant bleibt und die Regentage gleichmäßig über das ganze Jahr verteilt sind. 1 mark
8. **Verwenden** Sie ein NHST-Verfahren, um herauszufinden, an wie vielen Tagen es regnen muss, damit die Meteorologen sagen können, dass es 2003 im Vergleich zu 2002 mehr geregnet hat, wenn das Signifikanzniveau bei 5% liegt. 5 marks

Das folgende Diagramm zeigt die Höchsttemperatur und die Anzahl der Verletzten durch Verkehrsunfälle in Berlin im Langzeitvergleich.



9. **Beschreiben** Sie die Korrelation zwischen den beiden Werten. 1 mark
10. **Erklären** Sie, warum die Anzahl der Verletzten möglicherweise mit der maximalen Temperatur korreliert. 1 mark

**Exercise 4**

Calc. : ✓

Vuoden 2002 keskimääräiset kuukausilämpötilat Luxembourgiassa kirjattiin ylös. Tammikuu 2002 oli kylmin kuukausi, jolloin keskimääräinen lämpötila oli  $1,6^{\circ}\text{C}$ . Kesäkuu 2002 oli puolestaan kuumiin kuukausi, ja sen keskilämpötila oli  $18,6^{\circ}\text{C}$ .

1. Perustele, miksi Euroopassa keskimääräiset kuukausilämpötilot muutaman peräkkäisen vuoden ajalta noudattavat jaksollista mallia. 2 marks
2. Määritä vuoden 2002 havaintojen pohjalta tehdyn jaksollisen mallin amplitudi ja jakso. 2 marks
3. Määritä parametrit  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ja  $d$  jos jaksollinen malli on muotoa: 5 marks

$$T(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$$

missä  $T$  on keskimääräinen lämpötila ja  $x$  kuukausi, siten että  $x = 1$  vastaa tammikuuta 2002.

Tiettynä päivänä maaliskuussa 2002 sademäärä mitattiin. Sademäärää kyseisenä päivänä voidaan mallintaa funktiolla:

$$R(t) = 0,002t^3 - 0,064t^2 + 0,512t, \quad 0 \leq t \leq 24$$

missä  $R(t)$  on sademäärän nopeus (mm/h) ja  $t$  on aika tunteita.

4. Kuvaile lyhyesti tämän päivän sademääriä eri aikoina. Kerro, milloin sataa eniten ja milloin vähiten. 3 marks

Tyhjä lasisylinteri laitettiin ulos tämän päivän aikana auttamaan näkemään, kuinka paljon sadetta oli satanut.

5. Piirrä kuvaaja, joka esittää veden korkeutta lasissa, joka asetettiin tyhjänä ulos. 3 marks
6. Laske kokonaissademäärä päivän aikana. 2 marks

Vuonna 2002 Luxemburgissa oli 195 sadepäivää ja 170 sateetonta päivää. Voidaan olettaa, että jokaisen päivän kohdalla sateen todennäköisyys pysyy samana. Vuotta myöhemmin meteorologit haluavat tutkia, oliko vuosi 2003 sateisempi. Valitettavasti tietoa oli hävinnyt, ja heillä oli kerättyä tietoa vain 30 peräkkäisestä päivästä.

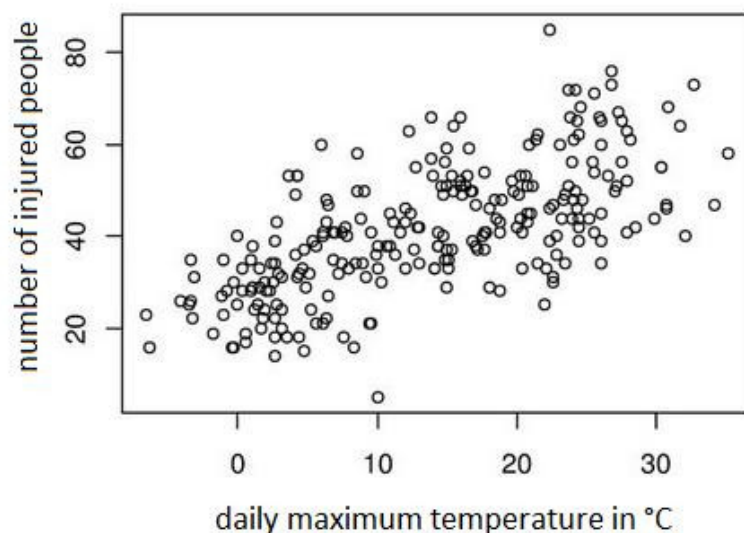
7. Laske, millä todennäköisyydellä päivä oli sadepäivä vuonna 2002, jos oletetaan, että sadepäivät jakaantuivat tasaisesti koko vuodelle.

1 mark

8. Käytä NHST-menetelmää, kuinka monena päivänä pitää sataa vuonna 2003, jotta voitaisiin sanoa, että vuosi 2003 oli sateisempi kuin vuosi 2002. Käytä 5% merkitsevyystasoa. Oletetaan, että sateen todennäköisyys päivää kohden pysyy samana joka vuosi.

5 marks

Alla olevassa diagrammissa on esitetty maksimilämpötila ja liikenneonnettomuuksissa vahingoituneiden ihmisten määrä Berliinissä pitkällä aikavälillä.



9. **Kuvaile**, millainen korrelaatio näiden kahden muuttujan välillä on.

1 mark

10. **Selitä**, miksi loukkaantuneiden ihmisten määrä voisi riippua maksimilämpötilasta.

1 mark