

Exercise 1	Calc. : ✗
Olkkoon funktio f määritelty: $f(x) = \ln(3x - 2)$. Määritä funktion f kuvaajalle kohtaan $x = 1$ piirretyn tangentin yhtälö.	4 marks

Exercise 2	Calc. : ✗
Ratkaise kompleksiyhtälö: $z^2 = 3i$. Anna vastauksesi muodossa $z = re^{i\theta}$ missä $\theta \in]-\pi, +\pi]$.	5 marks

Exercise 3	Calc. : ✗
Olkkoon funktio f määritelty: $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$. Olkkoon f^{-1} funktion f käänteisfunktio. Ratkaise yhtälö: $f^{-1}(x) = 2$.	3 marks

Exercise 4	Calc. : ✗
Aidosti kasvavalla aritmeettisella lukujonolla (a_n) ja geometrisellä lukujonolla (b_n) on sama ensimmäinen jäsen ja se on $a_1 = b_1 = 2$. Lisäksi molemmilla lukujonoilla (a_n) ja (b_n) on sama kolmas jäsen eli $a_3 = b_3$. Aritmeettisen jonon kolmen ensimmäisen jäsenen summa on luvun 4 verran isompi kuin geometrisen jonon kolmen ensimmäisen jäsenen summa. Määritä lukujonojen (a_n) ja (b_n) lausekkeet.	7 marks

Exercise 5	Calc. : ✗
Jatkuva satunnaismuuttuja X noudattaa seuraavaa tiheysfunktioita:	
$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < 0 \\ a \cdot e^{-ax} & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$	
Tiedetään, että $P(X < 1) = \frac{1}{2}$. Näytä, että $a = \ln 2$.	5 marks

Exercise 6	Calc. : ✗
Alla olevassa kuvassa on esitetty funktion f toisen derivaatan f'' kuvaaja. Ovatko seuraavat väittämät totta vai tarua? Perustele vastauksesi.	
1. Funktion f kuvaaja on konkaavi kun $-0,5 < x < 2$.	2 marks
2. Funktiolla f on käännepesto kohdassa $x = 0$.	2 marks
3. Jos $f'(0) = 0$, niin sitten funktiolla f on horisontaalinen käännepesto kohdassa $x = 0$.	2 marks

Exercise 7

Calc. : ✗

Drone-valmistaja testaa uudentyyppisiä droneja paikallisella urheilukentällä. Drone A liikkuu suoralla, jonka yhtälö on:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 13 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 12 \end{pmatrix}, \quad t \geq 0$$

missä t on aika sekunteina. Paikan koordinaatit on ilmoitettu metreissä.

1. Laske dronen A paikan koordinaatit kuuden sekunnin kuluttua. 2 marks
2. Laske, kuinka kauan dronelta kestää saavuttaa piste (25, 33, 60). 2 marks
3. Laske dronen A nopeus (nopeusvektori on sama kuin suoran suuntavektori). 2 marks
4. Tarkkailija tarkkailee drone pisteessä (13, 53, 0).
Laske lyhin etäisyys tarkkailijan ja dronen välillä, sekä millä hetkellä tämä tapahtuu. 3 marks

Drone B lähtee pisteestä (9, 11, 0) ja liikkuu nopeudella 7 m/s vektorin $\begin{pmatrix} 1 \\ 1.5 \\ 3 \end{pmatrix}$ suuntaan.

5. Osoita, että B dronen paikkaa voidaan kuvata yhtälöllä: 2 marks

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad t \geq 0$$

6. Määritä missä kohdassa dronen A ja dronen B suorat kohtaavat. 2 marks
7. Määritä, törmäävätkö dronet tässä kohdassa. Perustele vastauksesi. 2 marks

Exercise 8

Calc. : ✗

Kaksi pelaajaa, A ja B, heittävät painottamatonta kolikkoa vuorotellen. Ensimmäinen pelaaja, joka saa kruunan, voittaa. Oletetaan, että pelaaja A heittää ensin.

5 marks

1. Millä todennäköisyydellä A voittaa ensimmäisellä heitolla?
2. Laske, millä todennäköisyydellä A voittaa kolmannella heitolla.
3. Määritä, millä todennäköisyydellä A voittaa.