

**Exercice 1**

Calc. : ✓

On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction  $f$  définie sur  $]0; 1[ \cup ]1; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$  et on nomme  $C$  sa représentation graphique dans un repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  du plan.

$x$	0	$\frac{1}{e}$	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$-e$	$-\infty$	$+\infty$

1. Justifier les éléments suivants donnés par ce tableau de variations :

signe de  $f'(x)$ ; limites aux bornes de l'ensemble de définition; image de  $\frac{1}{e}$  par  $f$ .

On admet que :  $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$ .

2. Combien la courbe  $C$  possède-t-elle d'asymptotes? Donner une équation de chacune d'elles.

3. (a) Donner une équation de la tangente à la courbe  $C$  en son point  $A$  d'abscisse  $\frac{1}{e}$ .

(b) Déterminer une équation de la tangente à la courbe  $C$  en son point  $B$  d'abscisse  $e$ .

4. Indiquer pour quelles valeurs du réel  $k$  l'équation  $f(x) = k$ .

(a) ne possède aucune solution ;

(b) possède une solution unique ;

(c) possède deux solutions distinctes.

(Aucune justification n'est attendue dans cette question, on pourra s'aider de la représentation graphique de la fonction  $f$  obtenue à l'aide de la calculatrice)