

Les parties 1 et 2 sont indépendantes

Partie 1

Le transport routier de passagers à Londres était de 339 601 kilomètres parcourus en 2019, soit une croissance annuelle de 4,6% par rapport à 226 913 en 2010.

Le nombre de kilomètres parcourus est modélisé par la fonction f :

$$f(x) = k \cdot A^x$$

Où $f(x)$ est le nombre de kilomètres parcourus et x le nombre d'années à partir de l'année 2010. Ainsi, $f(0) = 226\,913$ est le nombre de millions de kilomètres parcourus en 2010, $f(1)$ est le nombre de millions de kilomètres parcourus en 2011, etc.

- | | |
|---|---------|
| 1. Montrer que $A = 1,046$ et $k = 226\,913$ en justifiant. | 3 marks |
| 2. Écrire la fonction f sous la forme $f(x) = k \cdot e^{a \cdot x}$, en donnant la valeur approchée du paramètre a à trois chiffres après la virgule. Détailler votre calcul. | 3 marks |
| 3. Déterminer , pour l'année 2019, la différence entre la prévision de la formule de $f(x)$ et la valeur réelle de 339 601 kilomètres. | 3 marks |
| 4. Calculer en quelle année le nombre de kilomètres sera égal à 312 000. | 2 marks |
| 5. Expliquer pourquoi ce modèle ne peut pas être utilisé sur un nombre très élevé d'années. | 2 marks |
| 6. On suppose que le nombre de kilomètres parcourus s'écrit : | |

$$N = 226\,913 \times e^{0,045x}$$

où N est le nombre de kilomètres et x le nombre d'années à partir de 2010.

Démontrer que le nombre d'années x à partir de 2010 exprimé en fonction du nombre de kilomètres, est donné par la formule suivante :	2 marks
---	---------

$$x = \frac{\ln\left(\frac{N}{226\,913}\right)}{0,045}$$

Partie 2

Dans la très grande métropole d'Istanbul le nombre de kilomètres en mai 2021 était de 2 500 000. Mais avec la meilleure gestion de la Covid-19, une augmentation du nombre de kilomètres est prévue. Ainsi, deux ingénieurs (ingénieur n°1 et ingénieur n°2) prédisent le nombre de kilomètres parcourus chaque mois à partir du mois de mai 2021.

Les ingénieurs prévoient ainsi les données pour les mois suivants :

Mois	Prévisions de l'ingénieur n°1 Nombre de km parcourus	Prévisions de l'ingénieur n°2 Nombre de km parcourus
Mai 2021	2 500 000	2 500 000
Juin 2021	2 550 000	2 537 500
Juillet 2021	2 600 000	2 575 563
Août 2021	2 650 000	2 614 196
Septembre 2021	2 700 000	2 653 409
Octobre 2021	2 750 000	2 693 210

1. **Chercher** quel ingénieur a fait un modèle linéaire et quel ingénieur a fait un modèle exponentiel. **Justifier** votre choix par des calculs. 4 marks
2. On suppose que l'ingénieur n°2 a construit un modèle exponentiel :
 - (a) **Déterminer** l'expression de la fonction exponentielle correspondante sous la forme : $h(t) = k \times A^t$
où t est le nombre de mois écoulés après mai 2021. 2 marks
 - (b) **Déterminer** le taux de croissance en pourcentage de ce modèle exponentiel. 2 marks
3. Le modèle linéaire est donné par la formule : $g(t) = 2\,500\,000 + 50\,000 \times t$
et le modèle exponentiel par la formule : $h(t) = 2\,500\,000 \times 1,015^t$.
Avec t le nombre de mois après mai 2021, soit $t = 0$ au mois de mai 2021.
Calculer le mois au cours duquel on obtient le même nombre de kilomètres pour les deux modèles. 2 marks