

Exercice 1	Calc. : ✗
<p>Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = a + b \frac{\ln(x)}{x}$.</p> <p>La courbe représentative de la fonction f admet une asymptote horizontale d'équation $y = 1$ et une tangente au point d'abscisse 1 d'équation $y = -x + 2$.</p> <p>Déterminer les valeurs de a et de b.</p>	5 marks

Exercice 2	Calc. : ✗
<p>Dans un espace à trois dimensions, on considère :</p> <ul style="list-style-type: none"> • La droite L_1 de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -3 - 4\lambda \\ z = -2 + 2\lambda \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R})$ • Le point $A(2; 1; -4) \in L_1$ • La droite L_2 de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 10 - 3\mu \\ y = -21 + 12\mu \\ z = 11 - 6\mu \end{cases} \quad (\mu \in \mathbb{R})$ <p>Montrer que L_1 et L_2 sont parallèles puis déterminer les coordonnées du point B de la droite L_2 tel que la droite (AB) soit perpendiculaire à L_1 et L_2.</p>	5 marks

Exercice 3	Calc. : ✗
Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $16^{x^2} = 2^{4x-1}$.	5 marks

Exercice 4	Calc. : ✗
<p>Calculez l'intégrale :</p> $\int_{-1}^1 \frac{3}{2} (e^{3x} + e^{-3x}) dx.$	5 marks

Exercice 5	Calc. : ✗
<p>Une chaîne en métal pend entre deux murs.</p> <p>Sa hauteur au-dessus du niveau du sol peut être décrite par l'équation :</p> $h(x) = e^{-x} + e^{x-1} + 2,$ <p>où x est la distance en mètres le long du sol depuis le mur gauche.</p> <p>Calculez à combien de mètres du mur gauche cette chaîne est la plus proche du sol.</p>	5 marks

Exercice 6	Calc. : ✗
<p>Dans le plan complexe, montrer que l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant l'égalité :</p> $ z - 1 - 3i = z + 2 - 3i $ <p>est une droite dont on donnera une équation.</p>	5 marks

Exercise 7

Calc. : ✖

Un dispositif électronique permet d'obtenir au hasard en entier naturel x compris, au sens large, entre 1 et 999 (on est donc dans une situation d'équiprobabilité). Tout nombre compris entre 10 et 99 est écrit avec deux chiffres et tout nombre compris entre 1 et 9 est écrit avec un seul chiffre ; ainsi le nombre soixante-deux sera affiché 62 et non 062, de même le nombre sept s'écrira 7 et non 007.

1. Montrer que la probabilité d'obtenir un multiple de 5 est de $\frac{199}{999}$. 3 marks

2. Calculer la probabilité qu'un même chiffre apparaisse au moins deux fois dans l'écriture de x . 3 marks

3. Dans cette question on arrondira la probabilité d'obtenir un multiple de 5 à 0,2.

On détermine successivement 5 nombres à l'aide de ce dispositif.

Calculer la probabilité pour que, parmi ces cinq nombres, trois exactement soient des multiples de cinq. 3 marks

4. On modélise le choix d'un nombre **réel** x dans l'intervalle $[1; 999]$ par une variable aléatoire suivant la loi de densité définie par la fonction $f(x) = \frac{1}{998}$.

(a) Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 5 ? 1 mark

(b) Quelle est la probabilité d'obtenir un réel inférieur ou égal à 500 ? 3 marks

Exercise 8

Calc. : ✖

Soit a un nombre réel strictement positif.

On considère l'équation

$$(E) : \ln(x) = ax^2.$$

Étudier le nombre de solutions de cette équation en fonction de la valeur de a .

7 marks