Probabilités — exercices corrigés

Il s'agit de la correction des exercices de votre manuel Sésamath :
`http://www.barsamian.am/S4P4/LivreS4P4_cycle4.pdf`

Exercice 35 p.164

Pour résoudre cet exercice, il y a au moins deux méthodes.

La première méthode consiste à faire un tableau à double entrée de toutes les possibilités, en faisant bien attention de mettre toutes les issues élémentaires équiprobables :

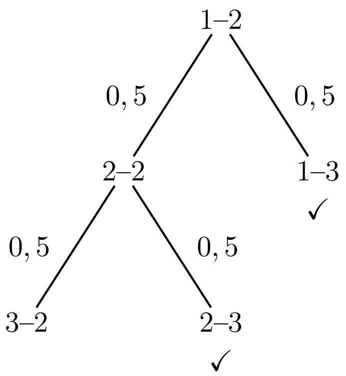
Sac / Dé	Rouge 1	Rouge 2	Rouge 3	Bleu 1	Bleu 2	Bleu 3	Vert 1	Vert 2
1								
2								
3								
4								
5								
6								

Il y a $8 \times 6 = 48$ issues possibles dont 6 sont favorables. La probabilité de gagner est de $\dfrac{6}{48} = \boxed{\dfrac{1}{8}}$.

Une autre possibilité est de dessiner un arbre de probabilités. On a vu cela en cours jeudi avant les vacances, lorsque l'on a parlé de ma probabilité de gagner contre vous à un jeu en 3 manches gagnantes (où chaque manche est gagnée avec probabilité 50%) sachant que sur les 3 premières parties, j'avais gagné 1 manche et vous 2 (1–2). On avait alors dit en classe que :

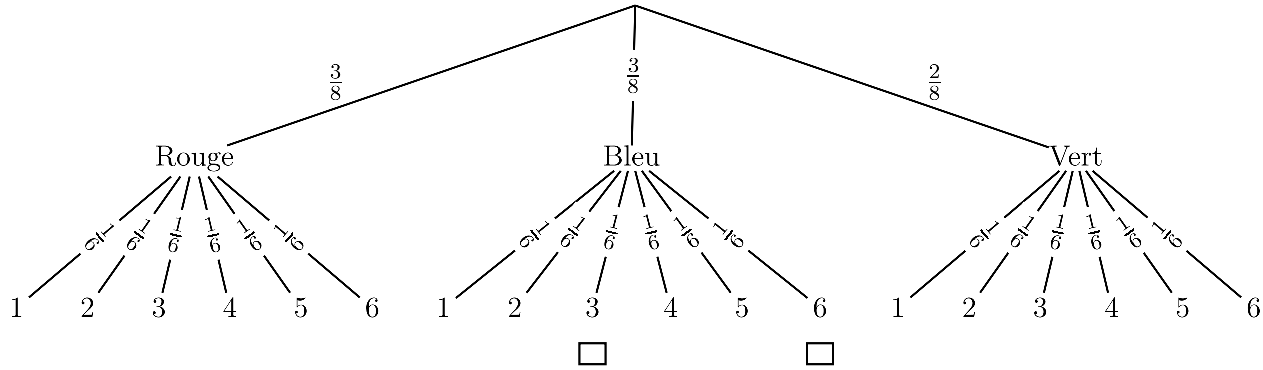
- À la 4e partie, soit je gagne et on égalise (2–2), soit je perds, et vous avez gagné 3 manches (1–3), donc remporté le jeu (pas de 5e partie).
- À la 5e partie, s'il y en a une, soit je gagne et je remporte le jeu (3–2), soit vous gagnez et vous remportez le jeu (3–3).

On avait alors dessiné un arbre qui ressemble au suivant :



Sur cet arbre, j'ai dessiné les probabilités à chaque étape. Ainsi, à partir de la configuration initiale "1–2", comme on vient de le dire, il y a une probabilité $50\% = 0,5$ qu'on arrive à la configuration "2–2" et une probabilité $50\% = 0,5$ qu'on arrive à la configuration "1–3". À partir de la configuration "2–2", il y a une probabilité $50\% = 0,5$ qu'on arrive à la configuration "3–2" et une probabilité $50\% = 0,5$ qu'on arrive à la configuration "2–3". Ces trois cas sont finaux, puisqu'on arrive à la fin du jeu. J'ai marqué les configurations finales où vous gagnez.

En classe, on avait annoté l'arbre avec autre chose que des probabilités, mais dans le programme de ce chapitre, il est important de comprendre les arbres de probabilités, où donc, sur chaque ligne, on met les probabilités. On va voir ça plus en détail demain mardi 13 avril en visioconférence. Je vous mets l'arbre qui correspond à la situation de l'exercice 35, et on en parlera demain :



Sur cet arbre, on voit que deux branches (une branche c'est ce qui part de la racine, tout en haut, et qui descend jusque tout en bas) correspondent à l'événement gagnant : boule bleue et 3 sur le dé ; boule bleue et 6 sur le dé.

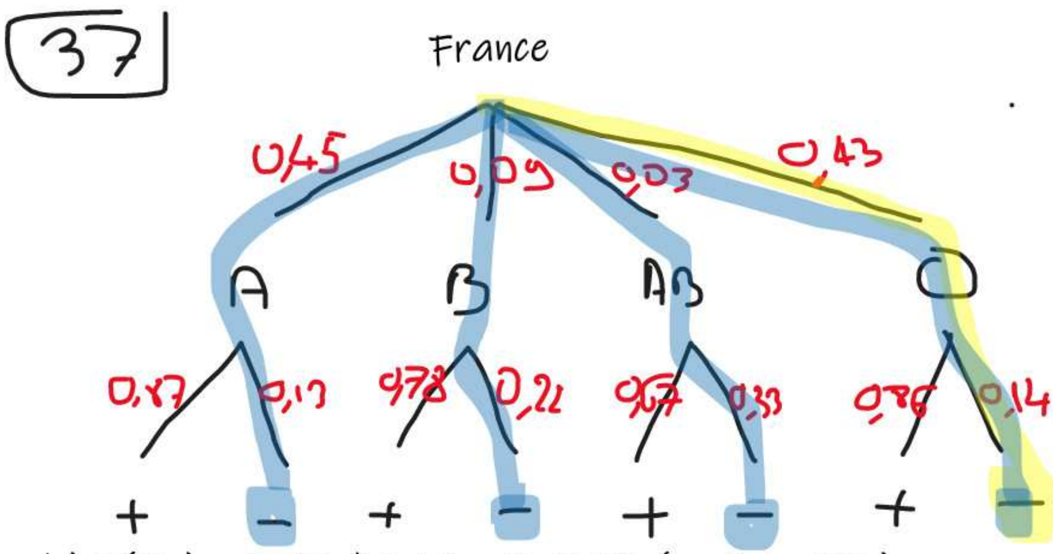
À chaque étage de l'arbre, on note les probabilités qui correspondent. Ainsi, à la première étape, quand on choisit une boule dans le sac, on a une probabilité $\frac{3}{8}$ de piocher une rouge, une probabilité $\frac{3}{8}$ de piocher une bleue et une probabilité $\frac{3}{8}$ de piocher une verte.

À la seconde étape, on a une probabilité $\frac{1}{6}$ de tomber sur n'importe laquelles des faces du dé.

Pour calculer la probabilité d'une branche, on multiplie les probabilités qui y sont écrites. Ainsi la branche "Bleu, 3" a une probabilité $\dfrac{3}{8} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{16}$. Il en est de même pour la branche "Bleu, 6" qui a aussi une probabilité $\dfrac{3}{8} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{16}$.

Et pour calculer la probabilité d'un événement qui est sur plusieurs branches, on ajoute les probabilités de chacune des branches. Donc la probabilité de gagner, c'est $\dfrac{1}{16} + \dfrac{1}{16} = \dfrac{1}{8}$.

Exercice 37 p.164

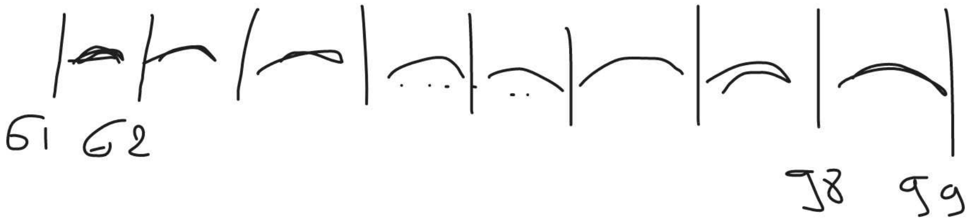


b) P(O-) = 0,43 * 0,14 = 0,0602 (environ 6%)

c) P(-) = P(A-) + P(B-) + P(AB-) + P(O-)
= 0,45*0,13+0,09*0,22+0,03*0,33+0,43*0,14
= 0,1484 (environ 15%)

Exercice 36 p.164

$\boxed{36}$ a) 29/100



b) Jetons qui correspondent : 00, 01, 02, ..., 09 ; 10, 20, 30..., 90
En tout : 10 (de 0 à 09) + 9 (les dizaines) = 19 jetons favorables à l'événement que je considère
P(au moins un 0) = 19/100
c) C'est l'événement contraire à l'événement b. Donc s'il y a 100 jetons en tout, et 19 favorables pour b, il en reste 81 favorables pour c.
P(pas de 0) = 81/100
d) Jetons qui correspondent : 55, 57, 75, 77. En tout 4 jetons favorables.
P(que des 5 ou des 7) = 4/100.
e) Jetons qui correspondent : ceux de la question b + ceux de la question d. Je remarque que les jetons de la question b et ceux de d sont tous différents. En tout 23 jetons favorables.
P(au moins un zéro OU que des 5 et des 7) = 23/100

f) Probabilité que le jeton contienne au moins un 5 ?
g) Probabilité que le jeton contienne au moins un 7 ?
h) Probabilité que le jeton contienne au moins un 5 ou un 7 ?

Réponses aux questions supplémentaires f, g et h :

f) Les jetons qui correspondent : $50, 51, \ldots, 59$ ainsi que $05, 15, 25, 35, 45, 65, 75, 85, 95$ (attention à ne pas compter le 55 deux fois !). Il y a donc $10 + 9 = 19$ jetons qui correspondent. La probabilité est de $\frac{19}{100} = \boxed{0,19}$.

g) Les jetons qui correspondent : $70, 71, \ldots, 79$ ainsi que $07, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 87, 97$ (attention à ne pas compter le 77 deux fois !). Il y a donc $10 + 9 = 19$ jetons qui correspondent. La probabilité est de $\frac{19}{100} = \boxed{0,19}$.

h) Pour dénombrer tous les jetons avec au moins un 5 ou un 7, il y a un piège. Il ne faut pas additionner $19 + 19$. Effectivement, il y a les jetons 57 et 75 qui sont présents dans les deux ensembles. Il faut donc compter :

- $50, 51, \ldots, 59$ (10)
- $05, 15, 25, 35, 45, 65, 75, 85, 95$ (9, ne pas compter le 55 deux fois !)
- $70, 71, 72, 73, 74, 76, 77, 78, 79$ (9, ne pas compter le 75 deux fois !)
- $07, 17, 27, 37, 47, 67, 87, 97$ (8, ne pas compter le 57 et le 77 deux fois !)

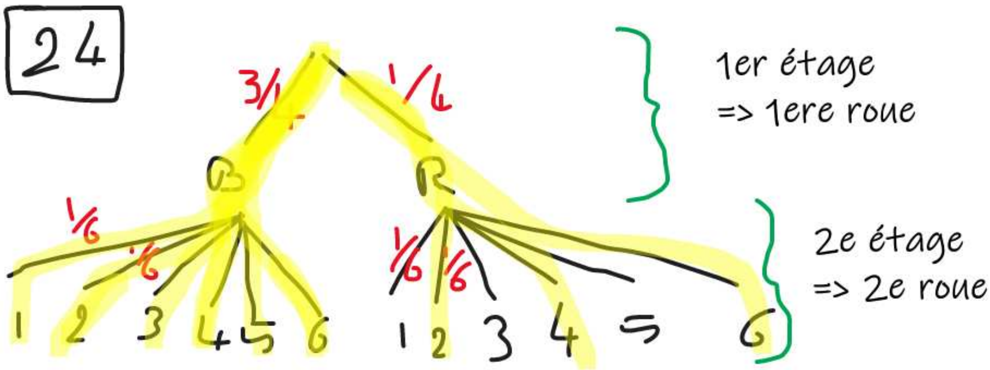
Au total 36 jetons correspondent, donc la probabilité est de $\frac{36}{100} = \boxed{0,36}$.

Pour éviter de se tromper dans tous les cas, on peut faire un tableau à double entrée de toutes les possibilités (d pour le chiffre des dizaines, u pour le chiffre des unités) :

d \ u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0										
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										

Exercice 24 p.164

24



c) P(R,1) = 1/4 * 1/6 = 1/24.
d) P(B,4) = 3/4 * 1/6 = 3/24 = 1/8
e) P(B,Pair) = P(B,2) + P(B,4) + P(B,6)
= 1/8 + 1/8 + 1/8 = 3/8.
f) P("Bleu" ou "pair") = P(B,1) + ... + P(B,6) +
P(R,2) + P(R,4) + P(R,6)
P(B1) = P(B2) = ... = P(B6) = 3/4 * 1/6 = 1/8
P(R2) = P(R4) = P(R6) = 1/4 * 1/6 = 1/24
donc P("Bleu" ou "Pair") = 6 * 1/8 + 3 * 1/24

Exercice 26 p.164

Dé 8 \ Dé 12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

b) $P(Ali > 12) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

c) $P(Ali > 11) = \frac{44}{96} = \frac{11}{24}$

d) $P(Ali < 9) = \frac{28}{96} = \frac{7}{24}$