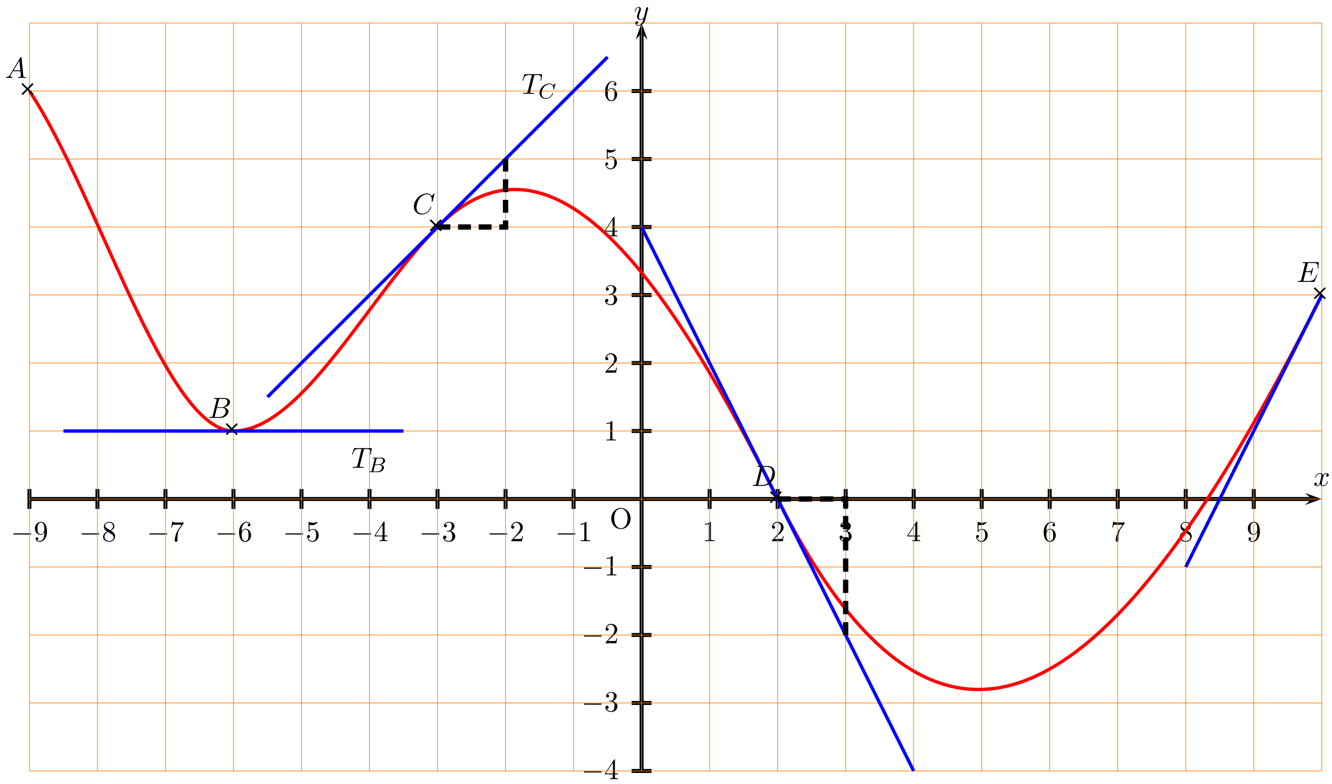
Exercice 1 - Nombre dérivé, graphiquement



1. Soit f une fonction et $a \in D_f$. Appelons A le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse a. Alors le nombre dérivé de f en a est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ en A.
2. (a) Le point $B(-6;1)$ est sur la courbe de f donc $\boxed{f(-6) = 1}$.

   Le point $C(-3;4)$ est sur la courbe de f donc $\boxed{f(-3) = 4}$.

   La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -6 est tracée (c'est T_B). Cette tangente est parallèle à (Ox) donc $\boxed{f'(-6) = 0}$.

   La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -3 est tracée (c'est T_C). On peut lire deux points qui sont sur cette droite : le point $C(-3;4)$ et le point $F(-1;6)$ (par exemple, il y en a d'autres bien sûr). Ainsi le coefficient directeur de T_C est $\dfrac{y_F - y_C}{x_F - x_C} = \dfrac{6-4}{-1-(-3)} = \dfrac{2}{2} = 1$. Ainsi $\boxed{f'(-3) = 1}$.

   On pouvait aussi lire le coefficient en partant d'un point de T_C (C par exemple), en se décalant d'une unité selon (Ox) et en regardant de combien d'unités on doit se décaler selon (Oy) (cf. pointillés).

   (b) $f'(2) = -2$ donc la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2 a un coefficient directeur de -2. On connaît déjà un point sur cette tangente : le point $D(2;0)$. On obtient un deuxième point en se décalant d'une unité vers la droite et de 2 unités vers le bas (c'est la définition du coefficient directeur qui vaut ici -2). On relie et on trace la tangente (cf. graphique)

   (c) Cf. graphique.

Exercice 2 - Un loyer raisonnable

1. Pour calculer le loyer en 2013, on peut s'aider d'un produit en croix : $\begin{array}{lcl} 4\ 000 & \Leftrightarrow & 100\% \\ ? & \Leftrightarrow & 0{,}5\% \end{array}$

   Ainsi l'augmentation est de $\dfrac{4\ 000 \times 0,5}{100} = 20$€. En 2013 le loyer à payer est donc 20€ plus cher qu'en 2012 soit $\boxed{4\ 020€}$ en tout.

   Même méthode pour calculer le loyer en 2014 : $\begin{array}{lcl} 4\ 020 & \Leftrightarrow & 100\% \\ ? & \Leftrightarrow & 0{,}5\% \end{array}$

   Ainsi l'augmentation est de $\dfrac{4\ 020 \times 0,5}{100} = 20,10$€. En 2014 le loyer à payer est donc 20,10€ plus cher qu'en 2013 soit $\boxed{4\ 040{,}10€}$ en tout.

2. (a) On a calculé $\boxed{L_1 \text{ et } L_2}$ à la question 1).
   (b) Chaque année, le loyer augmente de $0,5\%$. Considérons L_n, le loyer en $(2012+n)$, et trouvons L_{n+1} en fonction de L_n. Il y a une augmentation de $0,5\%$ entre les deux valeurs, c'est à dire un taux d'évolution de $0,5\%$. On a donc un coefficient multiplicatif entre les deux valeurs de :
   $1 + \text{taux d'évolution} = 1 + 0,5\% = 1 + 0,005 = 1,005$. Ainsi $\boxed{L_{n+1} = 1,005 \times L_n}$.
   Pour retrouver ce coefficient multiplicatif si on a oublié la formule : puisqu'il y a une augmentation de $0,5\%$, $L_{n+1} = L_n + 0,5\% \times L_n$.
   Nous pouvons factoriser par L_n et réécrire cela $L_{n+1} = L_n \times (1 + 0,5\%) = L_n \times (1 + 0,003) = L_n \times 1,005$.
   (c) On vient de démontrer que $L_{n+1} = 1,005 \times L_n$. Ainsi, on passe de n'importe quel terme de la suite au suivant en multipliant par $1,005$.
   Ainsi, $\boxed{\text{la suite } (L_n) \text{ est géométrique de raison } 1,005 \text{ et de premier terme } L_0 = 4000}$.
   (d) Puisque nous avons une suite géométrique, nous pouvons écrire que, pour tout entier positif n : $L_n = L_0 \times (raison)^n$. Dans le cas qui nous intéresse, cela donne ainsi $\boxed{L_n = 4\ 000 \times 1,005^n}$.
   (e) On se demande quelle valeur de n correspond à 2020. Puisque n correspond à l'année $2012 + n$, on doit résoudre l'équation $2012 + n = 2020$. C'est donc $n = 8$ la solution, je dois ainsi calculer L_8.
   $L_8 = 4\ 000 \times 1,005^8 \approx 4\ 162,83$.
   Le loyer annuel en 2020 sera donc de $\boxed{4\ 162{,}83€}$.

Exercice 3 : Questionnaire à Choix Multiples (QCM) — 6 points

1. On effectue une remise de 45% ; le nouveau prix, en euros, est donc égal à $25 - 25 \times 45\% = 25 \times (1 - 45\%) = 25 \times (1 - 0,45) = 25 \times 0,55$ $\boxed{\text{réponse a}}$. On pouvait le voir plus rapidement en disant que le nouveau prix, c'est l'ancien prix multiplié par $(1 + taux)$. Ici on a une remise, donc un taux négatif égal à -45%.
2. Après la hausse, le prix est plus élevé qu'originellement. Plus la quantité est grande, plus 16% de cette quantité est grand. Donc la baisse sera plus conséquente que la hausse : ainsi quand on applique une réduction de 16% après, cela fait baisser le prix en-dessous du prix originel $\boxed{\text{réponse c}}$
   On pouvait aussi s'en apercevoir en choisissant un prix et en effectuant les évolutions. Si le prix de départ est de 100€ : 16% de ce prix donne 16€ donc après la hausse le prix est de 116€. 16% de 116€ donne 18.56€ donc le prix après la baisse est de 97.44€.
3. Entre u_1 et u_3 il y a 2 pas de calcul à faire, donc on a ajouté deux fois la raison. Ainsi $48 - 12 = 2 \times raison$ et donc la raison vaut 18 $\boxed{\text{réponse b}}$
   On pouvait aussi utiliser la formule $u_n = u_1 + (n-1) \times raison$, ici avec $n = 3$.
4. (u_n) est arithmétique, donc $u_n = u_0 + n \times raison$. Ainsi $u_n = 14\ 000 + n \times 100$.
   (v_n) est géométrique, donc $v_n = v_0 \times raison^n$ Ainsi $v_n = 6\ 500 \times 1,1^n$.
   On va donc regarder en 8, en 9 et en 131 et regarder où (v_n) est plus grande que (u_n).
   $u_8 = 14800 > 13933 \approx v_8$; $u_9 = 14900 < 15326 \approx v_9$. Ainsi c'est en 9 $\boxed{\text{réponse a}}$.
5. Le terme général s'écrit $u_n = 2n + 5$. C'est donc de la forme $u_0 + n \times raison$ donc c'est une suite arithmétique de raison 2 $\boxed{\text{réponse c}}$.
6. Ce n'est pas la réponse a : effectivement si on la recopie vers le bas, cela donnera toujours le même résultat. On va donc utiliser la cellule B2 qui donne le nombre de bactéries à l'heure précédente.
   Il faut ensuite à chaque fois qu'on multiplie par la case E1. Si on rentre "=B2*E1", en recopiant vers le bas cela va donner "=B3*E2". Horreur et damnation ! On veut conserver E1, et pas E2. Ainsi, il faut mettre un dollar devant le 1 de E1 pour ne pas qu'il bouge quand on recopie vers le bas. La bonne réponse est donc la $\boxed{\text{réponse d}}$