

Exercice 1

Calc. : ✓

Partie 1

- a) En août 2021, les trajets effectués dans le système de partage de vélos d'Helsinki avaient une distance moyenne de 2,25 km et un écart type de 16,04 km.

Expliquer ce qui a pu causer un si grand écart-type.



Vélos publics à Helsinki

2 marks

- b) Sur une certaine période, la durée moyenne des déplacements était de $\mu = 645$ secondes et l'écart-type était de $\sigma = 271$ secondes. On suppose que la durée des trajets suit une distribution normale.

Calculer la probabilité qu'un trajet ait duré plus de 12 minutes.

3 marks

Partie 2

Une étude couvrant la période 2009–2019 a montré que la vente de vélos électriques dans l'Union européenne peut être modélisée par la fonction N donnée par

$$N(t) = 0,0756 \cdot e^{0,163t+2,03},$$

où t est le nombre d'années après 2009 et $N(t)$ est le nombre de vélos électriques vendus, en millions.

- c) **Réécrire** la formule de $N(t)$ sous la forme $N(t) = K \cdot A^t$.
- d) **Déterminer**, d'après ce modèle, le pourcentage annuel d'augmentation des ventes de vélos électriques.
- e) Depuis 2009, le nombre total de vélos (y compris les vélos électriques) vendus en Europe est resté à peu près constant à 20 millions de vélos par an.

2 marks

2 marks

Estimer l'année à partir de laquelle le nombre de vélos électriques vendus représentera plus de la moitié du nombre total de vélos vendus.

3 marks

Partie 3

La hauteur $h(t)$ en centimètres (cm) d'une pédale de vélo au-dessus du sol au temps t , en secondes, est définie par $h(t) = a \cdot \sin(b \cdot t) + d$.

- f) La hauteur maximale de la pédale est de 49 cm et la hauteur minimale est de 9 cm.

Déterminer a et d .

3 marks

- g) Le temps nécessaire pour effectuer une rotation complète de la pédale est de 1,5 seconde.

Calculer b .

3 marks

Expliquer quelle information b donne sur la rotation de la pédale.

Partie 4

Sur un site web (Euro-Velo) consacré aux cycloroutes de longue distance en Europe, la Route du Rhin a été l'itinéraire le plus visité.

En 2020, 142 124 des 1 644 417 visiteurs du site web ont visité la Route du Rhin.

En 2021, sur un échantillon aléatoire de 2 000 visiteurs du site web, 156 ont visité la Route du Rhin.

L'organisation Euro-Velo se demande si la proportion de personnes ayant visité la Route du Rhin a diminué de 2020 à 2021. Elle effectue donc un test d'hypothèse à un seuil de signification de 5%.

p désigne la proportion de tous les visiteurs du site web qui ont visité la Route du Rhin en 2021.

- h) **Vérifier** que l'hypothèse nulle de ce test est $H_0 : p = 0,086$.

2 marks

- i) **Déterminer** si le test est unilatéral à gauche ou à droite. **Justifier** la réponse.

2 marks

- j) **Calculer** la probabilité que le nombre de visiteurs de la Route du Rhin provenant d'un échantillon aléatoire de 2 000 visiteurs du site web soit inférieur ou égal à 156, en supposant que H_0 soit vraie.

3 marks

Décider si H_0 peut être rejetée. **Justifier** la conclusion.

Exercise 2

Calc. : ✓

Part 1

- a) In August 2021 the trips in Helsinki's bike sharing system had a mean distance of 2.25 km and a standard deviation of 16.04 km.

Explain what could have caused such a large standard deviation.



Public bikes in Helsinki

2 marks

- b) Over a certain period, the mean duration of the trips was $\mu = 645$ seconds and the standard deviation was $\sigma = 271$ seconds. Assume that the trip duration is normally distributed.

Calculate the probability that a trip took longer than 12 minutes.

3 marks

Part 2

A survey covering 2009–2019 has shown that the sale of e-bikes in the European Union can be modelled by the function N given by

$$N(t) = 0.0756 \cdot e^{0.163t+2.03},$$

where t is the number of years after 2009 and $N(t)$ is the number of e-bikes sold, in millions.

- c) **Rewrite** the formula for $N(t)$ in the form $N(t) = K \cdot A^t$.
- d) According to this model, **determine** the yearly percentage increase in the sale of e-bikes.
- e) Since 2009, the total number of all bikes sold (including e-bikes) in Europe has been approximately constant at 20 million bikes per year.

2 marks

2 marks

Estimate the year in which the number of e-bikes sold will be more than half of all bikes sold.

3 marks

Part 3

The height $h(t)$ in centimetres (cm) of a bicycle pedal above the ground at time t seconds is defined by $h(t) = a \cdot \sin(b \cdot t) + d$.

- f) The maximum height of the pedal is 49 cm and the minimum height is 9 cm.

Determine a and d .

3 marks

- g) The time taken to complete a full rotation of the pedal is 1.5 seconds.

Calculate b .

3 marks

Explain what information b gives about the rotation of the pedal.

Part 4

On a website (Euro-Velo) for long-distance cycle-routes in Europe, the Rhine Route has been the most visited route.

In 2020, 142 124 of the 1 644 417 visitors to the website visited the Rhine Route.

In 2021, in a random sample of 2 000 visitors to the website, 156 visited the Rhine Route.

The Euro-Velo organisation is wondering whether the proportion of people visiting the Rhine Route has decreased from 2020 to 2021. Hence, they are performing a hypothesis test at a 5% significance level.

p denotes the proportion of all visitors to the website visiting the Rhine Route in 2021.

- h) **Verify** that the null hypothesis for this test is $H_0 : p = 0.086$.

2 marks

- i) **Determine** whether the test is left or right sided. **Justify** your answer.

2 marks

- j) **Calculate** the probability that the number of visitors to the Rhine Route from a random sample of 2 000 visitors to the website is less than or equal to 156, assuming that H_0 is true.

3 marks

Decide whether H_0 can be rejected. **Justify** your conclusion.

Exercise 3

Calc. : ✓

Teil 1

- a) In Helsinki hatten im August 2021 die Fahrten mit einem öffentlichen Fahrrad eine durchschnittliche Entfernung von 2,25 km und eine Standardabweichung von 16,04 km.

Erklären Sie, was eine so große Standardabweichung verursacht haben könnte.



Öffentliche Fahrräder in Helsinki

2 marks

- b) In einem bestimmten Zeitraum betrug die durchschnittliche Dauer der Fahrten $\mu = 645$ Sekunden und die Standardabweichung betrug $\sigma = 271$ Sekunden. Es wird angenommen, dass die Fahrtdauer einer Normalverteilung folgt.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Fahrt länger als 12 Minuten dauerte.

3 marks

Teil 2

Eine Erhebung für den Zeitraum 2009–2019 hat gezeigt, dass der Verkauf von E-Bikes in der Europäischen Union durch die Funktion N modelliert werden kann, gegeben durch

$$N(t) = 0,0756 \cdot e^{0,163t+2,03},$$

wobei t die Anzahl der Jahre nach 2009 ist und $N(t)$ die Anzahl der verkauften E-Bikes in Millionen ist.

- c) **Schreiben** Sie die Formel für $N(t)$ in die folgende Form **um** $N(t) = K \cdot A^t$.
- d) **Bestimmen** Sie anhand dieses Modells den jährlichen prozentualen Anstieg des Verkaufs von E-Bikes.
- e) Seit 2009 liegt die Gesamtzahl aller verkauften Fahrräder (einschließlich E-Bikes) in Europa etwa konstant bei 20 Millionen Fahrrädern pro Jahr.

2 marks

2 marks

Schätzen Sie das Jahr, in dem die Zahl der verkauften E-Bikes mehr als die Hälfte der Gesamtzahl der verkauften Fahrräder ausmachen wird.

3 marks

<p>Teil 3</p> <p>Die Höhe $h(t)$ in Zentimetern (cm) eines Fahrradpedals über dem Boden zum Zeitpunkt t in Sekunden ist gegeben durch $h(t) = a \cdot \sin(b \cdot t) + d$.</p> <p>f) Die maximale Höhe des Pedals beträgt 49 cm und die minimale Höhe beträgt 9 cm. Bestimmen Sie a und d.</p> <p>g) Die Zeit, die für eine volle Pedalumdrehung benötigt wird, beträgt 1,5 Sekunden. Berechnen b. Erklären Sie, welche Informationen b über die Drehbewegung des Pedals liefert.</p>	<p>3 marks</p> <p>3 marks</p>
<p>Teil 4</p> <p>Auf einer Website (Euro-Velo) für Radfernwege in Europa ist die Rheinroute die meistbesuchte Route. Im Jahr 2020 besuchten 142 124 der 1 644 417 Besucher der Website die Rheinroute. Im Jahr 2021 besuchten bei einer Stichprobe von 2 000 Besuchern der Website, 156 die Rheinroute. Die Verantwortlichen von Euro-Velo wollen herausfinden, ob der Anteil der Besucher der Rheinroute von 2020 bis 2021 zurückgegangen ist. Deshalb führen sie einen Hypothesentest mit einem Signifikanzniveau von 5% durch. p gibt den Anteil aller Besucher der Website an, die im Jahr 2021 die Rheinroute besuchten.</p> <p>h) Überprüfen Sie, dass die Nullhypothese für diesen Test $H_0 : p = 0,086$ lautet.</p> <p>i) Bestimmen Sie, ob der Test links- oder rechtsseitig ist. Begründen Sie Ihre Antwort.</p> <p>j) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Besucher der Rheinroute aus einer Zufallsstichprobe von 2 000 Besuchern der Website kleiner oder gleich 156 ist, wobei angenommen wird, dass H_0 wahr ist. Entscheiden Sie, ob H_0 abgelehnt werden kann. Begründen Sie Ihre Entscheidung.</p>	<p>2 marks</p> <p>2 marks</p> <p>3 marks</p>