

Exercice 1	Calc. : ✓
Résoudre les équations suivantes :	
1. $2 \times 4^x - 28 = 100$	3 marks
2. $3^{x-1} = 9^{2x+1}$	3 marks

Exercice 2	Calc. : ✓
On considère deux populations de bactéries, P_1 et P_2 composées respectivement de 200 et 400 bactéries au début de l'étude. P_1 croît au rythme de 16% par jour et P_2 au rythme de 12% par jour.	
1. Expliquer pourquoi la croissance de la population P_1 peut être modélisée par la fonction : $P_1(t) = 200 \times 1,16^t$, où t est le nombre de jours passés depuis le début de l'observation.	3 marks
2. Calculer la taille de la population P_1 après 10 jours.	2 marks
3. A quel moment la population P_1 va-t-elle atteindre 1 000 bactéries ?	3 marks
4. Déterminer la fonction qui modélise la croissance de la population P_2 .	2 marks
5. A quel moment les deux populations atteindront-elles la même taille ?	3 marks

Exercice 3	Calc. : ✗
Löse die folgende Gleichung:	5 marks
$8 \cdot 4^{3x} + 5 = 7$	

Exercice 4	Calc. : ✓
In the coffee bar <i>Dolce Vita</i> the coffee is served at a temperature of 90°C. The temperature $T(t)$ (in °C) of the coffee in the coffee cup is given by the following formula:	
$T(t) = 20 + 70 \cdot 0.87^t$	
Where t is the time (in min) after the coffee was served. When does the coffee reach a temperature of 50°C? Write your answer accurate to the nearest minute.	5 marks

Exercice 5	Calc. : ✗
Dans une boîte de Pétri on estime qu'il y a 256 mille bactéries. On lui applique un antibiotique et la population est divisée par deux toutes les 3 heures. Dans une autre boîte de Pétri il y a, au même moment, 2 mille bactéries et cette population double toutes les 2 heures.	
Si on nomme $N_1(t)$ et $N_2(t)$ la taille de ces deux populations au cours du temps t (en heures), écrire les relations liant N et t pour chaque population bactérienne. Déterminer alors à quel moment les deux populations auront la même taille.	6 marks

Exercice 6

Calc. : ✓

Dans un parc national une espèce de vautour est en voie de disparition et en 2000 un programme de réintroduction est mis sur pied pour éviter sa disparition. On estimait qu'en 2000, le nombre d'individus était de 500 et depuis la population augmente exponentiellement avec une croissance de 4% par an. Dans un autre parc national la situation au cours du temps, de la population de cette espèce de vautour, est donnée dans le tableau suivant :

Année	2000	2001	2002
N_2	2000	1900	1805

On notera N_1 la population de vautours dans le premier parc et N_2 celle dans le deuxième parc.

- | | |
|--|---------|
| 1. Écrire alors une relation permettant de déterminer le nombre de vautours au cours du temps t (en années) dans les deux parcs. On prendra 2000 comme année de départ ($t = 0$) et on considèrera que les deux croissances sont exponentielles. | 5 marks |
| 2. Déterminer la taille de ces populations dans chaque parc après 10 ans. | 4 marks |
| 3. Après combien d'années la population dans le premier parc doublera-t-elle ? | 3 marks |
| 4. Après combien d'années la population dans le deuxième parc passera-t-elle en-dessous de 200 individus ? | 3 marks |
| 5. Après combien d'années la population dans le premier parc dépassera-t-elle les 2000 individus ? | 3 marks |
| 6. Après combien d'années les deux populations seront-elles égales ? | 4 marks |

Exercice 7

Calc. : ✓

Supposons que l'on dispose d'une feuille de papier carrée de côté "infini" et supposons que l'on puisse la plier, en deux, autant de fois que l'on veut.

- | | |
|---|---------|
| 1. Si au départ la feuille a une épaisseur de 1 mm (10^{-3} m), après combien de pliages obtiendra-t-on une épaisseur qui dépassera 1 km ? | 4 marks |
| 2. Dessiner un organigramme de programmation qui calcule l'épaisseur obtenue après 10 pliages (utiliser une boucle). | 5 marks |

Exercice 8

Calc. : ✗

- | | |
|---|-----------------------|
| 1. Si $a = \log 8 + \log 5 - 2 \log \sqrt{4}$, $b = 3^{\frac{1}{2} \log_3(2)}$ et $c = \log_3(27)$, justifier que $a < b < c$. Détailler clairement le raisonnement. | 3 marks |
| 2. Résoudre les équations suivantes pour $x \in \mathbb{R}$: | 3 marks |
| (a) $(3^{x-1})^2 = 3^{x-5}$; | (b) $4^{x-2} = 8^x$. |

Exercice 9

Calc. : ✓

Sur le réseau social Twitter, on étudie le nombre de « j'aime » de trois « tweets » sur une certaine période.

Au début de l'étude, le premier « tweet » a 210 « j'aime », puis, le nombre de ses « j'aime » augmente de 25% par heure.

1. **Expliquer** pourquoi l'augmentation est exponentielle et pourquoi elle peut être modélisée par la formule :

$$T_1(t) = 210 \cdot 1,25^t$$

où t est le nombre d'heures après le début de l'étude.

2. **Calculer** le nombre de « j'aime » que ce « tweet » avait 24 heures après le début de l'étude. 1.5 marks

3. Sur le papier millimétré fourni, **tracer** le graphique de la fonction T_1 pour les 20 premières heures après le début de l'étude. 1 mark

4. Selon le modèle, **calculer** le nombre d'heures qu'il a fallu à ce « tweet » pour atteindre 10 000 « j'aime ». 3 marks

Le nombre de « j'aime » du second « tweet », t heures après le début de l'étude, est donné par la formule :

$$T_2(t) = 1\,240 \cdot 1,025^t$$

5. **Déterminer** quand le premier « tweet » dépasse le second « tweet », en nombre de « j'aime ». 2.5 marks

Le troisième « tweet » avait 421 « j'aime » au début de l'étude, et son nombre de « j'aime » augmente de 8% par heure.

6. **Trouver** l'expression du nombre de « j'aime » pour ce troisième « tweet » en fonction de t , le nombre d'heures depuis le début de l'étude. 1.5 marks