

Exercice 1

1. 1100 est divisible par 2, ça donne 550, qui est encore divisible par 2, ça donne 275, qui est divisible par 5, ça donne 55, qui est encore divisible par 5, ça donne 11. Donc $1100 = 2^2 \times 5^2 \times 11$.

Idem pour $198 = 2 \times 3^2 \times 11$.

2. Du coup on peut écrire que $\frac{1100}{198} = \frac{2^2 \times 5^2 \times 11}{2 \times 3^2 \times 11} = \frac{2 \times 5^2}{3^2} = \frac{50}{9}$.

3. Pour le ppcm de 1100 et 198, il faut garder chaque nombre premier qui apparaît dans l'une ou l'autre décomposition, et prendre la puissance la plus grande :

$$\text{ppcm}(1100, 198) = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 11.$$

Exercice 2

On commence par obtenir la fraction qui représente $0,0\bar{2}$. Pour cela, on écrit que :

$10 \times 0,0\bar{2} = 0,2\bar{2}$ et que donc, en enlevant $0,0\bar{2}$ de chaque côté, il vient que $9 \times 0,0\bar{2} = 0,2$.

Du coup, $0,0\bar{2} = \frac{0,2}{9} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$.

Au final $1,0\bar{2} = 1 + \frac{1}{45} = \frac{45}{45} + \frac{1}{45} = \frac{46}{45}$.

Exercice 3

$$0,49 = 10^{-2} \times 49 \text{ donc } \sqrt{0,49} = \sqrt{10^{-2} \times 49} = 10^{-1} \times 7 = 0,7.$$

Exercice 4

$$\text{a) } 7\sqrt{200} = 7\sqrt{2 \times 100} = 7\sqrt{2}\sqrt{100} = 7\sqrt{2} \times 10 = 70\sqrt{2}$$

$$\text{b) } 3\sqrt{128} - 5\sqrt{8} = 3\sqrt{64 \times 2} - 5\sqrt{4 \times 2} = 3\sqrt{64}\sqrt{2} - 5\sqrt{4}\sqrt{2} = 3 \times 8\sqrt{2} - 5 \times 2\sqrt{2} = 24\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 14\sqrt{2}$$

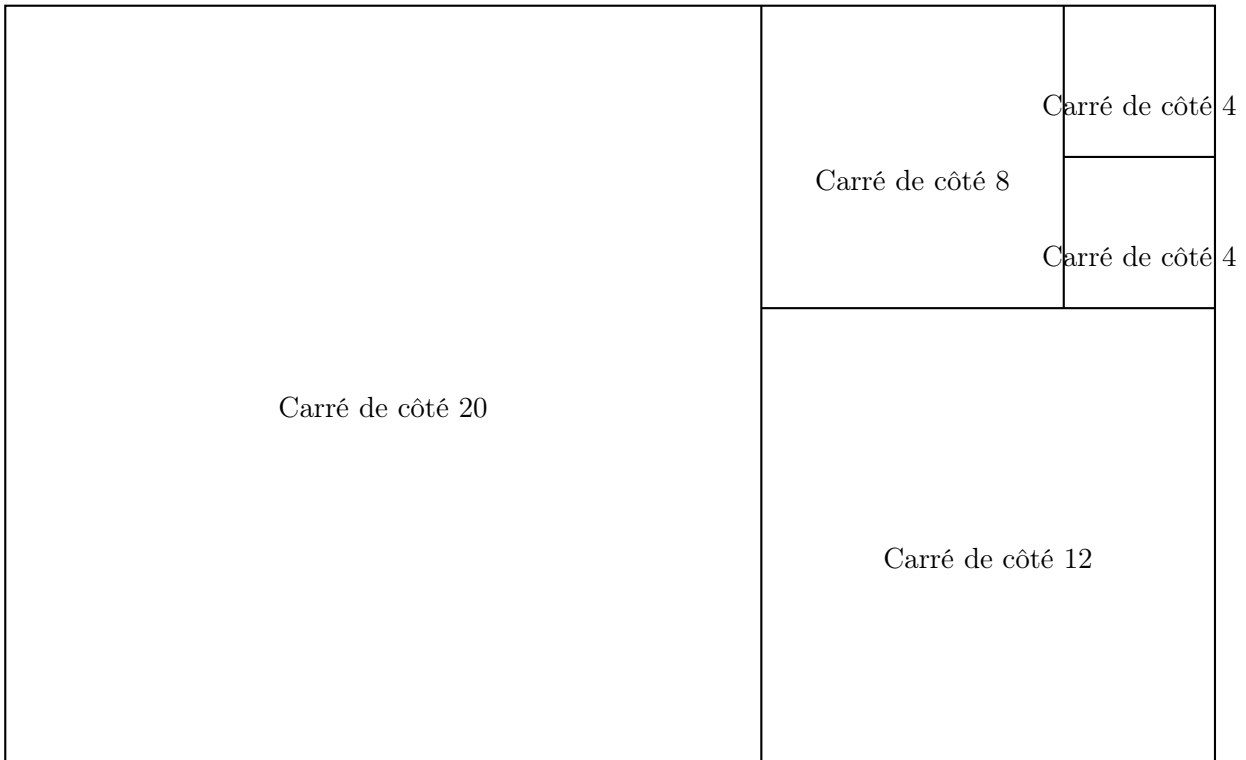
Exercice 5

$$\text{a) } \frac{-5}{\sqrt{3}} = \frac{-5\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{-5\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{b) } \frac{2}{3 + \sqrt{2}} = \frac{2(3 - \sqrt{2})}{(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})} = \frac{2(3 - \sqrt{2})}{9 - 2} = \frac{2(3 - \sqrt{2})}{7}$$

Exercice 6

On peut remarquer que cela demande simplement de calculer $\text{pgcd}(32, 20) = \boxed{4}$. Ou sinon, cela correspond au dessin suivant :



Exercice 7

1. La phrase “Il existe des nombres a et b pour lesquels $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$.” est **vraie**. Effectivement, on peut prendre $a = 0$ et $b = 4$ par ex., et ça fonctionne.
2. La phrase “Pour tous les nombres a et b , $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.” est **fausse** : si a et b sont tous les deux négatifs, alors $\sqrt{a \times b}$ existe (car $a \times b \geq 0$) mais ni \sqrt{a} ni \sqrt{b} n'existe donc leur produit n'a pas de sens.