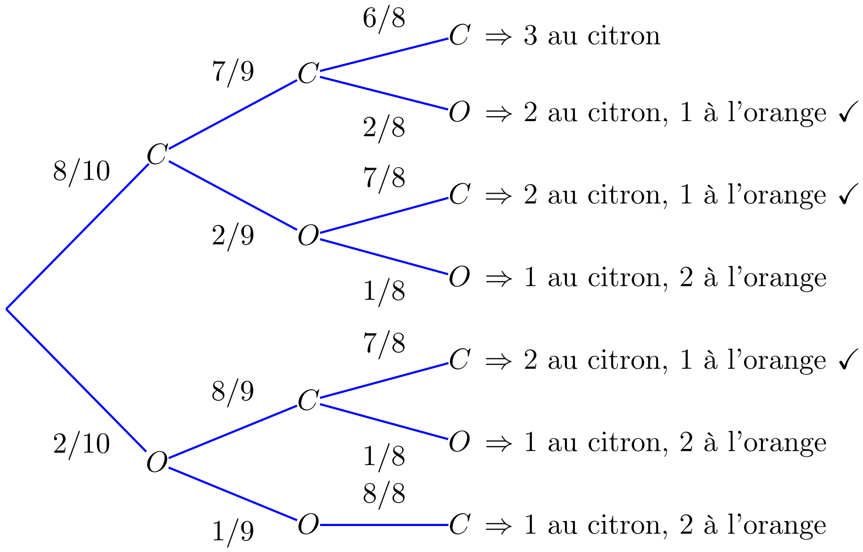
Énoncés des exercices, tirés du prébac 2019 : exercices numéros 49, 50 et 51, voir : `http://www.barsamian.am/2021-2022/S7P3/S7P3_Tous_les_prebacs.pdf`.

Exercice 49

On va dessiner un arbre pour modéliser la situation. C = "Sara mange un bonbon au citron" et O = "Sara mange un bonbon à l'orange" (remarque : $O = \overline{C}$).

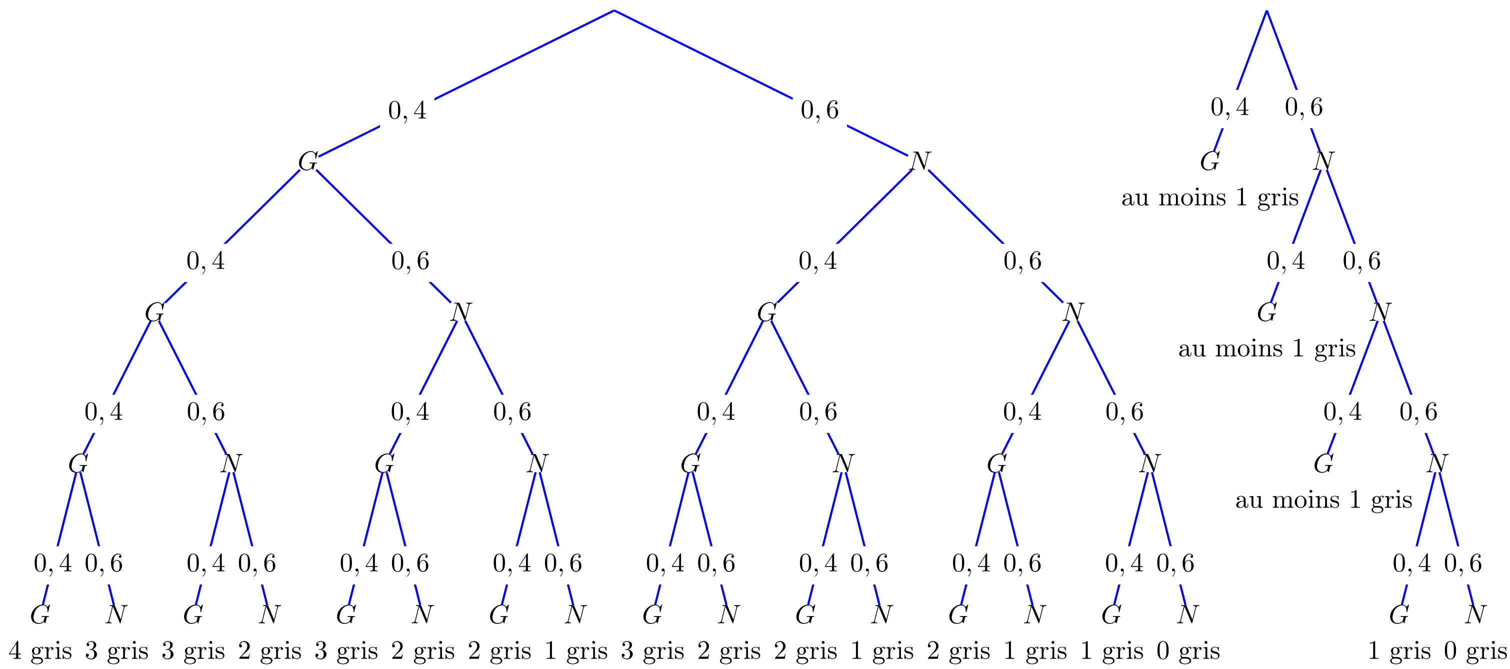


L'événement demandé est sur trois branches, on va faire la somme des trois probabilités :

$$P = \frac{8}{10}\times\frac{7}{9}\times\frac{2}{8}+\frac{8}{10}\times\frac{2}{9}\times\frac{7}{8}+\frac{2}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{7}{8} = \frac{8\times7\times2}{10\times9\times8}+\frac{8\times2\times7}{10\times9\times8}+\frac{2\times8\times7}{10\times9\times8} = 3\times\frac{\cancel{8}\times7\times2}{10\times9\times\cancel{8}} = \boxed{\frac{7}{15}}$$

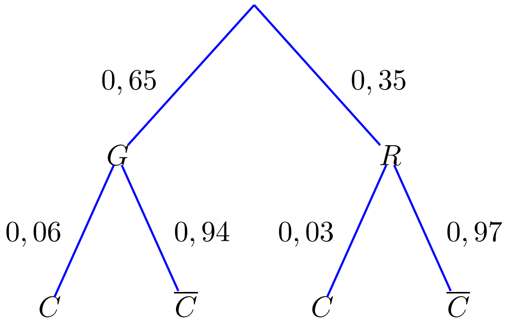
Exercice 50

Ici, on peut dire qu'on reconnaît une situation de loi binomiale : on a la répétition de 4 événements identiques et indépendants. Si on note X la variable aléatoire "nombre de sacs gris", on nous demande donc $P(X \geq 1)$ qu'on peut donc calculer comme $1 - P(X = 0)$. Et $P(X = 0)$ est très facile à calculer, c'est $0,6^4 = 0,1296$ (car $0,6^4 = (0,1\times6)^4 = 0,1^4\times6^4$ or $6\times6 = 36$, on pose ensuite le calcul 36×36, et enfin on multiplie par $0,1^4$ c'est-à-dire qu'on décale la virgule de 4). Du coup, $P(X \geq 1) = \boxed{0,8704}$. Sinon, on peut aussi dessiner un arbre pour modéliser la situation (arbre complet en bas à gauche). G = "choisir un sac gris" et N = "choisir un sac noir" (remarque : $N = \overline{G}$). On obtient le même résultat, en remarquant que c'est tout l'arbre sauf la branche de droite. Mieux encore, en fait, puisqu'on ne s'intéresse qu'au cas où il y a <u>au moins</u> un gris, on n'est pas obligés de dessiner l'arbre complet ! (l'arbre tronqué qui suffit est dessiné en bas à droite)



Exercice 51

a) Ici, le plus naturel comme diagramme est de dessiner un arbre. G = "tomate de Giovanni" et R = "tomate de Roberto" (remarque : $R = \overline{G}$) ; C = "tomate avec des crevasses".

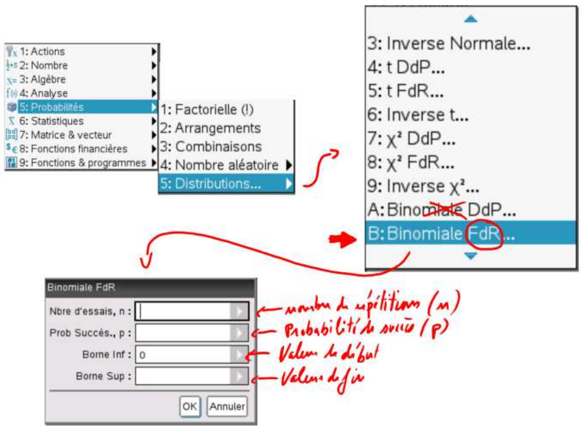


b) On calcule sur l'arbre $P(C) = 0,65 \times 0,06 + 0,35 \times 0,03 = 0,0495$.

c) On demande ici $P_C(G)$. On calcule cela comme $\dfrac{P(C \cap G)}{P(C)} = \dfrac{0,65 \times 0,06}{0,0495} \approx \boxed{0,788}$.

d) Il y a tellement de tomates qu'on peut faire l'approximation que lorsqu'on choisit des tomates, tout se passe comme s'il s'agissait d'un tirage avec remise (alors que, bien sûr, c'est un tirage sans remise) : c'est-à-dire que la probabilité que chaque tomate ait des crevasses reste la même, de la 1e à la 10e tomate du lot. Ainsi, on peut modéliser l'expérience par une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,0495$ car il s'agit de la répétition à l'identique et de manière indépendante de la même expérience. Si on note X la variable aléatoire du nombre de tomates à crevasses dans un lot, on veut donc $P(X \leq 1)$.

On demande donc à la calculatrice `binomCdf(10,0.0495,0,1)` et on obtient $0,91535$, c'est bien ce qui était demandé (arrondi). À la calculatrice, on rappelle que cela se trouve dans menu -> 5 : Probabilités -> 5 : Distributions -> B : Binomiale FdR (fonction de répartition), cf. l'image ci-contre.



e) On peut faire ici, de même, une approximation similaire : il y a tellement de paquets de 10 tomates que tout se passe comme s'il s'agissait d'un tirage avec remise : la probabilité que chaque paquet de 10 tomates contienne au maximum une tomate avec des crevasses reste la même, du 1e paquet acheté au 5e. Ainsi, on peut modéliser l'expérience par une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,915$ ($0,91535$ si on veut être plus précis, mais ce n'est pas la peine). Si on note Y la variable aléatoire du nombre de paquets ayant au plus une tomate à crevasses, on veut donc $P(Y = 5)$.

On demande donc à la calculatrice `binomCdf(5,0.915,5,5)` et on obtient $\boxed{\approx 0,64}$.