Exercise 1 Calc. : ✓

Dans cette question, les parties 1, 2 et 3 sont indépendantes.

Partie 1.

Les montres de sport sont des montres qui peuvent se porter au poignet pendant des activités sportives. Beaucoup de gens utilisent ces montres.
Parmi ces montres de sport, le modèle Sporty est très populaire. La probabilité qu'une personne utilisant une montre de sport prise au hasard ait le modèle Sporty est de 60%.
Nous considérons un échantillon de 500 personnes prises au hasard parmi celles utilisant une montre de sport. La variable aléatoire X donne le nombre de personnes dans cet échantillon qui possèdent le modèle Sporty.

a) **Expliquer** pourquoi X peut être modélisé par une loi binomiale et **donner** ses paramètres. — 2 marks

b) **Calculer** la probabilité qu'au moins 300 personnes dans cet échantillon possèdent le modèle Sporty. **Arrondir** à 2 décimales. — 2 marks

c) **Déterminer** l'espérance du nombre de personnes ayant une montre de sport de modèle Sporty dans cet échantillon. — 2 marks

d) **Calculer** l'écart-type de X. **Arrondir** à 3 décimales. **Interpréter** cette valeur dans le contexte. — 2 marks

Partie 2.

La montre de sport de modèle Sporty peut donner de manière très précise l'effort fourni pendant une course si la personne donne son poids.
Une femme de 60 kg court en montée pendant 30 minutes. Ainsi, son niveau d'effort n'est pas constant. Sa puissance de course peut être modélisée par la fonction suivante :

$$P(t) = -0,05t^2 + 3t + 66, \qquad \text{avec } 0 \leq t \leq 30$$

où t est en minutes et $P(t)$ en kJ/min (kilojoules par minute).

e) **Calculer** à quelle puissance court cette femme quand elle démarre sa course, et 15 minutes après son départ. — 3 marks

f) **Dessiner** le graphique de la fonction P sur l'ensemble de définition donné. — 3 marks

g) **Déterminer** à quel moment la puissance de course de cette femme est de 106 kJ/min. — 3 marks

Partie 3.

De nombreuses personnes utilisent internet pour acheter leur montre de sport de modèle Sporty, et demandent la livraison dans une boutique qui s'appelle « RunAway ».
Nous savons que 80% du temps, la Sporty arrive dans le délai prévu (sous quelques jours), 15% du temps elle arrive en retard (elle prend quelques semaines à arriver) et le reste du temps elle n'arrive pas du tout.
Nous savons aussi que lorsque la Sporty arrive dans le délai prévu, la probabilité que l'acheteur mette un « J'aime » à la boutique « RunAway » est de $0,9$; quand elle arrive en retard, la probabilité que l'acheteur mette un « J'aime » à la boutique est de $0,3$; et quand elle n'arrive pas du tout, la probabilité que l'acheteur mette un « J'aime » à la boutique est de $0,1$.
On choisit au hasard un utilisateur qui a commandé une montre Sporty en ligne et qui a choisi la livraison dans cette boutique.

h) **Dessiner** un arbre de probabilités représentant cette situation. — 3 marks

i) **Calculer** la probabilité que cet utilisateur mette un « J'aime » à la boutique « RunAway ». — 2 marks

j) Si on sait que la personne a mis un « J'aime » à la boutique, **donner** la probabilité que la Sporty qui a été commandée soit arrivée dans le délai prévu. — 3 marks

Exercise 2 Calc. : ✓

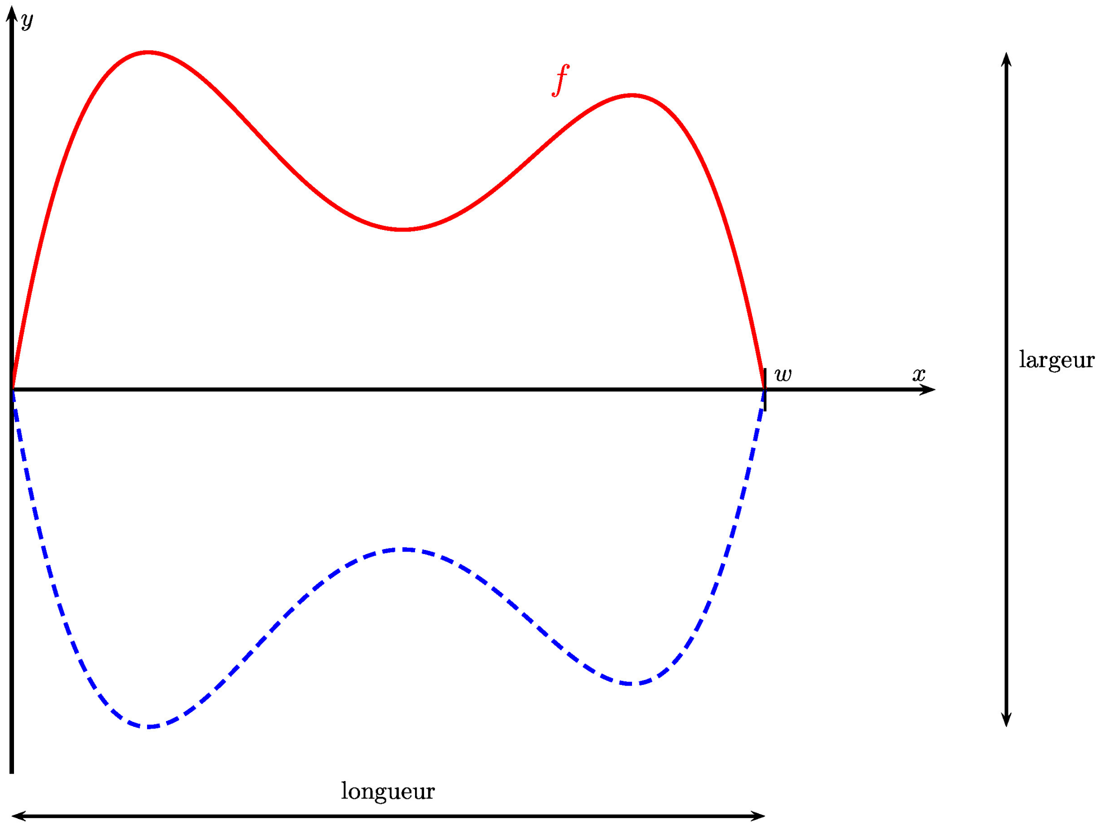
Dans cette question, les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Partie 1.

Un musicien joue de la guitare et souhaite modéliser sa forme. La caisse en bois principale peut être modélisée par l'équation suivante :

$$f(x) = -0,13x^4 + 1,4x^3 - 4,9x^2 + 6x$$

Le graphique suivant montre la courbe de f (en rouge, trait plein), ainsi que le symétrique de cette courbe, par rapport à l'axe des abscisses (en bleu, trait pointillé). Dans cette équation, x est en décimètres, et $f(x)$ est également en décimètres. La surface entre ces deux courbes forme la caisse en bois de cette guitare.



Comme on peut le voir sur le graphique, la fonction f est en fait définie de 0 à une valeur w, qui est l'autre solution de l'équation $f(x) = 0$.

a) **Déterminer** la valeur de w, en **arrondissant** à 3 décimales. **Donner** la longueur de la caisse en bois, en centimètres.	2 marks
b) **Déterminer** la valeur maximum de f, en **arrondissant** à 3 décimales. **Donner** la largeur de la caisse en bois, en centimètres.	2 marks
c) La fonction f a trois points stationnaires. Dans la question b) nous avons trouvé l'un d'entre eux. **Donner** les coordonnées des deux autres points stationnaires, en **arrondissant** à deux décimales.	4 marks
Avant un gros concert, notre musicien veut peindre le dos de la caisse en bois en noir. Nous voulons donc connaître l'aire de cette surface.	
d) **Déterminer** une valeur approchée de l'intégrale $\int_0^{5,3} f(x)\,dx$, en **arrondissant** à 3 décimales. **Donner** l'aire qui doit être peinte, en décimètres carrés.	3 marks

Partie 2.

Notre musicien ouvre une page web pour son groupe de musique, et s'intéresse au nombre de personnes qui s'abonnent à sa page au cours du temps ($x = 0$ quand la page web est créée). Le tableau ci-dessous montre le nombre d'abonnés pour les 20 premières semaines :

x = Temps (semaines)	2	4	5	8	10	11	12	13	16	18
y = Nombre d'abonnés	275	240	180	300	380	350	250	350	440	400

e) **Dessiner** un nuage de points pour représenter les données de ce tableau. — 3 marks

f) **Calculer** le coefficient de corrélation linéaire. **Déterminer** si un modèle affine serait approprié pour ces données. **Discuter** comment on pourrait améliorer le modèle affine en le combinant avec un autre modèle. — 3 marks

g) **Déterminer** une équation de la forme $y = a \cdot x + b$ de la droite de régression affine de y en x en utilisant ces données. **Arrondir** a et b à une décimale. — 3 marks

Tracer la droite de régression sur le même graphique qu'en e).

Dans les questions h) et i), utiliser le modèle affine $f(x) = 20 \cdot x + 190$.

h) **Calculer** quand le nombre d'abonnés dépasserait 800. — 3 marks

i) **Expliquer** pourquoi le modèle n'est pas approprié si on l'utilise pour un grand nombre de semaines. — 2 marks