

Exercice 1 — Exemples tirés de la vie réelle

L'an dernier on avait modélisé la propagation des fake news, c'était un phénomène exponentiel!

http://www.barsamian.am/2020-2021/S4P4/Propagation_fake_news.pdf

Cette année, j'ai sélectionné deux articles pour vous traitant assez bien du caractère exponentiel de la propagation de la COVID : un en français, un en anglais.

https://www.lemonde.fr/les-decodeurs/article/2020/06/26/qu-est-ce-que-le-r0-le-taux-de-reproduction-du-virus_6044327_4355770.html

<https://www.washingtonpost.com/graphics/2020/world/corona-simulator/>

Exercice 2 — Intérêts composés — 1

On a ouvert un compte épargne le 1er janvier 2022 et on y a versé 1 000€ placés à 2% en intérêts composés. On décide de ne plus jamais toucher l'argent sur ce compte (ni dépôt, ni retrait).

1. Quel montant y aura-t-il sur le compte le 1er janvier 2023 ?
2. Quel montant y aura-t-il sur le compte 5 ans après l'ouverture du compte ?
3. À quelle date le compte atteindra-t-il 1 500€ ?

Exercice 3 — Tracé de courbes

Tracer dans un même repère orthonormé (pour choisir l'échelle, faire les tableaux de valeurs avant !) les 4 fonctions exponentielles suivantes :

1. $f(x) = 5^x$
2. $f(x) = 0,2^x$
3. $f(x) = 0,1^x$
4. $f(x) = 100^x$

Exercice 4 — Intérêts composés — 2

1. Un capital de 50 000 € est placé à intérêts composés à un taux annuel de 4,2% l'an.
 - (a) Calculer la valeur acquise par ce capital au bout de 5 ans. Cette valeur sera calculée au centime le plus proche.
 - (b) Trouver le nombre d'années pendant lesquelles il faudra placer ce capital pour obtenir une valeur de 72 406,82 €.
2. La valeur acquise d'un capital placé à intérêts composés à un taux annuel de 4,2% l'an pendant 10 ans est de 78 465,80 €. Calculer le montant du capital placé au début du placement.

Exercice 5 — Dépréciation de valeur

1. Une entreprise vient d'acquérir de nouveaux équipements informatiques au coût de V_0 . Ces équipements se déprécient de 15% par année.
 - (a) Déterminer un modèle mathématique décrivant la valeur de ces équipements en fonction du temps. Indice : on pourra s'aider des exercices sur les intérêts composés.
 - (b) À l'aide du modèle, déterminer la valeur de cet équipement 2 ans après l'achat en fonction de V_0 .
 - (c) La valeur initiale de l'équipement est de 10 000€. Combien vaudra cet équipement 8 ans après l'achat ? 10 ans après ?
2. Quels est le taux de dépréciation d'un équipement dont la valeur initiale était de 250 000€ et dont la valeur deux ans après l'achat est de 176 400€ ?

Exercice 6 — Résoudre les équations suivantes

1. $4^{x-2} = 16$

3. $8^x = 2$

5. $0,1^x = 0,001$

2. $3^x = 3^{2x-1}$

4. $2^6 = 2^{4x-2}$

6. $4^{x+2} = 1$

Exercice 7 — Avec Geogebra

Une denrée alimentaire est placée dans un congélateur maintenu à la température de -30°C . Lorsque cette denrée reste placée dans le congélateur pendant une durée t , exprimée en heures, la température à cœur $C(t)$ de cette denrée, exprimée en $^\circ\text{C}$, est donnée par :

$$C(t) = a \times 10^{-kt} - 30$$

- Déterminer a sachant que $C(0) = 5$.
- Calculer la valeur exacte de k sachant qu'au bout d'une heure, la température à cœur est égale à -23°C .
- Déterminer par le calcul le temps nécessaire pour que la température atteigne -25°C .

Exercice 8 — Tableaux de valeurs

On donne les tableaux de valeurs suivants :

I	n	0	1	2	3	4
	$A(n)$	29	25	21	17	13
II	n	0	1	2	3	4
	$B(n)$	0	30	60	120	180
III	n	0	1	2	3	4
	$C(n)$	3	12	48	192	768

Indiquer, en justifiant la réponse, si les grandeurs A , B et C suivent une croissance linéaire, exponentielle ou ni l'une, ni l'autre.

Exercice 9 — Intérêts simples et composés

Pierre décide de placer une somme d'argent $A = 1000\text{€}$ sur une période de $n = 5$ ans au taux $i = 2\%$ mais il hésite entre les deux formules suivantes :

La formule des intérêts simples : $S_n = A + n \times i \times A$

La formule des intérêts composés : $C_n = A \times (1 + i)^n$

Avec :

- i le taux d'intérêt annuel
- C_n le capital obtenu pour des intérêts composés au bout de n années
- S_n le capital obtenu pour des intérêts simples au bout de n années
- A le capital initial

- Quelle formule correspond à un modèle de croissance exponentiel ?
- Calcule le capital que Pierre obtiendra au bout de 5 ans pour chacune des deux formules :
 - S_5 pour des intérêts simples.
 - C_5 pour des intérêts composés.
- Quelle formule est la plus avantageuse pour cette période de 5 années de placement ?