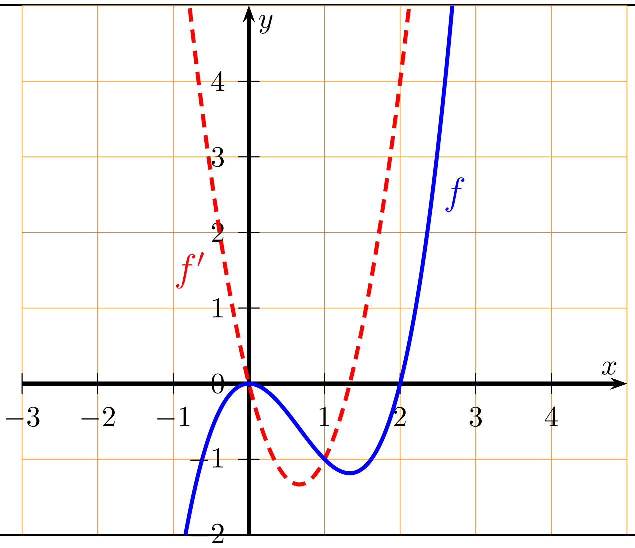
Exercice A1 **5 points**

Le graphique ci-contre montre la courbe d'une fonction f et celle de sa fonction dérivée f'.



a) **Trouver** la valeur de $f(2)$ et de $f'(2)$. — 2 points

b) **Déterminer** une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x = 2$. — 3 points

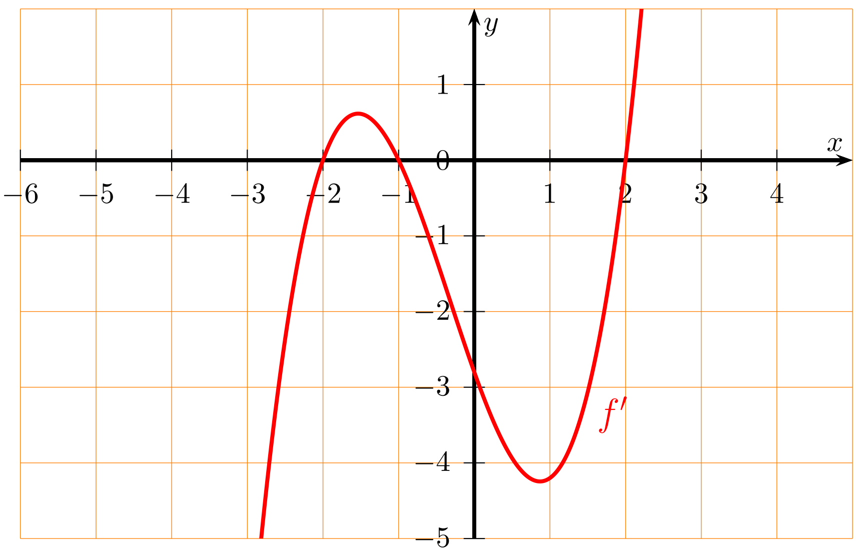
a) Graphiquement, on lit $\boxed{f(2) = 0}$ et $\boxed{f'(2) = 4}$.

b) On utilise la formule de la tangente au point d'abscisse a : $\boxed{y = f'(a) \times (x - a) + f(a)}$.

Ici, $a = 2$, et on vient de lire $f(2)$ et $f'(2)$ d'où l'équation $y = 4 \times (x - 2) + 0$ c'est-à-dire $\boxed{y = 4x - 8}$.

Exercice A2 **5 points**

Le graphique montre la courbe de la dérivée f' d'une fonction f.



a) **Donner** les intervalles sur lesquels la fonction f est croissante. — 2 points

b) **Déterminer** si la fonction f a un maximum local. **Justifier** votre réponse. — 3 points

a) On lit graphiquement le signe de f' pour en déduire les variations de f. Là où la courbe de f' est en-dessous de l'axe des abscisses, $f' < 0$ (signe « $-$ ») donc f est décroissante, là où la courbe de f' est au-dessus de l'axe des abscisses, $f' > 0$ (signe « $+$ ») donc f est croissante.

x	$-\infty$		-2		-1		2		$+\infty$
Sgn. $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
Var $f(x)$		↘		↗		↘		↗	

Ainsi, le tableau de variations nous permet de lire que f est croissante sur $\boxed{[-2; -1]}$ et sur $\boxed{[2; +\infty[}$.

b) Ainsi f a un maximum local à l'abscisse $\boxed{-1}$ car f est croissante juste avant puis décroissante juste après.

Exercice A3 **5 points**

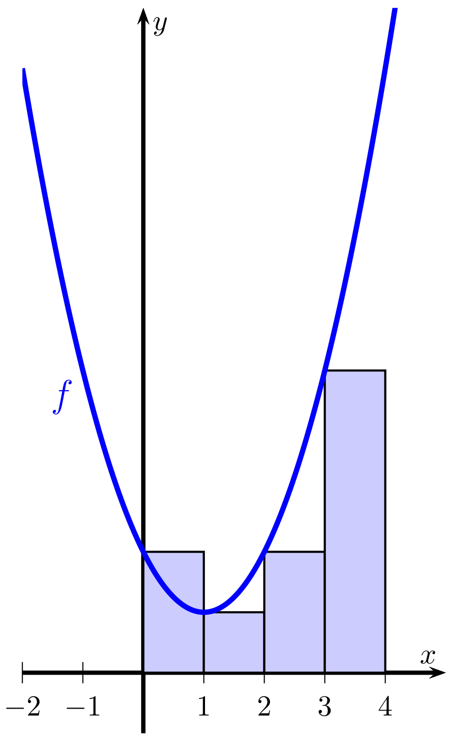
On considère la fonction f définie par $f(x) = 3x^3 - 2x^2 - 1$. On considère aussi la fonction F définie par $F(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x + d$, où a, b, c et d sont quatre nombres réels.	
a) **Trouver** les valeurs des trois paramètres a, b, et c pour que $F' = f$.	3 points
b) **Trouver** la valeur du paramètre d pour que $F(1) = \dfrac{1}{12}$.	2 points

1. On demande une primitive de f, c'est ici $F(x) = 3\dfrac{x^4}{4} - 2\dfrac{x^3}{3} - x + \text{constante} = \dfrac{3}{4}x^4 - \dfrac{2}{3}x^3 - x + \text{constante}$, c'est-à-dire $\boxed{a = \dfrac{3}{4}}$, $\boxed{b = -\dfrac{2}{3}}$ et $\boxed{c = -1}$.

   Sinon, on pouvait partir de l'égalité de l'énoncé, et calculer la dérivée de F, pour trouver a, b et c. $F'(x) = a \cdot 4x^3 + b \cdot 3x^2 + c = 4ax^3 + 3bx + c$. Or on veut que $F'(x) = f(x)$, et donc, on doit avoir l'égalité $4ax^3 + 3bx + c = 3x^3 - 2x^2 - 1$ et on identifie alors chaque coefficient : $\begin{cases} 4a = 3 \\ 3b = -2 \\ c = -1 \end{cases}$ (même résultat).

2. On cherche maintenant la primitive de f qui vaut $\dfrac{1}{12}$ quand x vaut 1. Il faut donc trouver d pour que $\dfrac{3}{4} \cdot 1^4 - \dfrac{2}{3} \cdot 1^3 - 1 + d = \dfrac{1}{12}$. On résout :
   $\dfrac{3}{4} - \dfrac{2}{3} - 1 + d = \dfrac{1}{12}$, c'est-à-dire $d = \dfrac{1}{12} - \dfrac{3}{4} + \dfrac{2}{3} + 1 = \dfrac{1}{12} - \dfrac{3 \times 3}{4 \times 3} + \dfrac{2 \times 4}{3 \times 4} + \dfrac{12}{12} = \dfrac{1}{12} - \dfrac{9}{12} + \dfrac{8}{12} + \dfrac{12}{12} = \dfrac{12}{12} = \boxed{1}$.

Exercice A4 **5 points**

Voici la courbe de la fonction f définie par : $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 	
a) **Trouver** une approximation de l'aire sous la courbe de $x = 0$ à $x = 4$ en utilisant des rectangles à gauche de largeur 1.	3 points
b) En se basant sur la courbe, **discuter** si cette approximation est une sur-estimation de $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x$, ou une sous-estimation. **Justifier** votre réponse.	2 points

a) Les 4 rectangles à considérer sont tracés, il faut calculer leur aire totale. Pour cela, il faut calculer la hauteur de chacun d'entre eux. Le premier rectangle va jusqu'à $f(0) = 0^2 - 2 \times 0 + 2 = 2$. Le second va jusqu'à $f(1) = 1^2 - 2 \times 1 + 2 = 1$. Le troisième va jusqu'à $f(2) = 2^2 - 2 \times 2 + 2 = 2$. Le quatrième va jusqu'à $f(3) = 3^2 - 2 \times 3 + 2 = 5$. Ainsi l'aire totale est approchée par ces rectangles par la valeur $2+1+2+5 = \boxed{10}$.

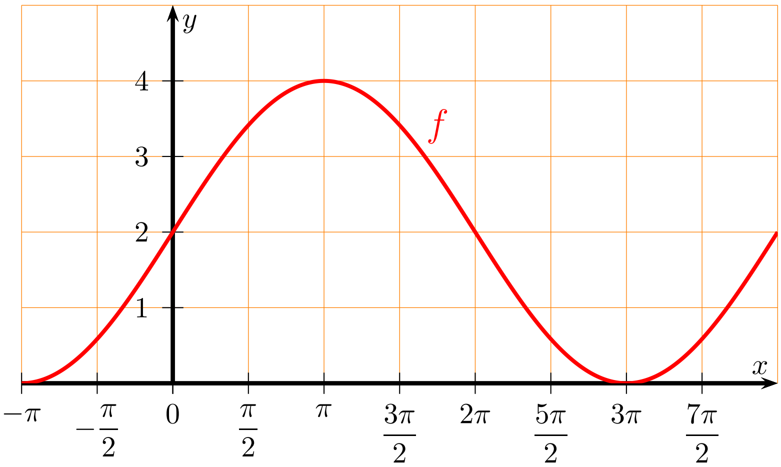
b) Le premier rectangle dépasse un peu de la courbe, mais les trois autres sont très largement en-dessous. Clairement, on vient de calculer une $\boxed{\text{sous-estimation}}$ de l'aire sous la courbe (qui vaut $\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ car f est positive).

Exercice A5 **5 points**

Le graphique ci-dessous montre la courbe d'une fonction périodique f, définie par :

$$f(x) = a \cdot \sin(b(x - c)) + d$$

(où a, b, c et d sont quatre nombres réels).



En se basant sur les informations données par le graphique, — 5 points

- **déterminer** l'amplitude, la période et le décalage vertical de f, puis **donner** les valeurs de a, b et d.
- **trouver** $f(\pi)$ et $f(9\pi)$.

La fonction est centrée verticalement en 2, c'est son décalage vertical. Autour de cette valeur, la fonction oscille de plus ou moins 2, c'est son amplitude. Enfin, la fonction vaut son minimum 0 en $-\pi$ et vaut de nouveau 0 à 3π donc la période est de 4π. L'amplitude, c'est $\boxed{a = 2}$. Le décalage vertical, c'est $\boxed{d = 2}$. La période $p = 4\pi$ est liée au coefficient b par la formule (voir formulaire) $b = \frac{2\pi}{p} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{2}{4} = \boxed{\frac{1}{2}}$.

On peut lire graphiquement $\boxed{f(\pi) = 4}$. La valeur $f(9\pi)$ n'est pas visible sur le graphique, mais puisque la période est de 4π, on a donc $f(9\pi) = f(5\pi) = f(\pi) = \boxed{4}$.

Exercice A6 **5 points**

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

On rappelle que la fonction F définie par $F(x) = \ln(x)$ est une primitive de f.
Calculer l'aire sous la courbe de f de $x = 1$ à $x = \mathrm{e}$. — 5 points

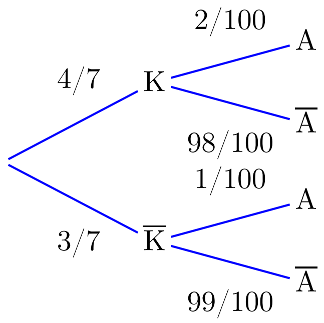
La fonction f est positive de $x = 1$ à $x = \mathrm{e}$, donc cette aire vaut $\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x = [F(x)]_1^{\mathrm{e}} = F(\mathrm{e}) - F(1) = \ln(\mathrm{e}) - \ln(1) = 1 - 0 = \boxed{1}$.

Exercice A7 **5 points**

Deux frères, Jarek et Kuba, lavent la vaisselle après chaque dîner. Kuba est plus vieux et la probabilité qu'il lave la vaisselle après le dîner est de $4/7$. Quand Kuba lave la vaisselle, la probabilité de casser une assiette est de $2/100$. Quand Jarek lave la vaisselle, cette probabilité est de $1/100$. On choisit un dîner au hasard.	
a) **Dessiner** un arbre de probabilités représentant la situation.	2 points
b) Une assiette est cassée en lavant la vaisselle après le dîner choisi. **Calculer** la probabilité que Kuba ait lavé la vaisselle.	3 points

a) On considère un dîner au hasard, et on note :

- K l'événement : « Kuba lave la vaisselle après ce dîner » ;
- A l'événement : « une assiette est cassée pendant la vaisselle ».



b) Dans cette question, on sait que A est réalisé, et on demande la probabilité de K. Il faut donc calculer $P_{\text{A}}(\text{K})$. On la calcule avec la formule $P_{\text{A}}(\text{K}) = \dfrac{P(\text{K} \cap \text{A})}{P(\text{A})}$. On lit sur l'arbre que $P(\text{K} \cap \text{A}) = \dfrac{4}{7} \times \dfrac{2}{100} = \dfrac{8}{700}$ et que $P(\text{A}) = \dfrac{4}{7} \times \dfrac{2}{100} + \dfrac{3}{7} \times \dfrac{1}{100} = \dfrac{8}{700} + \dfrac{3}{700} = \dfrac{11}{700}$. Ainsi $P_{\text{A}}(\text{K}) = \dfrac{P(\text{K} \cap \text{A})}{P(\text{A})} = \dfrac{\frac{8}{700}}{\frac{11}{700}} = \dfrac{8}{700} \times \dfrac{700}{11} = \boxed{\dfrac{8}{11}}$.

Exercice A8 **5 points**

Dans une certaine classe, 60% des étudiants ont un chat, 50% des étudiants ont un chien. On sait aussi que 30% des étudiants ont à la fois un chien et un chat. On choisit un étudiant au hasard dans cette classe et on considère les deux événements suivants : Événement A – l'étudiant a un chien, Événement B – l'étudiant a un chat.	
a) **Déterminer** si les événements A et B sont indépendants. **Justifier** la réponse.	2 points
b) **Calculer** $P(\text{A} \cup \text{B})$.	3 points

a) Pour savoir si A et B sont indépendants, on peut regarder s'il est vrai que $P(\text{A} \cap \text{B}) = P(\text{A}) \times P(\text{B})$ (égalité du formulaire qui est vraie si et seule si les événements sont indépendants).
Ici $P(\text{A} \cap \text{B}) = 30\%$, $P(\text{A}) = 50\%$ et $P(\text{B}) = 60\%$. Il est bien vrai que $50\% \times 60\% = 30\%$, donc $\boxed{\text{oui}}$, A et B sont indépendants.

b) $P(\text{A} \cup \text{B}) = P(\text{A}) + P(\text{B}) - P(\text{A} \cap \text{B}) = 50\% + 60\% - 30\% = \boxed{80\%}$.

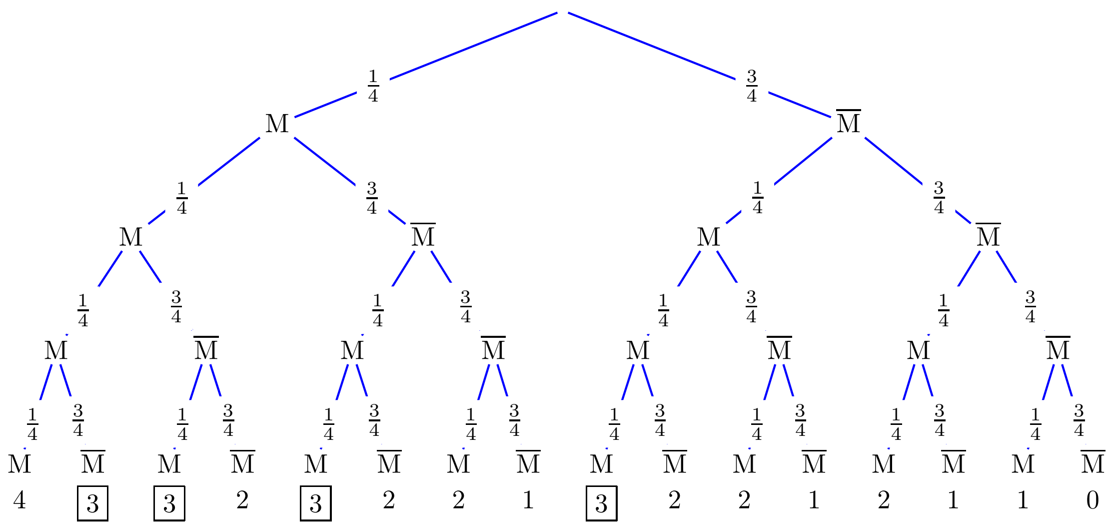
Exercice A9 **5 points**

Un joueur lance des fléchettes sur une cible 4 fois de suite. À chaque lancer, ce joueur atteint le mille, dans le centre de la cible, avec une probabilité de $1/4$. La variable aléatoire X indique combien de fois le joueur a atteint le mille.	
a) **Expliquer** pourquoi la variable aléatoire X suit une loi binomiale et **donner** ses paramètres.	2 points
b) **Calculer** la probabilité que ce joueur atteigne le mille exactement trois fois.	3 points

a) Il s'agit d'une situation où la loi binomiale s'applique (<u>répétition</u> 4 fois d'un événement <u>identique</u>, de manière <u>indépendante</u>). On a donc $\boxed{n = 4}$ et $\boxed{p = 1/4}$.

b) On doit calculer $P(X = 3) = \dbinom{4}{3} \times \left(\dfrac{1}{4}\right)^3 \left(1 - \dfrac{1}{4}\right)^1 = 4 \times \dfrac{1}{64} \times \dfrac{3}{4} = \boxed{\dfrac{3}{64}}$ (pour retrouver $\dbinom{4}{3} = 4$ on peut appliquer la formule $\dbinom{4}{3} = \dfrac{4!}{3! \cdot (4-3)!} = \dfrac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 1} = 4$)

On pouvait également calculer cela à l'aide d'un arbre de probabilités. M = « atteindre le mille ». On obtient le même résultat, en voyant que sur chacune des 4 branches favorables, la probabilité est de $\dfrac{3}{256}$.



Exercice A10 **5 points**

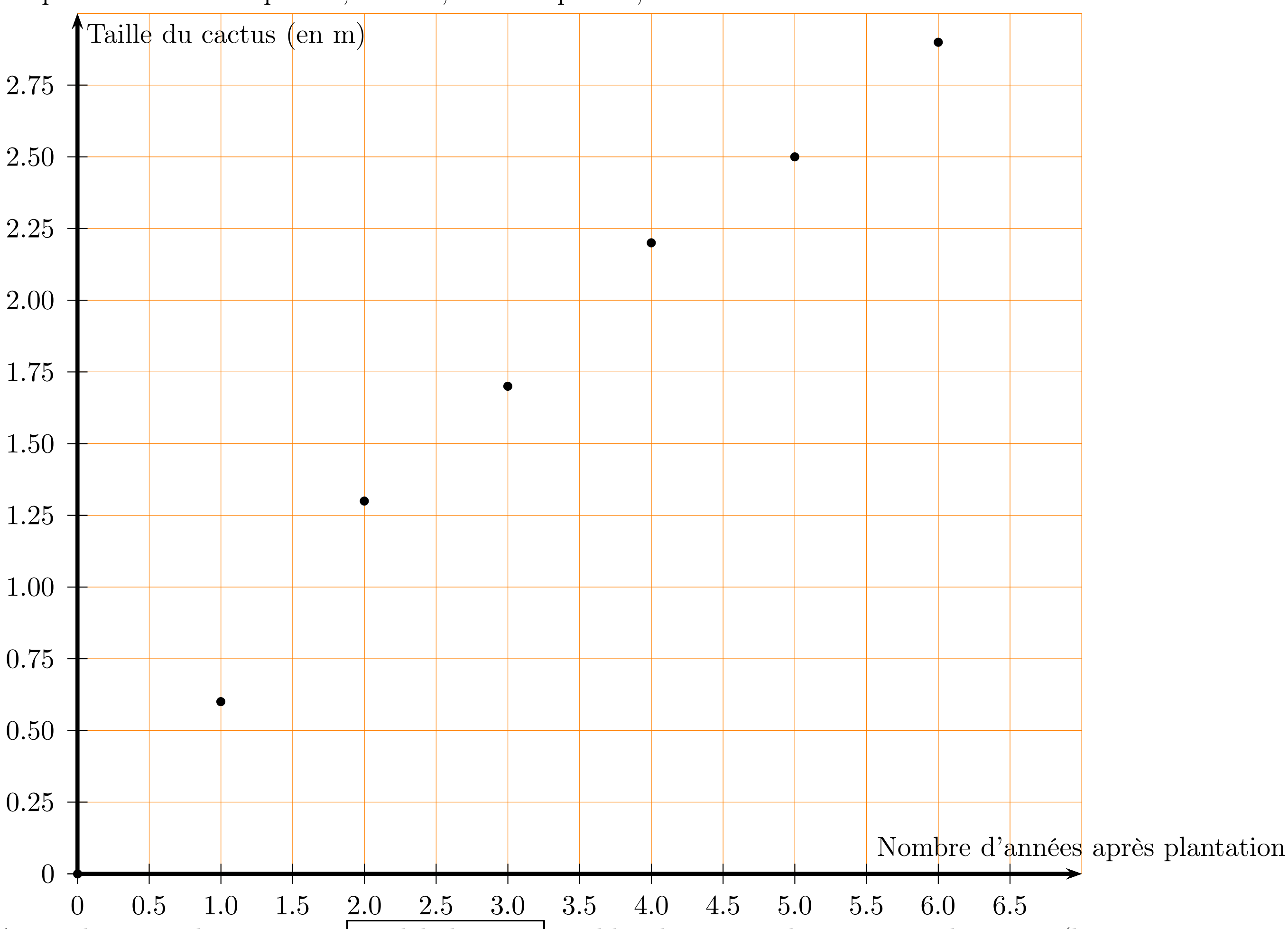
Les données présentées dans le tableau ci-dessous décrivent la croissance d'un cactus. Ce type de plantes peut grandir jusqu'à un maximum de 5 mètres de haut.

x = Nombre d'années après la plantation	0	1	2	3	4	5	6
y = Taille (m)	0	0,6	1,3	1,7	2,2	2,5	2,9

a) **Dessiner** un nuage de points pour ces données. **Utiliser** une échelle appropriée. — 2 points

b) Sachant que ces données décrivent la croissance d'un cactus qui peut mesurer au maximum 5 mètres de haut, **discuter** quel type de modèle de régression serait le plus approprié pour décrire ces données. **Justifier**. — 3 points

a) On peut utiliser 1 cm pour 0,5 année, et 1 cm pour 0,25 m :



b) Au vu du nuage de points, un modèle linéaire semble adapté pour la croissance du cactus (les points sont à peu près alignés), en ayant en tête que ce modèle ne sera plus valable au-delà de 5 m de haut (approximativement 10 ans). Au-delà, on prendra un modèle constant (égal à 5 m).

Exercice B1 **25 points**

Dans cette question, les parties 1, 2 et 3 sont indépendantes.

Partie 1.

Les montres de sport sont des montres qui peuvent se porter au poignet pendant des activités sportives. Beaucoup de gens utilisent ces montres.
Parmi ces montres de sport, le modèle *Sporty* est très populaire. La probabilité qu'une personne utilisant une montre de sport prise au hasard ait le modèle *Sporty* est de 60 %.
Nous considérons un échantillon de 500 personnes prises au hasard parmi celles utilisant une montre de sport. La variable aléatoire X donne le nombre de personnes dans cet échantillon qui possèdent le modèle *Sporty*.

a) **Expliquer** pourquoi X peut être modélisé par une loi binomiale et **donner** ses paramètres. — 2 points

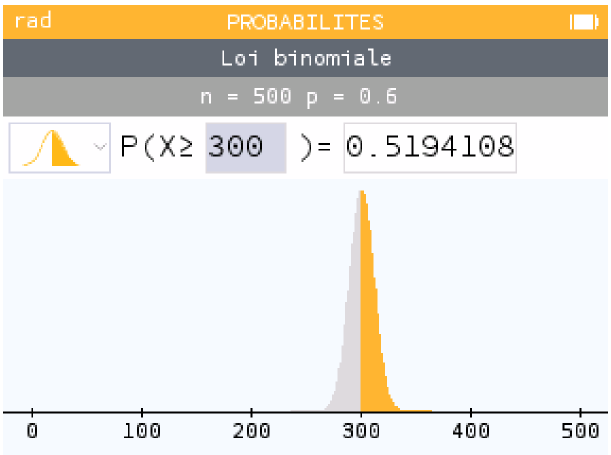
b) **Calculer** la probabilité qu'au moins 300 personnes dans cet échantillon possèdent le modèle *Sporty*. **Arrondir** à 2 décimales. — 2 points

c) **Déterminer** l'espérance du nombre de personnes ayant une montre de sport de modèle *Sporty* dans cet échantillon. — 2 points

d) **Calculer** l'écart-type de X. **Arrondir** à 3 décimales. **Interpréter** cette valeur dans le contexte. — 2 points

a) On prend un échantillon de 500 personnes parmi un grand nombre de personnes, donc on peut considérer que c'est une répétition (500 fois) quasiment à l'identique, d'un événement à deux issues (posséder une *Sporty* avec 60%), de manière indépendante. X compte le nombre de succès dans cette répétition, et suit donc une loi binomiale de paramètres $\boxed{n = 500}$ et $\boxed{p = 0,6}$.

b) On veut $P(X \geq 300) = 1 - P(X \leq 299)$ (il faut inverser le sens pour calculer avec *binomcdf*, la fonction de répartition, en anglais cumulative distribution function). La probabilité qu'au moins 300 personnes de cet échantillon possèdent une *Sporty* est d'environ $\boxed{0,52}$.



c) L'espérance de X est $\mathbb{E}(X) = n \cdot p$ (voir formulaire), c'est-à-dire $\mathbb{E}(X) = 500 \times 0,6 = \boxed{300}$. Donc si on prend un échantillon au hasard de cette taille, en moyenne il faut s'attendre à avoir 300 possesseurs de *Sporty*.

d) L'écart-type de X est $\sigma(X) = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$, donc :
$\sigma(X) = \sqrt{500 \times 0,6 \times 0,4} \approx \boxed{10,954}$. Donc si on prend un échantillon au hasard de cette taille, il y a une bonne probabilité qu'il y ait entre 289 $(300-11)$ et 311 $(300+11)$ possesseurs de *Sporty*.

Partie 2.

La montre de sport de modèle *Sporty* peut donner de manière très précise l'effort fourni pendant une course si la personne donne son poids.
Une femme de 60 kg court en montée pendant 30 minutes. Ainsi, son niveau d'effort n'est pas constant. Sa puissance de course peut être modélisée par la fonction suivante :

$$P(t) = -0,05t^2 + 3t + 66, \qquad \text{avec} \qquad 0 \leq t \leq 30$$

où t est en minutes et $P(t)$ en kJ/min (kilojoules par minute).

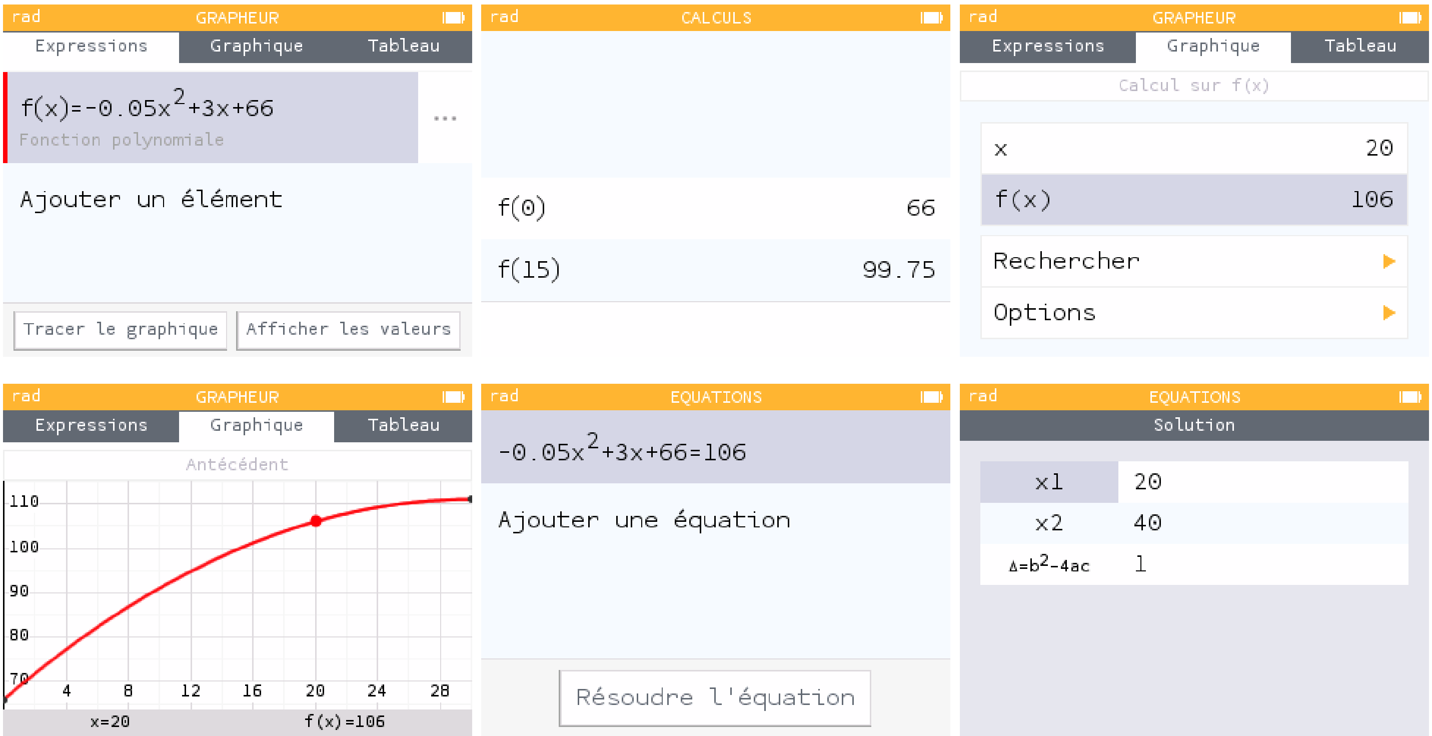
e) **Calculer** à quelle puissance court cette femme quand elle démarre sa course, et 15 minutes après son départ. — 3 points

f) **Dessiner** le graphique de la fonction P sur l'ensemble de définition donné. — 3 points

g) **Déterminer** à quel moment la puissance de course de cette femme est de 106 kJ/min. — 3 points

e) Quand $t = 0$, on a $P(0) = 66$. Cette femme court à $\boxed{66 \text{ kJ/min}}$ quand elle démarre sa course.

Quant $t = 15$, on a $P(15) = 99,75$. Cette femme court à $\boxed{99,75 \text{ kJ/min}}$ 15 minutes après son départ.



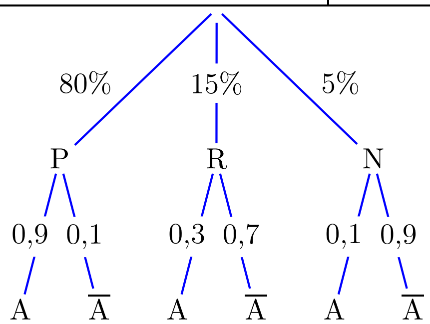
f) Pour $t \in [0;30]$, les axes automatiques montrent que la fonction ne dépasse pas beaucoup 110 (ou un tableau de valeurs pour ceux qui n'ont pas la Numworks). On peut prendre comme échelle 1 cm pour 3 minutes et 1 cm pour 5 kJ/min, on obtient une courbe comme ci-dessus (penser à rajouter une légende aux axes !).

g) Ici dans le grapheur on va dans « Calcul » puis on change $f(x) = 106$, la calculatrice nous donne $x = 20$ donc c'est $\boxed{\text{au bout de 20 minutes}}$. On pouvait aussi utiliser l'outil « Equations » depuis le menu de base, qui nous donne $x = 20$ ou $x = 40$. Ici, seule la solution $x = 20$ est dans le domaine de P (dans l'intervalle $[0;30]$), donc il faut supprimer la solution $x = 40$!

Partie 3.	
De nombreuses personnes utilisent internet pour acheter leur montre de sport de modèle *Sporty*, et demandent la livraison dans une boutique qui s'appelle « RunAway ». Nous savons que 80% du temps, la *Sporty* arrive dans le délai prévu (sous quelques jours), 15% du temps elle arrive en retard (elle prend quelques semaines à arriver) et le reste du temps elle n'arrive pas du tout. Nous savons aussi que lorsque la *Sporty* arrive dans le délai prévu, la probabilité que l'acheteur mette un « J'aime » à la boutique « RunAway » est de 0,9 ; quand elle arrive en retard, la probabilité que l'acheteur mette un « J'aime » à la boutique est de 0,3 ; et quand elle n'arrive pas du tout, la probabilité que l'acheteur mette un « J'aime » à la boutique est de 0,1. On choisit au hasard un utilisateur qui a commandé une montre *Sporty* en ligne et qui a choisi la livraison dans cette boutique.	
h) **Dessiner** un arbre de probabilités représentant cette situation.	3 points
i) **Calculer** la probabilité que cet utilisateur mette un « J'aime » à la boutique « RunAway ».	2 points
j) Si on sait que la personne a mis un « J'aime » à la boutique, **donner** la probabilité que la *Sporty* qui a été commandée soit arrivée dans le délai prévu.	3 points

h) Dans l'arbre de probabilités ci-contre, on note :

- P l'événement : « la *Sporty* arrive dans le délai prévu » ;
- R l'événement : « la *Sporty* arrive en retard » ;
- N l'événement : « la *Sporty* n'arrive pas du tout » ;
- A l'événement : « l'acheteur a mis un « J'aime » à la boutique « RunAway » ».



i) On demande ici $P(\text{A})$ qui se trouve sur trois branches, donc le calcul donne :
$P(\text{A}) = P(\text{P} \cap \text{A}) + P(\text{R} \cap \text{A}) + P(\text{N} \cap \text{A}) = 80\% \times 0,9 + 15\% \times 0,3 + 5\% \times 0,1 = \boxed{0,77}$.
La probabilité que cet utilisateur mette un « J'aime » à la boutique « RunAway » est de 77%.

j) Dans cette question, on sait que A est réalisé, et on demande la probabilité de P. Il faut donc calculer $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{P})$. On la calcule avec la formule $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{P}) = \dfrac{P(\mathrm{A} \cap \mathrm{P})}{P(\mathrm{A})} = \dfrac{80\% \times 0,9}{0,77} \approx \boxed{0,9351}$. La probabilité que la *Sporty* commandée soit arrivée dans le délai prévu sachant que la personne a mis un « J'aime » est d'environ 94%.

Exercice B2 **25 points**

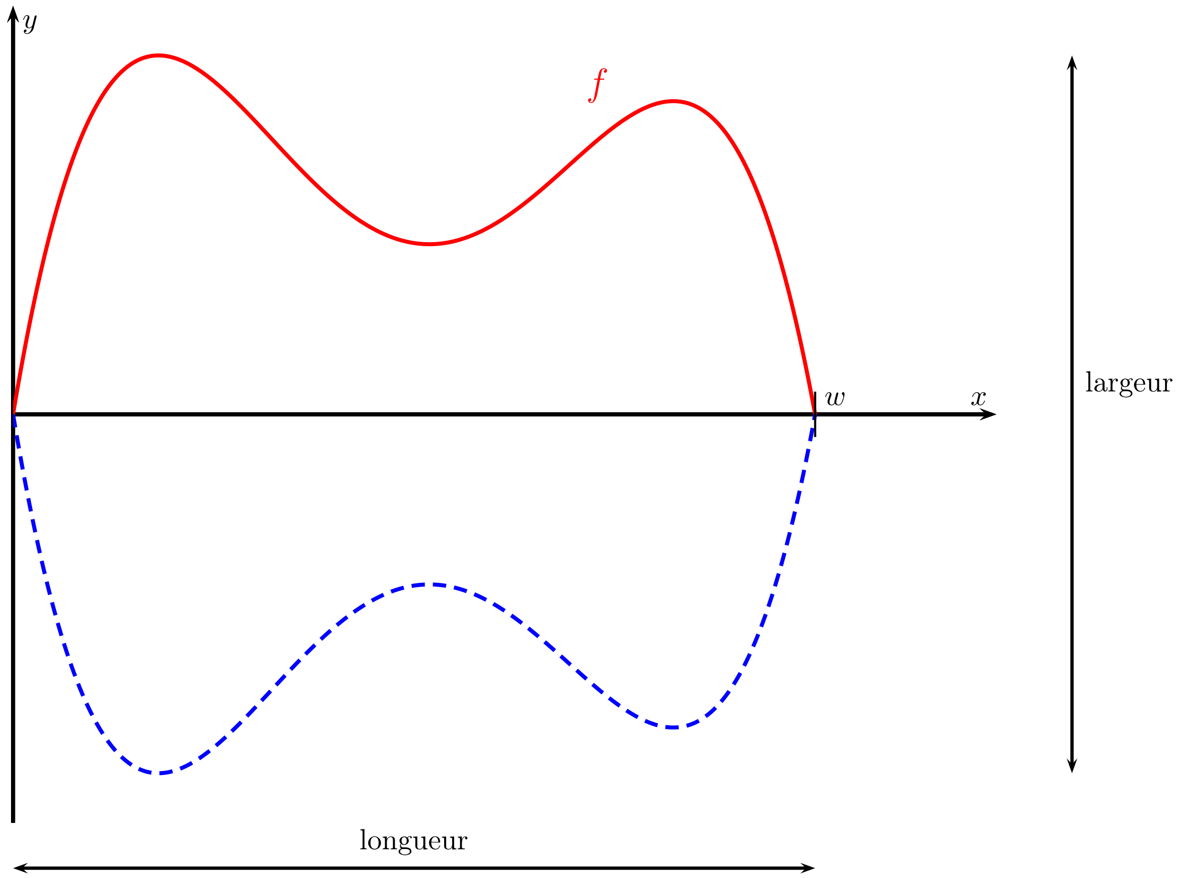
Dans cette question, les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Partie 1.

Un musicien joue de la guitare et souhaite modéliser sa forme. La caisse en bois principale peut être modélisée par l'équation suivante :

$$f(x) = -0,13x^4 + 1,4x^3 - 4,9x^2 + 6x$$

Le graphique suivant montre la courbe de f (en rouge, trait plein), ainsi que le symétrique de cette courbe, par rapport à l'axe des abscisses (en bleu, trait pointillé). Dans cette équation, x est en décimètres, et $f(x)$ est également en décimètres. La surface entre ces deux courbes forme la caisse en bois de cette guitare.



Comme on peut le voir sur le graphique, la fonction f est en fait définie de 0 à une valeur w, qui est l'autre solution de l'équation $f(x) = 0$.

a) **Déterminer** la valeur de w, en **arrondissant** à 3 décimales. **Donner** la longueur de la caisse en bois, en centimètres. — 2 points

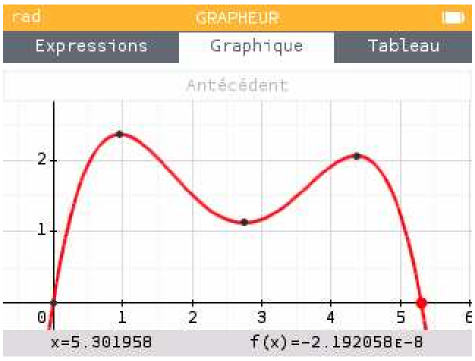
b) **Déterminer** la valeur maximum de f, en **arrondissant** à 3 décimales. **Donner** la largeur de la caisse en bois, en centimètres. — 2 points

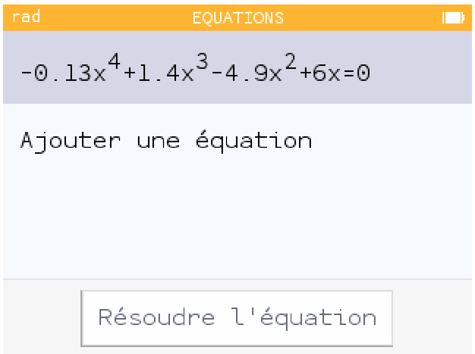
c) La fonction f a trois points stationnaires. Dans la question b) nous avons trouvé l'un d'entre eux. **Donner** les coordonnées des deux autres points stationnaires, en **arrondissant** à deux décimales. — 4 points

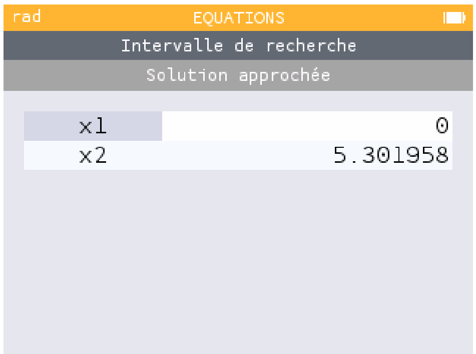
Avant un gros concert, notre musicien veut peindre le dos de la caisse en bois en noir. Nous voulons donc connaître l'aire de cette surface.

d) **Déterminer** une valeur approchée de l'intégrale $\displaystyle\int_0^{5,3} f(x)\,\mathrm{d}x$, en **arrondissant** à 3 décimales. **Donner** l'aire qui doit être peinte, en décimètres carrés. — 3 points

a) On va ici demander de résoudre $f(x) = 0$. La calculatrice donne $\boxed{w \approx 5,302}$ (attention de bien remettre les axes en automatique sur la Numworks, si on avait réglé entre 0 et 30 à la question B1).
Ainsi la caisse en bois a une longueur d'environ $\boxed{53 \text{ cm}}$ (car les données sont exprimées en décimètres).



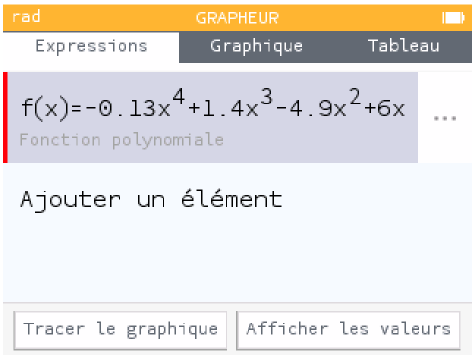


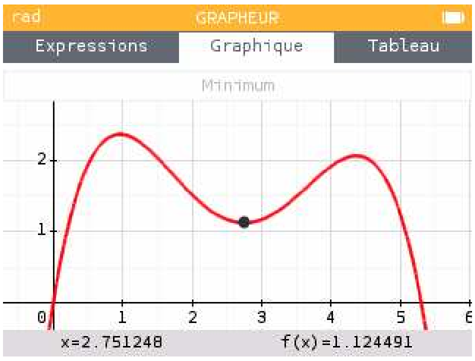


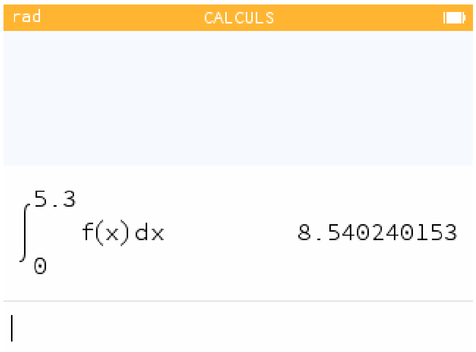
b) Une recherche de maximum donne $\boxed{\approx 2,372}$. La caisse en bois a une largeur double (voir dessin de l'énoncé), soit $\boxed{47,4 \text{ cm}}$.

c) L'outil maximum de la calculatrice nous donne l'autre maximum de la fonction f, le point associé a pour coordonnées $\boxed{(4,36; 2,07)}$. L'outil minimum donne le dernier point stationnaire, le point associé a pour coordonnées $\boxed{(2,75; 1,12)}$. Ces points sont visibles sur le graphique par défaut (voir première capture d'écran).

d) La calculatrice donne $\displaystyle\int_0^{5,3} f(x)\,\mathrm{d}x \approx \boxed{8,540}$. Cela représente la moitié de l'aire peinte, ainsi l'aire peinte est d'environ $\boxed{17,08 \text{ dm}^2}$. On aurait pu donner une primitive $F(x) = -0,13\dfrac{x^5}{5} + 1,4\dfrac{x^4}{4} - 4,9\dfrac{x^3}{3} + 6\dfrac{x^2}{2}$ et calculer $\displaystyle\int_0^{5,3} f(x)\,\mathrm{d}x = F(5,3) - F(0)$.







Partie 2.
Notre musicien ouvre une page web pour son groupe de musique, et s'intéresse au nombre de personnes qui s'abonnent à sa page au cours du temps ($x = 0$ quand la page web est créée). Le tableau ci-dessous montre le nombre d'abonnés pour les 20 premières semaines :

x = Temps (semaines)	2	4	5	8	10	11	12	13	16	18
y = Nombre d'abonnés	275	240	180	300	380	350	250	350	440	400

e) **Dessiner** un nuage de points pour représenter les données de ce tableau. — 3 points

f) **Calculer** le coefficient de corrélation linéaire. **Déterminer** si un modèle affine serait approprié pour ces données. **Discuter** comment on pourrait améliorer le modèle affine en le combinant avec un autre modèle. — 3 points

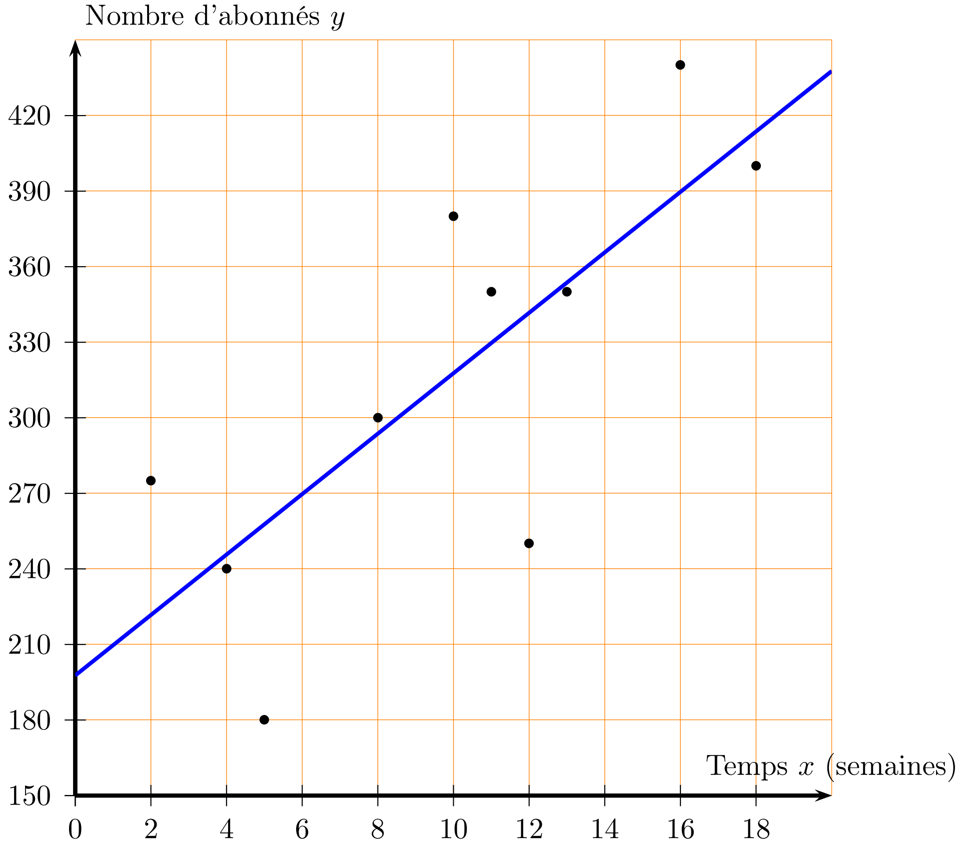
g) **Déterminer** une équation de la forme $y = a \cdot x + b$ de la droite de régression affine de y en x en utilisant ces données. **Arrondir** a et b à une décimale. — 3 points
Tracer la droite de régression sur le même graphique qu'en e).

Dans les questions h) et i), utiliser le modèle affine $f(x) = 20 \cdot x + 190$.

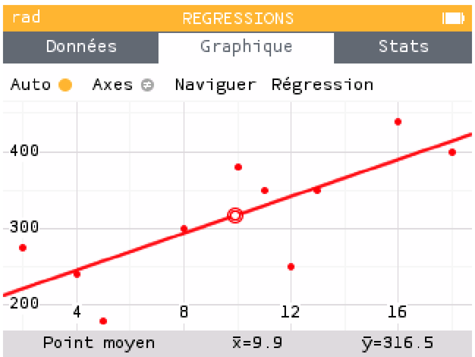
h) **Calculer** quand le nombre d'abonnés dépasserait 800. — 3 points

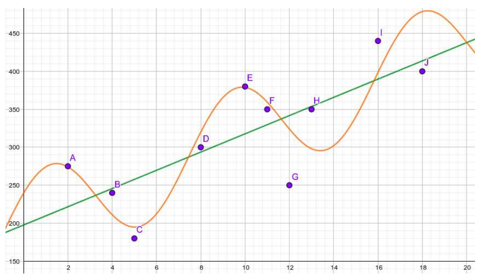
i) **Expliquer** pourquoi le modèle n'est pas approprié si on l'utilise pour un grand nombre de semaines. — 2 points

e) Le nuage de points :



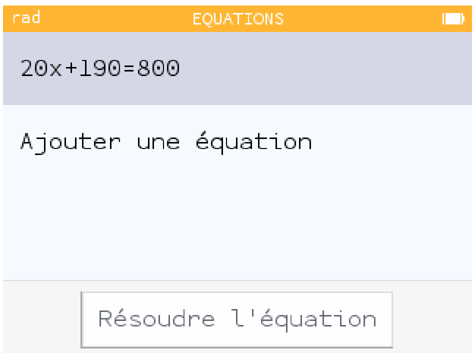
f) On rentre les données dans l'outil statistiques / régression de la calculatrice, et on trouve à peu près $\boxed{r \approx 0,77}$.
La régression affine n'est donc pas tout à fait une bonne idée, c'est un peu trop loin de 1.
On pourrait améliorer le modèle en le combinant avec un modèle périodique, comme proposé :

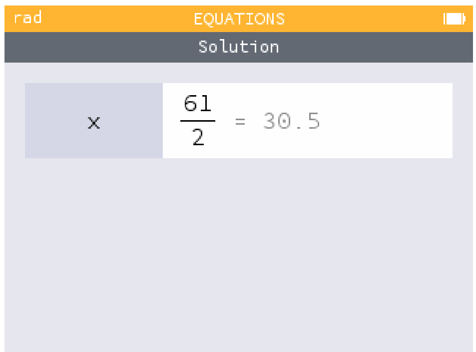




g) La calculatrice donne $\boxed{y = 12,0x + 197,6}$. On a tracé la droite plus haut.

h) On veut $20x + 190 \geq 800$ pour dépasser 800 abonnés. On peut résoudre simplement l'équation $20x + 190 = 800$, on trouve $x = 30,5$ donc c'est à partir de la $\boxed{31^{\text{e}} \text{ semaine}}$ que le nombre d'abonnés dépasserait 800.





h) Si on utilise ce modèle pour un grand nombre de semaines, le nombre d'abonnés va croître sans cesse (jusqu'à dépasser le nombre possible de personnes sur la planète), donc il arrive un moment où il n'est plus valide.