Exercice 1 — Racines et exposants (8 points)

1. $3^{-2} \times 9^2 = \dfrac{9^2}{3^2} = \dfrac{9^2}{9} = \boxed{9}$

2. $\dfrac{16^{1/2}}{4} = \dfrac{\sqrt{16}}{4} = \dfrac{4}{4} = \boxed{1}$

3. $\sqrt[3]{0,125} = \sqrt[3]{125 \times 0,001} = \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{0,001} = 5 \times 0,1 = \boxed{0,5}$

4. $\sqrt{8} \times \sqrt[4]{4} = 8^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{1}{4}} = \left(2^3\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(2^2\right)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{2}{4}} = 2^{\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}} = 2^2 = \boxed{4}$

Exercice 2 — Trigonométrie (12 points)

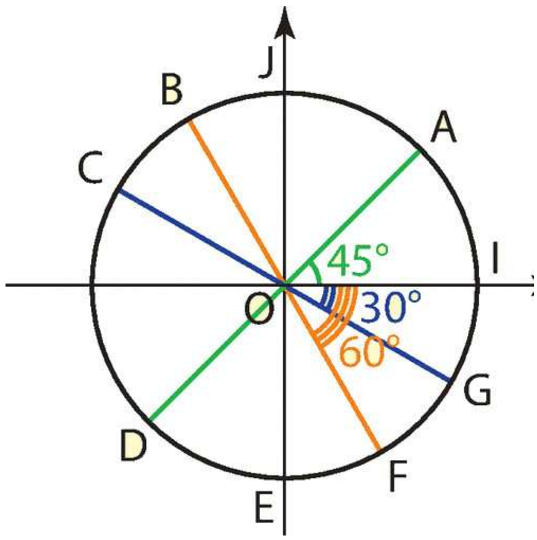
Dans les questions 1) et 2), on peut tout retrouver à l'aide du fait que 360° = 2π radians.

1. (a) 90°, c'est $\boxed{\dfrac{\pi}{2}}$ radians.

   (b) 135° = 90° + 45°, donc c'est $\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{4} = \boxed{\dfrac{3\pi}{4}}$ radians.

2. (a) $\dfrac{\pi}{4}$, c'est $\boxed{45°}$.

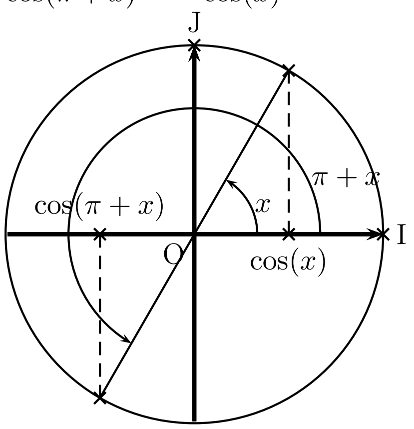
   (b) On sait que $\dfrac{\pi}{6}$, c'est 30° (c'est un des angles remarquables du tableau, mais on peut le retrouver parce qu'en 1)a) on a écrit 90° = $\dfrac{\pi}{2}$ radians, on divise alors tout par 3) donc $\dfrac{5\pi}{6}$, c'est $\boxed{150°}$.



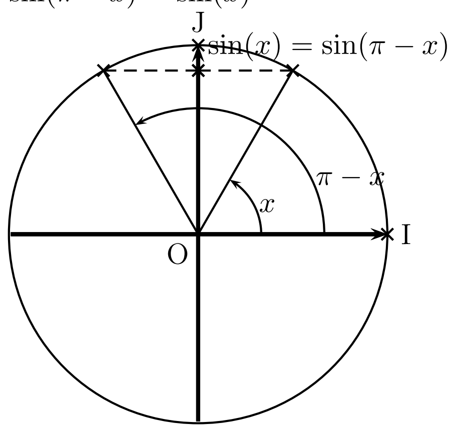
3. (a) $-\dfrac{\pi}{3}$ est associé au point $\boxed{F}$.

   (b) $\dfrac{17\pi}{6} = \dfrac{12\pi}{6} + \dfrac{5\pi}{6}$, le point associé est donc le même qu'à $\dfrac{5\pi}{6}$, c'est le point $\boxed{C}$.

4. (a) $\cos(\pi + x) = -\cos(x)$



   (b) $\sin(\pi - x) = \sin(x)$



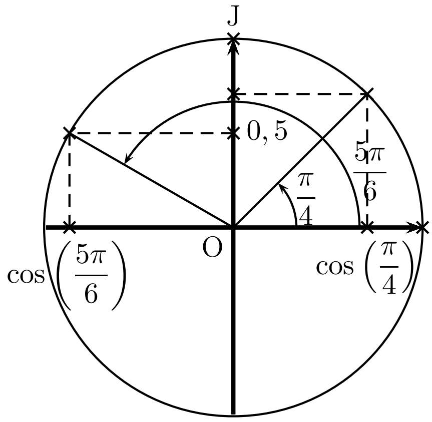
5. Pour cette question, on pouvait dessiner le cercle trigonométrique si on ne connaissait plus par cœur les valeurs. Les cercles correspondants sont à la page suivante.

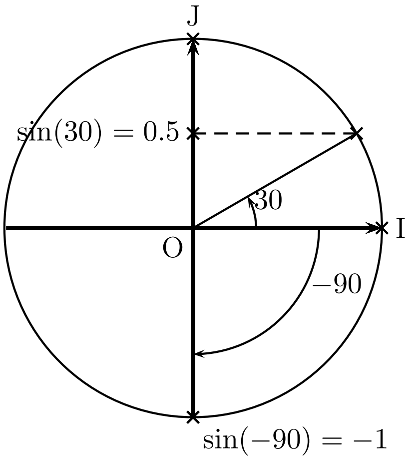
   (a) $\cos\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \boxed{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}$

   (b) $\sin(30°) = \boxed{\dfrac{1}{2}}$

   (c) $\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}\right) = \boxed{-\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

   (d) $\sin(-90°) = \boxed{-1}$





Exercice 3 — Géométrie (10 points)

Proposition 1 : "Si $A(2;3)$, $B(-3;1)$ et $C(-1;-5)$ alors (AB) et (BC) sont perpendiculaires." On peut utiliser le fait que $(AB) \perp (BC) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

Ici : $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = (-5) \times 2 + (-2) \times (-6) = -10 + 12 = 2 \neq 0$. Ainsi c'est $\boxed{\text{faux}}$.

Proposition 2 : "Si $A(2;3)$, $B(-3;1)$ et $D(-13;-3)$ alors A, B et D sont alignés." On peut utiliser le faut que A, B et D sont alignés lorsque les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont colinéaires. On peut le vérifier directement ($k \times \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$) ou vérifier que le produit en croix de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ est respecté, c'est-à-dire que le déterminant de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ est nul.

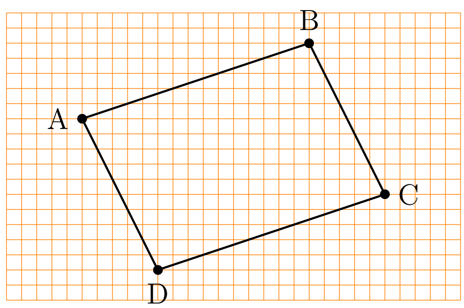
Ici : $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -15 \\ -6 \end{pmatrix}$. On peut voir que les vecteurs sont colinéaires car $\overrightarrow{AD} = 3 \times \overrightarrow{AB}$, ou calculer le déterminant $(-5) \times (-6) - (-2) \times (-15) = 30 - 30 = 0$. Ainsi c'est $\boxed{\text{vrai}}$.

Proposition 3 : Soient les deux points $E(1;3)$ et $F(a;2a)$ où a est un nombre réel. "Si F est le milieu du segment $[EG]$ alors les coordonnées de G sont $(2a-1;4a-3)$." On peut ici utiliser le fait que le milieu F du segment $[EG]$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} \dfrac{x_E + x_G}{2} \\ \dfrac{y_E + y_G}{2} \end{pmatrix}$.

On va calculer le milieu M de $[EG]$ et voir si on retombe bien sur F : $M \begin{pmatrix} \dfrac{1 + 2a - 1}{2} \\ \dfrac{3 + 4a - 3}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 2a \end{pmatrix}$.

On retrouve bien les coordonnées de F, ainsi c'est $\boxed{\text{vrai}}$.

Proposition 4 : "Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$." On peut ici utiliser le parallélogramme : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ veut dire que $ABCD$ est un parallélogramme. Ainsi c'est $\boxed{\text{vrai}}$ (c'est l'égalité des deux vecteurs sur les autres côtés du parallélogramme, il suffit de faire un dessin).



Proposition 5 : "Si (AB) est parallèle à (CD) et si $AB = \frac{1}{2}CD$ alors $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$." Cette phrase est $\boxed{\text{fausse}}$. Les points A et B ne sont pas forcément dans le même ordre sur la droite (AB) que les points C et D sur la droite (CD), ce tout ce qu'on peut dire c'est que $\overrightarrow{AB} = \pm\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$.