

Rappels d'utilisation de la calculatrice pour les exercices de cette feuille.

I) Feuille graphique :

1. Déplacer le graphique : clic long lorsque la main forme un poing.
2. On peut modifier la fenêtre graphique en tirant sur les graduations ou par le Menu - 4 - fenêtre et choisir les valeurs souhaitées.
3. Menu -6-Analyse pour obtenir les valeurs du(des) zéro(s).
4. Menu -6-Analyse pour obtenir la valeur minimale ou maximale.
5. Menu -5-Trace -1 Trace pour déplacer le point sur la courbe et observer ses coordonnées.

II) Feuille de calculs :

1. Définir une fonction : $f(x) := \dots$ (remplacer les \dots par l'expression de la fonction)
2. Calculer les zéros par la commande : `solve(f(x)=0,x)`
3. Obtenir l'image de 3 par l'encodage simple : `f(3)`
4. Obtenir le(les) antécédent(s) de 5 par la commande : `solve(f(x)=5,x)`
5. Résoudre une inéquation $f(x) > 0$ par la commande : `solve(f(x)>0,x)`

Exercice 1

Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 0,1x^3 - 6x + 5$.

Ouvrir des feuilles de graphique :

Visualiser la courbe représentative de la fonction f selon les fenêtres suivantes

$X_{\min} = -5$; $X_{\max} = 5$, $Y_{\min} = -5$ et $Y_{\max} = 5$

$X_{\min} = -2$; $X_{\max} = 8$, $Y_{\min} = -15$ et $Y_{\max} = 15$

$X_{\min} = -10$; $X_{\max} = 10$, $Y_{\min} = -15$ et $Y_{\max} = 25$

Dans quel cas la courbe représentative de f est-elle la mieux représentée ? (Justifier)

Exercice 2

Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2x + 5$.

Ouvrir une feuille graphique pour visualiser la courbe.

Expliquer graphiquement pourquoi l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique que l'on notera a .

Donner un encadrement de a à 0,01 près, à 0,0001 près.

Exercice 3

Des expériences pour tester un médicament, suivies d'une modélisation mathématique ont permis d'établir qu'après avoir injecté une dose de ce produit, la quantité de substance, en millilitres par litre de sang à l'instant t , exprimé en heures, est égale à :

$$f(t) = \frac{6,3t}{t^2 + 2} \quad \text{pour } t > 0$$

Déterminer l'instant (à 0,01 près) où la concentration du médicament est maximale. Convertir à la minute près.

Exercice 4

Le bureau d'étude d'une entreprise a estimé que le coût moyen d'un article en euros pour la fabrication de x articles est :

$$c(x) = 0,4x + 1 + \frac{90}{x} \quad \text{pour } 0 < x < 20$$

À l'aide de la calculatrice, déterminer graphiquement le nombre d'articles à fabriquer pour que le coût moyen unitaire soit minimal, et préciser ce coût moyen minimal.

Exercice 5

Une expérience de laboratoire a consisté à relever, pendant 30 minutes, la température d'un matériau subissant un réchauffement puis un refroidissement. Les résultats ont permis de modéliser la température (en °C) du matériau en fonction du temps t (en min) par la fonction f :

$$f(t) = -0,15t^2 + 3,8t + 8,4$$

Déterminer graphiquement à quels instants (à 1 seconde près) la température du matériau est :

1. Égale à 20°C.
2. Nulle.
3. Maximale.

Exercice 6

Une usine fabrique et vend des boîtes de jeu pour enfants. Après la fabrication et la vente de x centaines de boîtes de jeu, le bénéfice net réalisé en un mois s'exprime, en euros, par

$$B(x) = -10x^2 + 900x - 2610 \quad \text{pour } x > 0$$

1. Visualiser la courbe représentative de B dans un repère bien choisi du plan. Esquisser l'allure de la courbe sur votre feuille (XMIN = -10; XMAX = 100; graduation :10; YMIN=-1000; YMAX = 18000; graduation : 1000)
2. Dresser le tableau de variations de B .
3. Pour quel nombre de boîtes de jeu fabriquées et vendues le bénéfice réalisé par cette usine est-il maximal ?
4. Préciser la valeur, en euros, du bénéfice mensuel maximal.
5. Déterminer le nombre de boîtes de jeu fabriquées et vendues pour lesquelles l'entreprise est bénéficiaire.

Exercice 7

Dans l'entreprise MAT, le coût de fabrication d'un produit, en euros, est donné par

$$C(q) = -0,05q^2 + 10q + 1\,000$$

où q désigne la quantité de produits en kilogrammes. Les recettes sont données, en euros, par

$$R(q) = 59q$$

1. Pour quelle quantité de produit les coûts sont-ils inférieurs à 1 420€ ?
2. Pour quelle quantité de produit a-t-on $R(q) > C(q)$? Interpréter ce résultat pour l'entreprise.