Test B1 du mardi 05/12/2023 (Calculatrice : ✗) Correction

## Exercice 1 — 3.5 points

1. Parmi les trois propositions suivantes, **donner** la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 252. — 0.5 point

| a) $2^2 \times 9 \times 7$ | b) $2 \times 2 \times 3 \times 21$ | c) $2^2 \times 3^2 \times 7$ |
|---|---|---|

2. **Déterminer** la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 156. — 1 point
3. **Écrire** $7\sqrt{5} - 3\sqrt{20} + \sqrt{80}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, avec $a$ et $b$ entiers et $b$ le plus petit possible. — 1 point
4. Parmi les cinq propositions suivantes, **donner** le nombre égal à $\dfrac{2}{1-\sqrt{3}}$. — 1 point

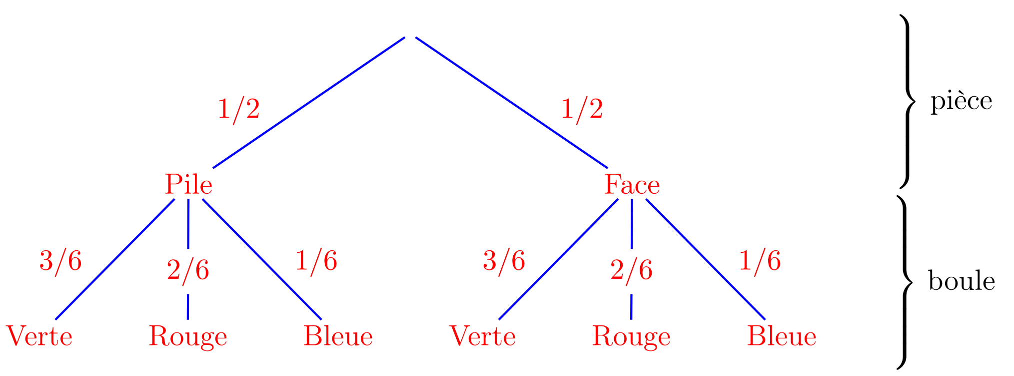
| a) $\sqrt{3}$ | b) $1+\sqrt{3}$ | c) $-\sqrt{3}$ | d) $1-\sqrt{3}$ | e) $-1-\sqrt{3}$ |
|---|---|---|---|---|

1. Dans la première proposition il y a 9 qui n'est pas un nombre premier, dans la seconde proposition il y a 21 qui n'est pas un nombre premier. C'est forcément la $\boxed{\text{proposition } c}$ qui est la bonne.
2. 156 est divisible par 2, ça donne 78, qui est encore divisible par 2, ça donne 39. Ce nombre n'est plus divisible par 2 mais il est divisible par 3, ça donne 13, qui est premier. Donc $\boxed{156 = 2^2 \times 3 \times 13}$.
3. $$\begin{aligned} & 7\sqrt{5} - 3\sqrt{20} + \sqrt{80} \\ = \; & 7\sqrt{5} - 3\sqrt{4\times 5} + \sqrt{16 \times 5} && \text{On reconnaît les carrés parfaits dans les radicandes.} \\ = \; & 7\sqrt{5} - 3\sqrt{4}\sqrt{5} + \sqrt{16}\sqrt{5} && \text{On utilise } \sqrt{a\times b} = \sqrt{a}\times\sqrt{b}. \\ = \; & 7\sqrt{5} - 3\times 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} && \text{On simplifie les racines.} \\ = \; & 7\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 4\sqrt{5} && \text{On calcule les multiplications.} \\ = \; & \boxed{5\sqrt{5}} && \text{On calcule les addition / soustraction.} \end{aligned}$$
4. Pour enlever la racine du dénominateur de $\dfrac{2}{1-\sqrt{3}}$, la technique est de multiplier en haut et en bas par la « quantité conjuguée » du dénominateur, c'est-à-dire par $1+\sqrt{3}$. Cela permettra d'utiliser l'identité remarquable $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ qui fera donc disparaître la racine au dénominateur :
$$\frac{2}{1-\sqrt{3}} = \frac{2\left(1+\sqrt{3}\right)}{\left(1-\sqrt{3}\right)\left(1+\sqrt{3}\right)} = \frac{2+2\sqrt{3}}{1-3} = \frac{2+2\sqrt{3}}{-2} = \boxed{-1-\sqrt{3}}$$ (proposition e).

## Exercice 2 — 3 points

Julian lance une pièce de monnaie bien équilibrée, puis tire une boule au hasard parmi 3 boules vertes, 2 rouges et 1 bleue (ces boules sont indiscernables au toucher).

1. **Compléter** l'arbre de probabilités pour cette expérience : — 1 point




2. **Déterminer** le nombre d'issues de cette expérience. **Expliquer** par une phrase une de ces issues (à choisir). — 1 point
3. **Calculer** la probabilité que Julian n'obtienne pas « pile » et ne tire pas de boule rouge. — 1 point

1. On a complété en rouge l'arbre. La pièce est bien équilibrée, donc probabilité 1/2 sur chaque branche. Il y a ensuite une urne avec $3+2+1=6$ boules, dans une situation encore une fois d'équiprobabilité (boules indiscernables au toucher) d'où les probabilités sur le second étage.

2. Si les boules d'une même couleur sont indistingables les unes des autres (quand on les regarde ; on sait déjà qu'elles sont indiscernables au toucher), alors il y a $\boxed{\text{6 issues}}$ pour cette expérience, qui correspondent aux 6 branches de l'abre. L'une d'entre elles, qui correspond à la branche de gauche, est « obtenir Pile puis tirer une boule verte » ; une autre est « obtenir Pile puis tirer une boule rouge », etc.

   Si les 3 boules vertes sont différentes quand on les regarde, et que les 2 boules rouges aussi, alors il y a $\boxed{\text{12 issues}}$ : « obtenir Pile puis tirer la boule verte n°1 » ; « obtenir Pile puis tirer la boule verte n°2 » ; « obtenir Pile puis tirer la boule verte n°3 » ; « obtenir Pile puis tirer la boule rouge n°1 » ; « obtenir Pile puis tirer la boule rouge n°2 » ; « obtenir Pile puis tirer la boule bleue » ; et de même avec Face.

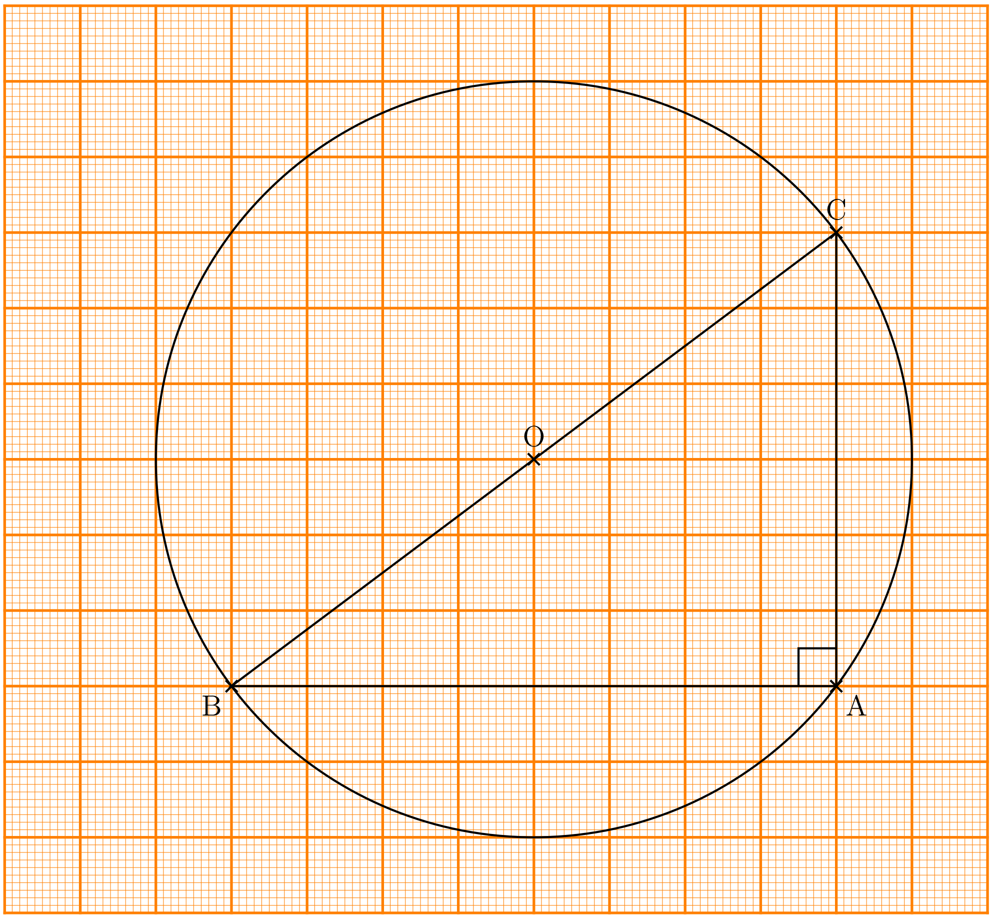
3. L'événement « ne pas obtenir Pile et ne pas tirer de boule rouge » est sur les branches 4 et 6 de l'arbre. La probabilité de cet événement correspond donc à la somme des probabilités de ces deux branches : $\frac{1}{2} \times \frac{3}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \boxed{\frac{1}{3}}$.

**Exercice 3** **3.5 points**

| | |
|---|---|
| Soit ABC un triangle tel que AB = 8 cm, AC = 6 cm et BC = 10 cm. | |
| 1. **Montrer** que ABC est un triangle rectangle. | 1 point |
| 2. Sur la feuille de papier millimétrée jointe, **représenter** le triangle ABC en vraie grandeur. On note O le centre du cercle circonscrit à ABC. **Expliquer** comment construire le point O, puis **tracer** le cercle circonscrit à ABC. | 1.5 point |
| 3. **Déterminer** la longueur OA. **Justifier**. | 1 point |

1. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est BC.
   $BC^2 = 10^2 = 100$.
   $AB^2 + AC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$
   Ainsi, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, $\boxed{\text{ABC est rectangle en A}}$.

2. Le point O est le milieu de l'hypoténuse, puisque le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour diamètre son hypoténuse.




3. Puisque le cercle circonscrit a pour centre O, alors les 3 points sont sur le cercle et donc OA = OB = OC. Or O est le milieu de [BC] donc ces trois longueurs sont égales à $\boxed{\text{5 cm}}$.