

Exercise 1

Calc. : ✓

Following the introduction of 100 squirrels into a forest in 2020, the population is studied. It is observed that the number of squirrels increases by an average of 30% each year. It is assumed that the squirrel population can be modeled by a function of the form:

$$P(x) = k \times A^x$$

where $\begin{cases} P \text{ is the number of squirrels} \\ x \text{ is the time in years} \\ k \text{ and } A \text{ are constants to be determined} \end{cases}$

- a) **Determine** the value of the constant A of the model corresponding to the data given. **Justify** your response. 2 marks

For the rest of the exercise, we use the following function:

$$P(x) = 100 \times 1.3^x$$

- b) **Calculate** the squirrel population after 6 months; 5 years; 10 years. 3 marks
- c) Using the calculator, **determine** the year in which the squirrel population will exceed 500 squirrels. 2 marks
- d) **Explain** why this model cannot be used in the long term. 2 marks

In order to study the squirrel population in 2021, a feeder was installed in the middle of the forest. A camera is placed nearby, as well as a heat detector with a tally counter. Every hour of the day, the number of squirrels present at the feeder is counted.

During a day in 2021, a maximum number of visitors (10 squirrels) was detected at 8:00 in the morning. At 20:00, the minimum number of visitors was counted (no squirrels).

It is assumed that the use of the feeder over time can be modelled by a periodic function.

<p>e) Determine the parameters a, b, c and d in the model of the type:</p>	3 marks
$N(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$	
<p>where N is the number of squirrels present at the feeder and x is the hours in a day.</p>	
<p>In 2020, a similar study was carried out. The number of squirrels at the feeder over time was modeled in this earlier study by the following function:</p>	
$T(x) = 6 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{10} \cdot (x - 3)\right) + 7$	
<p>f) Using the periodic model for the year 2020, calculate the number of squirrels at 14:00.</p>	2 marks
<p>g) Represent the periodic pattern.</p>	2 marks
<p>h) Using the periodic model for the year 2020, estimate the hour(s) of the day when there are 7 visitors to the feeder.</p>	3 marks
<p>It is estimated that 10% of the squirrels in the forest are chipped in order to be traced.</p>	
<p>i) Calculate the probability of having at least 1 chipped squirrel among the squirrels present at the feeder at 08:00 in the morning. Round the answer to 4 decimal places.</p>	3 marks
<p>When the squirrel population reaches 1 000 individuals, an epidemiological study is conducted. It is observed that 60% of squirrels are females, out of which 15% are still of the generation introduced in 2020; while 250 squirrels are males of one of the following generations.</p>	
<p>We define the following events:</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • F = the squirrel is a female • M = the squirrel is a male • G₀ = the squirrel is of the generation initially introduced • G₁ = the squirrel is of one of the generations following the one initially introduced 	
<p>j) A squirrel from the starting generation is taken at random. Determine the probability that this squirrel is a male.</p>	3 marks

Exercice 2

Calc. : ✓

Suite à l'introduction de 100 écureuils dans une forêt en 2020, la population est étudiée. On constate que le nombre d'écureuils augmente en moyenne de 30% chaque année. On admet que la population d'écureuils peut être modélisée par une fonction de la forme :

$$P(x) = k \times A^x$$

où $\begin{cases} P \text{ est le nombre d'écureuils} \\ x \text{ le temps en années} \\ k \text{ et } A \text{ des constantes à déterminer} \end{cases}$

- a) **Déterminer** la valeur de la constante A du modèle correspondant aux données de l'énoncé. **Justifier** votre réponse. 2 marks

Pour la suite de l'exercice, on admettra que :

$$P(x) = 100 \times 1,3^x$$

- b) **Calculer** la population d'écureuils au bout de 6 mois ; de 5 ans ; de 10 ans. 3 marks
- c) À l'aide de la calculatrice, **déterminer** l'année durant laquelle la population d'écureuils dépassera les 500 individus. 2 marks
- d) **Expliquer** pourquoi ce modèle ne peut être utilisé au long terme. 2 marks

Afin d'étudier la population d'écureuils en 2021, une mangeoire a été installée au milieu de la forêt. Une caméra est disposée à proximité, ainsi qu'un détecteur de chaleur muni d'un compteur. Ainsi à chaque heure du jour, le nombre d'écureuils présents à la mangeoire est dénombré. Au cours d'une journée de 2021, il a été détecté un nombre maximum de visiteurs (10 écureuils) à 8h du matin. A 20h, le nombre minimal de visiteurs a été compté (aucun écureuil). On admet que la fréquentation de la mangeoire au cours du temps puisse être modélisée par une fonction périodique.

<p>e) Déterminer les paramètres a, b, c et d dans le modèle du type :</p>	3 marks
$N(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$	
<p>où N est le nombre d'écureuils présents à la mangeoire en été et x est l'heure de la journée.</p>	
<p>En 2020, une étude similaire avait été réalisée. On pouvait alors admettre que la fréquentation de la mangeoire au cours du temps était modélisée par la fonction suivante :</p>	
$T(x) = 6 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{10} \cdot (x - 3)\right) + 7$	
<p>f) À l'aide du modèle périodique donné pour l'année 2020, calculer le nombre d'écureuils à 14h.</p>	2 marks
<p>g) Tracer la représentation graphique de ce modèle périodique.</p>	2 marks
<p>h) À l'aide du modèle périodique donné pour l'année 2020, estimer la/les heure/s de la journée où il y a 7 visiteurs à la mangeoire.</p>	3 marks
<p>On estime que 10% des écureuils présents dans la forêt sont pucés afin d'être tracés.</p>	
<p>i) Calculer la probabilité d'avoir, à 8h du matin, au moins 1 écureuil pucé parmi les écureuils présents à la mangeoire. Arrondir le résultat à 4 décimales près.</p>	3 marks
<p>Quand la population d'écureuils atteint les 1 000 individus, une étude épidémiologique est menée. On relève alors que 60% des écureuils sont des femelles, que 15% des femelles sont encore de la génération introduite en 2020 ; tandis que 250 écureuils sont des mâles d'une des générations suivantes.</p>	
<p>On note :</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • F = l'écureuil est une femelle • M = l'écureuil est un mâle • G_0 = l'écureuil est de la génération initialement introduite • G_1 = l'écureuil est d'une des générations suivant celle initialement introduite 	
<p>j) On prélève au hasard un écureuil appartenant à la génération de départ. Déterminer la probabilité que cet écureuil soit un mâle.</p>	3 marks