

Exercice 1

Calc. : ✓

Partie 1

Marie exploite une ferme.
La production laitière de la ferme peut être modélisée par la fonction f donnée par

$$f(x) = -0,0028x^2 + 0,57x, \quad 50 \leq x \leq 90,$$

où x est le nombre de vaches de l'exploitation et $f(x)$ représente la production laitière journalière moyenne mesurée en hL (1 hL = 1 hectolitre = 100 litres).

a) **Calculer** la production laitière journalière moyenne de 70 vaches. 2 marks

b) **Déterminer** le nombre de vaches dont Marie a besoin pour maintenir une production laitière journalière moyenne de 25 hL ou plus. 3 marks

c) Le modèle peut-il être étendu à 205 vaches ? **Justifier** la réponse. 2 marks

Partie 2

d) La production laitière journalière d'été par vache suit une distribution normale de moyenne $\mu = 48$ litres et d'écart-type $\sigma = 16$ litres.
Calculer la probabilité qu'une vache choisie au hasard produise plus de 40 litres de lait un jour d'été. Donner la réponse à 0,001 près (3 décimales). 2 marks

e) On suppose que la probabilité qu'une vache choisie au hasard produise plus de 40 litres de lait par jour est égale à 0,69. Actuellement, Marie possède 80 vaches.
Calculer la probabilité que moins de 60 de ces vaches produisent plus de 40 litres de lait par jour. 2 marks

Partie 3

Le tableau ci-dessous montre les précipitations annuelles (mesurées en cm) sur l'exploitation au cours des 10 dernières années.

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
$x =$ années après 2013	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y =$ précipitations (cm)	123	125	117	115	120	113	110	100	108	105

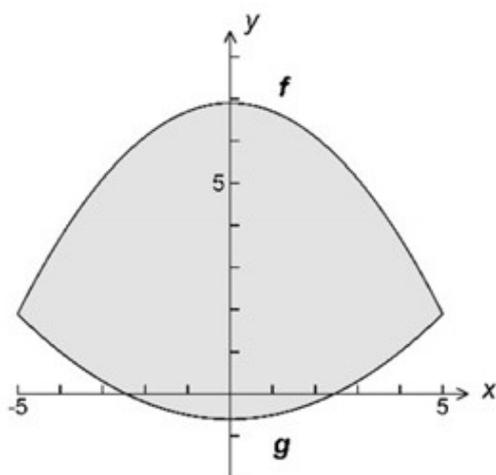
f) **Tracer** un nuage de points pour représenter les données du tableau et, en interprétant ce diagramme, **décrire** la corrélation. 4 marks

g) **Établir** une équation de la forme $y = m \cdot x + b$ de la régression linéaire de y en x en utilisant les données du tableau. 4 marks
Tracer la droite de régression sur le même diagramme.

h) **Expliquer** pourquoi un modèle de régression linéaire pourrait ne pas être approprié à ces données sur un grand nombre d'années. 2 marks

Partie 4

Il y a un étang sur la propriété, dont le diagramme se trouve ci-dessous (1 unité = 1 mètre) :



Les bords de cet étang sont représentés par les graphiques des fonctions f et g définies par
 $f(x) = -0,2x^2 + 6,9$, $-5 \leq x \leq 5$ pour le bord supérieur et
 $g(x) = 0,1x^2 - 0,6$, $-5 \leq x \leq 5$ pour le bord inférieur.

i) **Calculer** l'aire de la surface de cet étang.

4 marks

Exercise 2

Calc. : ✓

Partie 1

- a) En août 2021, les trajets effectués dans le système de partage de vélos d'Helsinki avaient une distance moyenne de 2,25 km et un écart type de 16,04 km.

Expliquer ce qui a pu causer un si grand écart-type.



Vélos publics à Helsinki

2 marks

- b) Sur une certaine période, la durée moyenne des déplacements était de $\mu = 645$ secondes et l'écart-type était de $\sigma = 271$ secondes. On suppose que la durée des trajets suit une distribution normale.

Calculer la probabilité qu'un trajet ait duré plus de 12 minutes.

3 marks

Partie 2

Une étude couvrant la période 2009–2019 a montré que la vente de vélos électriques dans l'Union européenne peut être modélisée par la fonction N donnée par

$$N(t) = 0,0756 \cdot e^{0,163t+2,03},$$

où t est le nombre d'années après 2009 et $N(t)$ est le nombre de vélos électriques vendus, en millions.

- c) **Réécrire** la formule de $N(t)$ sous la forme $N(t) = K \cdot A^t$.
- d) **Déterminer**, d'après ce modèle, le pourcentage annuel d'augmentation des ventes de vélos électriques.
- e) Depuis 2009, le nombre total de vélos (y compris les vélos électriques) vendus en Europe est resté à peu près constant à 20 millions de vélos par an.

2 marks

2 marks

Estimer l'année à partir de laquelle le nombre de vélos électriques vendus représentera plus de la moitié du nombre total de vélos vendus.

3 marks

Partie 3

La hauteur $h(t)$ en centimètres (cm) d'une pédale de vélo au-dessus du sol au temps t , en secondes, est définie par $h(t) = a \cdot \sin(b \cdot t) + d$.

- f) La hauteur maximale de la pédale est de 49 cm et la hauteur minimale est de 9 cm.

Déterminer a et d .

3 marks

- g) Le temps nécessaire pour effectuer une rotation complète de la pédale est de 1,5 seconde.

Calculer b .

3 marks

Expliquer quelle information b donne sur la rotation de la pédale.

Partie 4

Sur un site web (Euro-Velo) consacré aux cycloroutes de longue distance en Europe, la Route du Rhin a été l'itinéraire le plus visité.

En 2020, 142 124 des 1 644 417 visiteurs du site web ont visité la Route du Rhin.

En 2021, sur un échantillon aléatoire de 2 000 visiteurs du site web, 156 ont visité la Route du Rhin.

L'organisation Euro-Velo se demande si la proportion de personnes ayant visité la Route du Rhin a diminué de 2020 à 2021. Elle effectue donc un test d'hypothèse à un seuil de signification de 5%.

p désigne la proportion de tous les visiteurs du site web qui ont visité la Route du Rhin en 2021.

- h) **Vérifier** que l'hypothèse nulle de ce test est $H_0 : p = 0,086$.

2 marks

- i) **Déterminer** si le test est unilatéral à gauche ou à droite. **Justifier** la réponse.

2 marks

- j) **Calculer** la probabilité que le nombre de visiteurs de la Route du Rhin provenant d'un échantillon aléatoire de 2 000 visiteurs du site web soit inférieur ou égal à 156, en supposant que H_0 soit vraie.

3 marks

Décider si H_0 peut être rejetée. **Justifier** la conclusion.