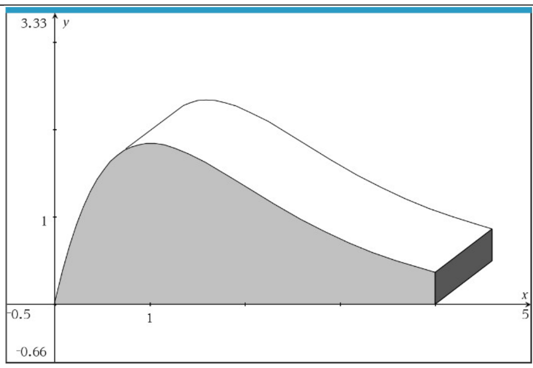
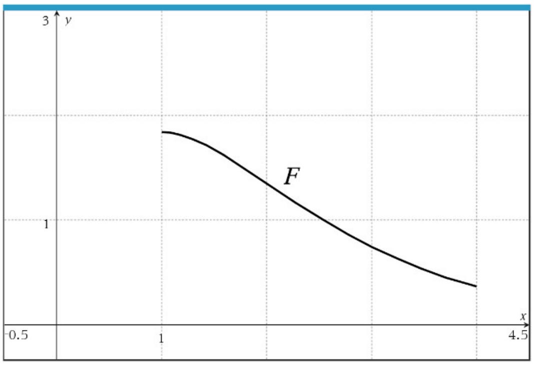
Exercise 1 Calc. : ✓

Un fabricant d'aires de jeux pour enfants souhaite proposer à ses clients un nouveau modèle de toboggan. Il crée un diagramme du toboggan proposé en projection oblique :



Le profil de cette glissière est mesuré en mètres et peut être modélisé par la fonction F définie par $F(x) = (ax - b)e^{-x}$ pour $1 \leq x \leq 4$ où a et b sont deux paramètres. La fonction F a été représentée ci-dessous.



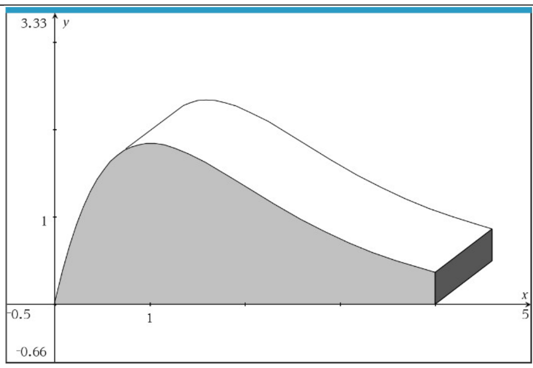
1. On prévoit que la tangente à la fonction F au point d'abscisse $x = 1$ soit horizontale.
   Déterminer la valeur du paramètre b. 3 marks
2. Il est également prévu que le sommet du toboggan soit à 1,85 mètres.
   Déterminer la valeur du paramètre a. 2 marks

Le profil du mur est finalement modélisé par la fonction F définie par $F(x) = 5x \cdot e^{-x}$.

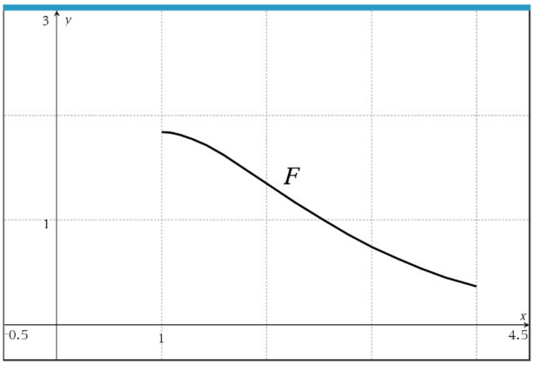
3. **Montrer** que l'aire totale de chaque paroi latérale, ombrée sur le diagramme, est égale à $5 - \dfrac{25}{e^4}$ m^2. 2 marks
4. **Déterminer** le point du toboggan où la pente est la plus grande. 3 marks

Exercise 2 Calc. : ✓

A kids' play area manufacturer wants to offer its customers a new model of slide. They create a diagram of the proposed slide in an oblique projection:



The profile of this slide is measured in meters and can be modeled by the function $F(x) = (ax - b)\mathrm{e}^{-x}$, for $1 \leq x \leq 4$, where a and b are two parameters. The function F was drawn below.



1. It is planned that the tangent to the function F at the point where $x = 1$ would be horizontal.
   Determine the value of the parameter b. 3 marks

2. It is also planned that the top of the slide will be at 1.85 meters.
   Determine the value of the parameter a. 2 marks

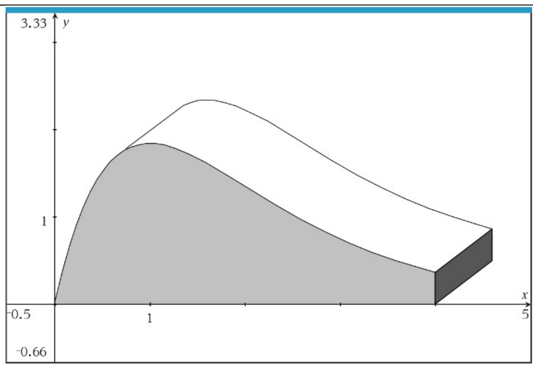
The profile of the wall is finally modeled by $F(x) = 5x \cdot \mathrm{e}^{-x}$.

3. **Show** that the total area of each side wall, shaded grey on the diagram is equal to $5 - \dfrac{25}{\mathrm{e}^4}$ m^2. 2 marks

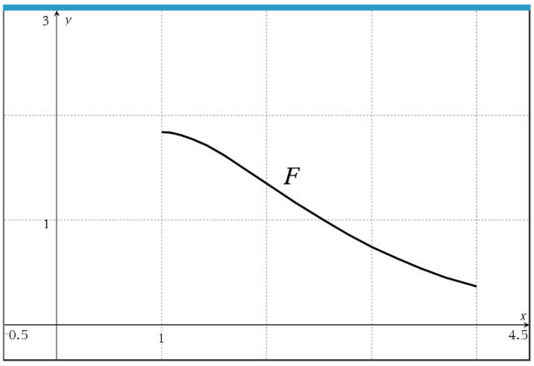
4. **Determine** the point on the slide where the gradient is greatest. 3 marks

Exercise 3 Calc. : ✓

Ein Hersteller von Kinderspielplätzen möchte seinen Kunden ein neues Modell einer Rutsche anbieten. Er erstellt ein Diagramm der vorgeschlagenen Rutsche in einer Schrägprojektion:



Das Profil dieser Rutsche wird in Metern gemessen und kann durch die Funktion F modelliert werden, gegeben durch $F(x) = (ax - b)e^{-x}$, für $1 \leq x \leq 4$, wobei a und b zwei Parameter sind. Die Funktion F wurde unten gezeichnet.



1. Die Tangente an dem Graphen der Funktion F soll an der Stelle, an der $x = 1$ ist, horizontal verlaufen.

   Bestimmen Sie den Wert des Parameters b. — 3 marks

2. Es ist auch geplant, dass der Anfang der Rutsche bei 1,85 Metern liegen wird.

   Bestimmen Sie den Wert des Parameters a. — 2 marks

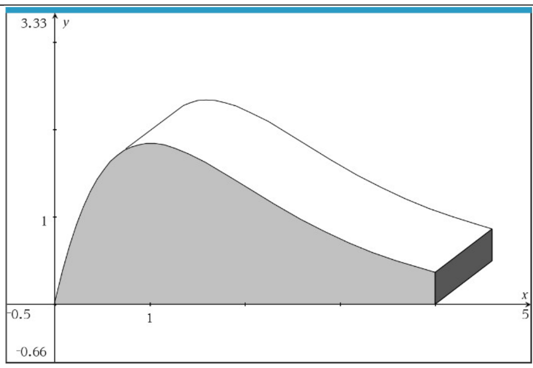
Es wird angenommen, dass das Profil der Rutsche schließlich modelliert wird durch die Funktion F, wobei $F(x) = 5x \cdot e^{-x}$.

3. **Zeigen** Sie, dass die Gesamtfläche jeder Seitenwand, die im Diagramm grau schattiert ist, gleich $5 - \dfrac{25}{e^4}$ m^2. — 2 marks

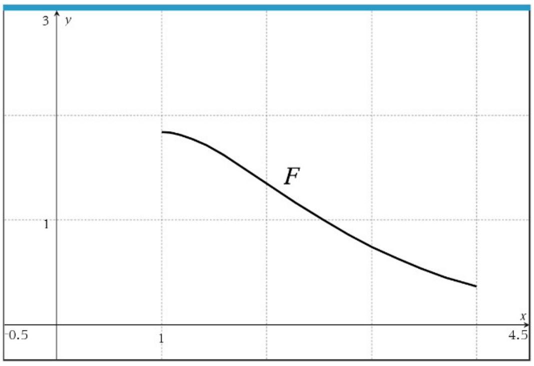
4. **Bestimmen** Sie den Punkt auf der Rutsche, an dem die Steigung am größten ist. — 3 marks

Exercise 4 Calc. : ✓

Leikkikentän liukumäkiä valmistava firma haluaa tarjota asiakkailleen uuden mallin. Tässä on mallikuva uudesta liukumäestä:



Liukumäen sivuprofiili mitataan metreissä ja sitä voidaan kuvata funktiolla $F(x) = (ax - b)e^{-x}$, for $1 \leq x \leq 4$, missä a ja b ovat parametrejä. Funktion F kuvaaja on esitetty alla:



1. Suunnitelman mukaan funktion F kuvaajalle kohtaan $x = 1$ piirretyn tangentin pitäisi olla vaakasuora.

   Määritä parametri b niin, että suunnitelma pitää paikkansa. — 3 marks

2. Lisäksi on suunniteltu, että liukumäki lähtisi korkeudelta 1,85 m.

   Määritä parametri a tässä tapauksessa. — 2 marks

Oletetaan, että sivuprofiilia kuvaava funktio on $F(x) = 5x \cdot e^{-x}$.

3. Näytä, että sivuseinien kokonaispinta-ala (harmaalla varjostetut alueet) on $5 - \dfrac{25}{e^4}$ m^2. — 2 marks

4. Määritä se piste liukumäellä, jossa liukumäki on jyrkin. — 3 marks