

**Exercise 1**

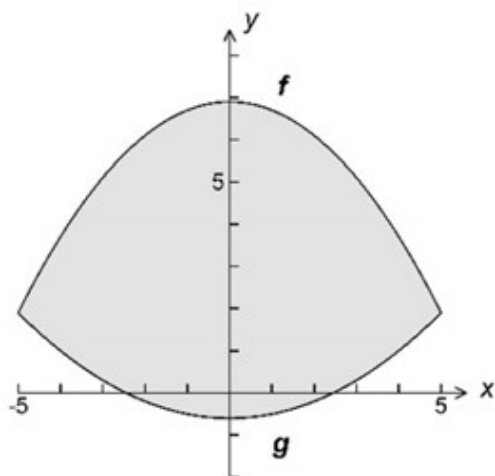
Calc. : ✓

<p><b>Teil 1</b></p> <p>Mary führt einen Bauernhof. Die Milchproduktion im Betrieb kann durch die Funktion <math>f</math> modelliert werden, gegeben durch</p> $f(x) = -0,0028x^2 + 0,57x, \quad 50 \leq x \leq 90,$ <p>wobei <math>x</math> die Anzahl der Kühe im Betrieb ist und <math>f(x)</math> die durchschnittliche Milchproduktion pro Tag gemessen in hL darstellt (1 hL = 1 Hektoliter = 100 Liter).</p> <p>a) <b>Berechnen</b> Sie die durchschnittliche Milchproduktion von 70 Kühen pro Tag. <span style="float: right;">2 marks</span></p> <p>b) <b>Bestimmen</b> Sie, wie viele Kühe Mary braucht, um eine durchschnittliche Milchproduktion von 25 hL oder mehr pro Tag zu erreichen. <span style="float: right;">3 marks</span></p> <p>c) Kann das Modell auf 205 Kühe ausgeweitet werden? <b>Begründen</b> Sie Ihre Antwort. <span style="float: right;">2 marks</span></p> <p><b>Teil 2</b></p> <p>d) Im Sommer folgt die tägliche Milchproduktion pro Kuh einer Normalverteilung mit dem Erwartungswert <math>\mu = 48</math> Liter und der Standardabweichung <math>\sigma = 16</math> Liter. <b>Berechnen</b> Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Kuh an einem Sommertag mehr als 40 Liter Milch gibt. Geben Sie Ihre Antwort auf 3 Dezimalstellen genau an. <span style="float: right;">2 marks</span></p> <p>e) Es wird vorausgesetzt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Kuh mehr als 40 Liter Milch pro Tag gibt, gleich 0,69 ist. Derzeit hat Mary 80 Kühe. <b>Berechnen</b> Sie die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als 60 dieser Kühe mehr als 40 Liter Milch pro Tag geben. <span style="float: right;">2 marks</span></p>	
--	--

<p><b>Teil 3</b></p> <p>Die folgende Tabelle zeigt die jährliche Niederschlagsmenge (gemessen in cm) auf dem Betrieb in den letzten 10 Jahren.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Jahr</th> <th>2013</th> <th>2014</th> <th>2015</th> <th>2016</th> <th>2017</th> <th>2018</th> <th>2019</th> <th>2020</th> <th>2021</th> <th>2022</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>x =</math> Jahre nach 2013</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td><math>y =</math> Niederschlag (cm)</td> <td>123</td> <td>125</td> <td>117</td> <td>115</td> <td>120</td> <td>113</td> <td>110</td> <td>100</td> <td>108</td> <td>105</td> </tr> </tbody> </table> <p>f) <b>Zeichnen</b> Sie ein Streudiagramm, das die Daten aus der Tabelle darstellt, und <b>beschreiben</b> Sie die Korrelation, indem Sie dieses Diagramm interpretieren. <span style="float: right;">4 marks</span></p> <p>g) <b>Bestimmen</b> Sie eine Gleichung der Form <math>y = m \cdot x + b</math> für die lineare Regression von <math>y</math> in Abhängigkeit von <math>x</math> indem Sie die Daten der Tabelle verwenden. <b>Zeichnen</b> Sie die Regressionsgerade in das gleiche Diagramm ein. <span style="float: right;">4 marks</span></p> <p>h) <b>Erklären</b> Sie, warum ein solches lineares Regressionsmodell für diese Daten über viele Jahre hinweg möglicherweise nicht geeignet sein könnte. <span style="float: right;">2 marks</span></p>		Jahr	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	$x =$ Jahre nach 2013	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$y =$ Niederschlag (cm)	123	125	117	115	120	113	110	100	108	105
Jahr	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022																								
$x =$ Jahre nach 2013	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9																								
$y =$ Niederschlag (cm)	123	125	117	115	120	113	110	100	108	105																								

#### Teil 4

Auf dem Bauernhof gibt es einen Teich, der durch die folgende Abbildung dargestellt wird (1 Einheit = 1 Meter) :



Die Grenzen dieses Teichs werden durch die Graphen der Funktionen  $f$  und  $g$  dargestellt, wobei  $f(x) = -0,2x^2 + 6,9$ ,  $-5 \leq x \leq 5$  für die obere Begrenzung und  $g(x) = 0,1x^2 - 0,6$ ,  $-5 \leq x \leq 5$  für die untere Begrenzung gilt.

i) **Berechnen** Sie den Flächeninhalt dieses Teiches.

4 marks

**Exercise 2**

Calc. : ✓

**Teil 1**

- a) In Helsinki hatten im August 2021 die Fahrten mit einem öffentlichen Fahrrad eine durchschnittliche Entfernung von 2,25 km und eine Standardabweichung von 16,04 km.

**Erklären** Sie, was eine so große Standardabweichung verursacht haben könnte.



Öffentliche Fahrräder in Helsinki

2 marks

- b) In einem bestimmten Zeitraum betrug die durchschnittliche Dauer der Fahrten  $\mu = 645$  Sekunden und die Standardabweichung betrug  $\sigma = 271$  Sekunden. Es wird angenommen, dass die Fahrtdauer einer Normalverteilung folgt.

**Berechnen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Fahrt länger als 12 Minuten dauerte.

3 marks

**Teil 2**

Eine Erhebung für den Zeitraum 2009–2019 hat gezeigt, dass der Verkauf von E-Bikes in der Europäischen Union durch die Funktion  $N$  modelliert werden kann, gegeben durch

$$N(t) = 0,0756 \cdot e^{0,163t+2,03},$$

wobei  $t$  die Anzahl der Jahre nach 2009 ist und  $N(t)$  die Anzahl der verkauften E-Bikes in Millionen ist.

- c) **Schreiben** Sie die Formel für  $N(t)$  in die folgende Form **um**  $N(t) = K \cdot A^t$ .
- d) **Bestimmen** Sie anhand dieses Modells den jährlichen prozentualen Anstieg des Verkaufs von E-Bikes.
- e) Seit 2009 liegt die Gesamtzahl aller verkauften Fahrräder (einschließlich E-Bikes) in Europa etwa konstant bei 20 Millionen Fahrrädern pro Jahr.

2 marks

2 marks

**Schätzen** Sie das Jahr, in dem die Zahl der verkauften E-Bikes mehr als die Hälfte der Gesamtzahl der verkauften Fahrräder ausmachen wird.

3 marks

<p><b>Teil 3</b></p> <p>Die Höhe <math>h(t)</math> in Zentimetern (cm) eines Fahrradpedals über dem Boden zum Zeitpunkt <math>t</math> in Sekunden ist gegeben durch <math>h(t) = a \cdot \sin(b \cdot t) + d</math>.</p> <p>f) Die maximale Höhe des Pedals beträgt 49 cm und die minimale Höhe beträgt 9 cm.  <b>Bestimmen</b> Sie <math>a</math> und <math>d</math>.</p> <p>g) Die Zeit, die für eine volle Pedalumdrehung benötigt wird, beträgt 1,5 Sekunden.  <b>Berechnen</b> <math>b</math>.  <b>Erklären</b> Sie, welche Informationen <math>b</math> über die Drehbewegung des Pedals liefert.</p>	<p>3 marks</p> <p>3 marks</p>
<p><b>Teil 4</b></p> <p>Auf einer Website (Euro-Velo) für Radfernwege in Europa ist die Rheinroute die meistbesuchte Route.  Im Jahr 2020 besuchten 142 124 der 1 644 417 Besucher der Website die Rheinroute.  Im Jahr 2021 besuchten bei einer Stichprobe von 2 000 Besuchern der Website, 156 die Rheinroute.  Die Verantwortlichen von Euro-Velo wollen herausfinden, ob der Anteil der Besucher der Rheinroute von 2020 bis 2021 zurückgegangen ist. Deshalb führen sie einen Hypothesentest mit einem Signifikanzniveau von 5% durch.  <math>p</math> gibt den Anteil aller Besucher der Website an, die im Jahr 2021 die Rheinroute besuchten.</p> <p>h) <b>Überprüfen</b> Sie, dass die Nullhypothese für diesen Test <math>H_0 : p = 0,086</math> lautet.</p> <p>i) <b>Bestimmen</b> Sie, ob der Test links- oder rechtsseitig ist. <b>Begründen</b> Sie Ihre Antwort.</p> <p>j) <b>Berechnen</b> Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Besucher der Rheinroute aus einer Zufallsstichprobe von 2 000 Besuchern der Website kleiner oder gleich 156 ist, wobei angenommen wird, dass <math>H_0</math> wahr ist.  <b>Entscheiden</b> Sie, ob <math>H_0</math> abgelehnt werden kann. <b>Begründen</b> Sie Ihre Entscheidung.</p>	<p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>3 marks</p>