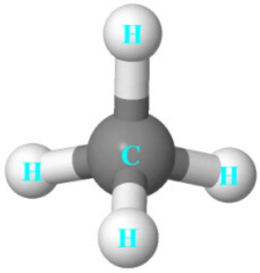
Exercise 1 Calc. : ✓

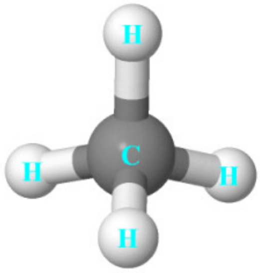
The methane molecule CH_4, represented opposite, can be modeled by a regular tetrahedron OABD, with $O(0;0;0)$, $A\left(3;\sqrt{3};2\sqrt{6}\right)$, $B\left(3;3\sqrt{3};0\right)$ and $D(6;0;0)$.
The four vertices are the positions of the hydrogen atoms H.
We are interested in this exercise in the position of the carbon atom C, inside this tetrahedron. This position is represented by a point that we call G.



1. The tetrahedron is regular, so all of its edges have the same length. Justify that this length is equal to 6. — 1 mark
2. Justify that the coordinates of the orthogonal project A′ of A on the plane (Oxy) with equation $z = 0$ are $A'\left(3;\sqrt{3};0\right)$. — 2 marks
3. The point G is the intersection of (AA′) and (IJ), where $I\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{6}\right)$ is the middle of segment [AO] and $J\left(\frac{9}{2};\frac{3\sqrt{3}}{2};0\right)$ the middle of the segment [BD].
   (a) Prove that the coordinates of G are $\left(3;\sqrt{3};\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$. — 3 marks
   (b) Check that the distance between G and A is equal to $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$. — 1 mark
   We admit that it is also the distance between G and the other vertices of the tetrahedron.
   (c) In reality, the length of the C–H bond is approximately equal to 109 picometers. Determine an approximate value, in picometers, the distance between two hydrogen atoms. — 2 marks
4. Give an approximate value of the measure of the angle formed by two C–H bonds. — 3 marks

Exercise 2 Calc. : ✓

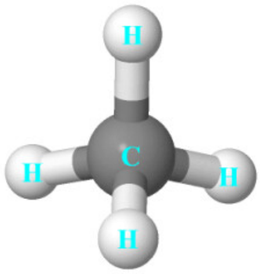
La molécule de méthane CH_4, représentée ci-contre, peut être modélisée par un tétraèdre régulier OABD, avec $O(0;0;0)$, $A\left(3;\sqrt{3};2\sqrt{6}\right)$, $B\left(3;3\sqrt{3};0\right)$ et $D(6;0;0)$.
Les quatre sommets sont les positions des atomes d'hydrogène H.
On s'intéresse dans cet exercice à la position de l'atome de carbone C, à l'intérieur de ce tétraèdre. Cette position est représentée par un point que l'on nomme G.



1. Le tétraèdre est régulier, donc toutes ses arêtes ont la même longueur. Justifier que cette longueur est égale à 6. — 1 mark
2. Justifier que les coordonnées du projeté orthogonal A′ de A sur le plan (Oxy) d'équation $z = 0$ sont $A'\left(3;\sqrt{3};0\right)$. — 2 marks
3. Le point G est l'intersection de (AA′) et (IJ), où $I\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{6}\right)$ est le milieu du segment [AO] et $J\left(\frac{9}{2};\frac{3\sqrt{3}}{2};0\right)$ le milieu du segment [BD].
   (a) Démontrer que les coordonnées de G sont $\left(3;\sqrt{3};\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$. — 3 marks
   (b) Vérifier que la distance entre G et A est égale à $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$. — 1 mark
   On admet que c'est aussi la distance entre G et les autres sommets du tétraèdre.
   (c) En réalité, la longueur de la liaison C–H est environ égale à 109 picomètres. Déterminer une valeur approchée, en picomètres, de la distance entre deux atomes d'hydrogène. — 2 marks
4. Donner une valeur approchée de la mesure de l'angle formé par deux liaisons C–H. — 3 marks

Exercise 3 Calc. : ✓

Metaanimolekyyliä CH_4 voidaan mallintaa tetraedrilla OABD, missä O$(0;0;0)$, A$\left(3;\ \sqrt{3};2\sqrt{6}\right)$, B$\left(3;3\sqrt{3};0\right)$ ja D$(6;0;0)$.
Nämä neljä kärkipistettä kuvastavat vetyatomien H paikkoja. Hiiliatomin C paikkaa merkitään pisteellä G, joka sijaitsee tetraedrin sisällä.



1. Tetraedri on säännöllinen, joten sen kaikki sivut eli särmät ovat yhtä pitkät. Näytä, että särmän pituus on 6. — 1 mark
2. Näytä, että pisteen A kohtisuoran projektio A′ xy-tasolle on piste $\left(3;\ \sqrt{3};0\right)$. — 2 marks
3. Olkoon pisteet I$\left(\frac{3}{2};\ \frac{\sqrt{3}}{2};\ \sqrt{6}\right)$ ja J$\left(\frac{9}{2};\ \frac{3\sqrt{3}}{2};0\right)$.

   Piste I on segmentin [AO] keskipiste ja piste J on segmentin [BD] keskipiste. Piste G on pisteiden A ja A′ kautta kulkevan suoran sekä pisteiden I ja J kautta kulkevan suoran leikkauspiste.

   (a) Näytä, että G : *n* koordinaatit ovat $\left(3;\ \sqrt{3};\ \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$. — 3 marks

   (b) Näytä, että pisteiden G ja A välinen etäisyys on $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$. — 1 mark

   Pisteen G etäisyys myös muista tetraedrin kärjistä on tämä sama.

   (c) Todellisuudessa hiili- ja vetyatomin etäisyys C–H -sidoksessa on noin 109 pikometriä. Määritä pikometreinä kahden vetyatomin välinen etäisyys. — 2 marks
4. Määritä kahden C–H -sidoksen välinen kulma. — 3 marks