

**Exercice 1**

1. Le code d'un cadenas est composé de trois chiffres. Déterminer le nombre de codes possibles.
2. Le code d'entrée d'un immeuble est composé de quatre chiffres et d'une lettre. On sait que la lettre est forcément en dernier sur le code. Déterminer le nombre de codes possibles.

**Exercice 2**

1. On lance 7 fois une pièce de 1 euro pour jouer à pile ou face. Déterminer le nombre de résultats possibles.
2. On dispose de quatre gâteaux. Chacun des 4 invités en choisit un pour le manger. Combien de choix possibles y a-t-il ?
3. Huit nageurs de la finale olympique du 100 m nage libre prennent le départ. Combien de podiums différents sont envisageables ?
4. Gaëlle a dans son armoire 4 jupes, 5 chemisiers et 3 vestes. Elle choisit au hasard une jupe, un chemisier et une veste. De combien de façons différentes peut-elle s'habiller ?

**Exercice 3**

1. Deux joueurs jouent aux dominos, chacun recevant 7 dominos au hasard parmi les 28 dominos composant le jeu. Combien de distributions possibles y a-t-il ?
2. Au bridge, chaque joueur possède une main de 13 cartes extraites d'un jeu de 52 cartes.
  - (a) Combien de mains peut-on distribuer au bridge ?
  - (b) Combien de mains ne contiennent qu'un seul cœur ?
3. Au Scrabble<sup>®</sup>, un joueur tire au hasard 7 jetons parmi 100 lettres et 2 jokers. Combien de tirages possibles existe-t-il ?
4. Au poker, chaque joueur reçoit une main de 5 cartes parmi 52 cartes. Combien de mains possibles y a-t-il ?
5. De combien de façons peut-on choisir 3 femmes et 2 hommes parmi 10 femmes et 5 hommes ?
6. Dans une classe de 32 élèves, on compte 19 garçons et 13 filles. On doit élire 2 délégués.
  - (a) Quel est le nombre de choix possibles ?
  - (b) Et si on impose que soient élus un garçon et une fille ?

**Exercice 4**

Un sac contient 20 jetons indiscernables au toucher. Parmi ceux-ci, il y a huit jetons blancs avec le numéro 0, cinq jetons rouges avec le numéro 7, quatre jetons blancs avec le numéro 2 et trois jetons rouges avec le numéro 5. On tire simultanément quatre jetons du sac.

1. Combien de tirages possibles y a-t-il ?
2. Combien de tirages y a-t-il avec les quatre numéros identiques ?
3. Combien de tirages y a-t-il avec uniquement des jetons blancs ?
4. Combien de tirages y a-t-il avec des jetons de la même couleur ?
5. Combien de tirages y a-t-il qui permettent de former le nombre 2 020 ?
6. Combien de tirages y a-t-il qui comportent au moins un jeton portant un numéro différent des autres ?

**Exercice 5**

Dans un lot de 20 pièces fabriquées, quatre sont mauvaises. On en prélève un lot de quatre simultanément.

1. Combien de lots comportent 4 bonnes pièces ?
2. Combien de lots comportent au moins une mauvaise pièce ?
3. Combien de lots comportent au moins deux mauvaises pièces ?

### Exercice 6

Simplifier les écritures suivantes

1.  $\frac{17!}{15!}$

3.  $\frac{7! \times 5!}{10!}$

5.  $\frac{16!}{12! \times 5!}$

2.  $\frac{6! - 5!}{5!}$

4.  $\frac{9!}{6! \times 3!}$

6.  $\frac{16!}{(8!)^2}$

### Exercice 7

Donner le résultat des écritures suivantes

1.  $\binom{6}{2}$

3.  $\binom{7}{3}$

4.  $\frac{\binom{9}{2}}{\binom{5}{2}}$

2.  $\binom{15}{4}$

### Exercice 8

Dire, pour les exemples suivants, si on utilise ou non les combinaisons pour déterminer toutes les possibilités.

1. On lance deux dés en même temps et on additionne les résultats obtenus.
2. On pioche trois boules dans une urne contenant 25 boules.
3. On distribue cinq cartes à chacun des joueurs autour d'une table.
4. On aligne les lettres de l'alphabet pour fabriquer des mots de sept lettres.
5. On lance un dé, on note son numéro, on le relance et on fabrique ainsi un nombre à deux chiffres.
6. On pioche sept lettres dans le sac de lettres pour jouer au Scrabble®.

### Exercice 9

À l'issue d'un concours inter-lycées, les 15 représentants d'une équipe et les 12 d'une autre se serrent la main. Combien de poignées de mains ont été échangées ?

### Exercice 10

Un questionnaire à choix multiples, autorisant une seule réponse par question, comprend 15 questions. Pour chaque question, on propose 4 réponses possibles. Combien y a-t-il de façons de répondre à ce QCM ?

### Exercice 11

En 1961, Raymond Queneau a écrit une œuvre majeure de la littérature combinatoire intitulée *Cent mille milliards de poèmes*. L'ouvrage est composé de 10 pages découpées horizontalement. Chaque page est ainsi formée de 14 bandes de papier contenant chacune 14 vers. Le lecteur peut composer son propre poème de 14 vers en prenant le premier vers de l'une des 10 pages, puis le deuxième vers de l'une des 10 pages, et ainsi de suite jusqu'au quatorzième vers. Justifier le titre de l'ouvrage.

### Exercice 12

1. Dans une compétition sportive, on attribue une médaille d'or, une médaille d'argent et une médaille de bronze aux trois premiers arrivés. Sachant qu'au départ, il y a 38 athlètes, combien de distributions possibles de médailles y a-t-il ?
2. Cinq élèves se mettent en rang. Combien de manières y a-t-il de les disposer les uns derrière les autres ?
3. Un groupe de 35 élèves de terminale doivent constituer un bureau pour leur association. Ce bureau est constitué d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier. Combien de bureaux possibles y a-t-il ?
4. Combien d'anagrammes (ayant un sens ou nom) du mot MATH existe-t-il ?
5. Combien y a-t-il de nombres de trois chiffres dans lesquels un chiffre est répété deux fois ?
6. Dans une course de chevaux de 23 partants, combien d'arrivées possibles y a-t-il : au tiercé dans l'ordre ? au quinté dans l'ordre ?

### Exercice 13

1. Dénombrer les anagrammes du mot MATRICE.
2. Combien y en a-t-il qui commencent et finissent par une consonne ?
3. Combien y en a-t-il qui commencent et finissent par une voyelle ?
4. Combien y en a-t-il qui commencent par une consonne et finissent par une voyelle ?
5. Combien y en a-t-il qui commencent par une voyelle et finissent par une consonne ?

### Exercice 14

Lors d'une compétition de jeux vidéo en ligne, on compte 12 joueurs professionnels parmi les 30 participants. On désire réaliser un sondage sur les habitudes de jeux : pour cela on choisit un échantillon de 4 personnes parmi les participants.

1. Combien d'échantillons différents y a-t-il ?
2. Combien d'échantillons y a-t-il ne contenant aucun joueur professionnel ?
3. Combien d'échantillons y a-t-il contenant au moins un joueur professionnel ?

### Exercice 15

Au jeu du 421, on jette trois dés simultanément. Le but est de réaliser des combinaisons qui rapportent un certain nombre de points.

1. De combien de façons peut-on obtenir le plus grand score avec un 421 (un 4, un 2, un 1) ?
2. De combien de façons peut-on obtenir le plus petit score avec un 221 (deux 2, un 1) ?
3. De combien de façons peut-on obtenir un breelan, où les trois dés sont identiques ?

### Exercice 16

Sept équipes s'affrontent lors d'un tournoi sportif. Chaque équipe doit rencontrer une fois et une seule toutes les autres. Combien de matchs doit-on organiser ?

### Exercice 17

Dans un test d'aptitude, on pose à chaque candidat une série de quatre questions indépendantes auxquelles il doit répondre par « vrai » ou « faux ». Un candidat répond au hasard à ce test. Déterminer le nombre de possibilités qu'il a de répondre au questionnaire.

### Exercice 18

On considère un entier naturel  $p$ .

1. Combien de nombres entiers inférieurs à  $10^p$  existe-t-il ?
2. Parmi ces nombres, combien sont tels que la somme de leurs chiffres vaut exactement 3 ?

**100 Intersection**

Dans un club de 30 joueurs de tennis, 20 aiment jouer au fond du court et 15 aiment jouer en montant au filet. Combien de joueurs y a-t-il :

- jouant au fond du court et aimant monter au filet ?
- jouant seulement au fond du court mais ne montant jamais au filet ?
- jouant seulement au filet et ne restant jamais au fond du court ?

Méthode 2 p. 339

**101 Rangement**

On dispose de deux objets distincts que l'on souhaite ranger dans quatre cases vides de sorte qu'il y ait au plus un objet par case.

Combien de rangements possibles y a-t-il ?

Méthode 3 Méthode 4 p. 341

**102 Encore des maths**

À l'aide des lettres du mot MATHS, combien peut-on écrire de mots, ayant un sens ou non, en utilisant toutes les lettres une fois et une seule ?

Méthode 3 Méthode 4 p. 341

**103 Au tiercé**

Lors d'un tiercé, il y a vingt chevaux au départ de la course. Pour une fois, on souhaite jouer le tiercé dans le désordre (pas d'ex-aequo possible).

Combien de possibilités y a-t-il ?

Méthode 3 Méthode 4 p. 341

**104 Choix**

Dans un jeu télévisé, un candidat doit répondre à sept questions sur un total de dix.

- Combien de choix possibles a-t-il ?
- Combien de choix a-t-il sachant qu'il doit répondre aux trois premières questions ?
- Combien de choix a-t-il s'il doit répondre à trois des quatre premières questions ?

Méthode 3 Méthode 4 p. 341

**105 Bridge**

Dans un jeu de 52 cartes, on forme des mains de 13 cartes.

- Combien de mains y a-t-il qui contiennent les 4 rois ?
- Combien de mains y a-t-il qui contiennent au moins un roi ?
- Combien de mains y a-t-il qui contiennent le roi de trèfle et au moins quatre piques ?
- Combien de mains y a-t-il qui contiennent exactement 5 cartes d'une couleur, 4 cartes d'une autre couleur, 3 cartes d'une troisième couleur et 1 seule carte de la quatrième couleur ?

Méthode 5 Méthode 6 p. 343

**106 Équation**

Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels les équations suivantes.

$$\text{a) } \binom{n+1}{2} + \binom{n+1}{3} = \frac{5}{3}n^2 - \frac{4}{3}n.$$

$$\text{b) } 5n = \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3}$$

Méthode 6 p. 343

**107 Somme (1)**

On utilise les deux chiffres 1 et 3 (éventuellement plusieurs fois chacun).

1. Combien de nombres de trois chiffres peut-on former ?

2. Quelle est leur somme ?

Méthode 4 p. 341

**108 Somme (2)**

On utilise les trois chiffres 1, 3 et 7 (éventuellement plusieurs fois chacun).

1. Combien de nombres de trois chiffres peut-on former ?

2. Quelle est leur somme ?

Méthode 4 p. 341

**109 Gâteaux**

Trois personnes choisissent chacune un gâteau parmi cinq et le mangent. Deux d'entre elles se partagent les deux gâteaux restants.

Combien de répartitions possibles y a-t-il ?

(On ne tiendra pas compte de l'ordre dans lequel les gâteaux sont mangés par les personnes qui en mangent deux.)

Méthode 8 p. 345

**110 Jeu de dés**

On jette trois dés de couleurs différentes dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

- Combien de résultats possibles y a-t-il ?
- Dans combien de cas obtient-on deux résultats pairs ?
- Dans combien de cas obtient-on des résultats tous distincts ?
- Dans combien de cas obtient-on deux résultats égaux ?

Méthode 8 p. 345

**111 Second degré**

On considère les polynômes du second degré de la forme  $ax^2 + bx + c$  (avec  $a$  non nul).

- Combien de polynômes peut-on former si on souhaite que les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  soient des chiffres ?
- Parmi les polynômes précédents, combien admettent 0 comme racine ?

Méthode 6 p. 343

# Exercices vers le supérieur

## 112 Digicode

Un clavier de 12 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre parmi A, B et C, et de 3 chiffres distincts ou non parmi les entiers de 1 à 9.

1. Combien de codes différents peut-on former ?
2. Combien de codes y a-t-il sans le chiffre 1 ?
3. Combien de codes y a-t-il comportant au moins une fois le chiffre 1 ?
4. Combien de codes y a-t-il comportant des chiffres distincts ?
5. Combien de codes y a-t-il comportant au moins deux chiffres identiques ?

## 113 Variations autour de crayons

1. Une maman veut ranger 3 des 5 crayons de couleur de sa fille dans une boîte à 3 cases.

Combien de rangements possibles a-t-elle ?

2. La maman ne dispose plus que de 3 crayons de couleur. Combien de rangements possibles a-t-elle alors ?

3. La fille prend une poignée de 3 crayons de couleur parmi les cinq crayons.

Combien de poignées possibles y a-t-il ?

## 114 Au tarot

Dans un jeu de tarot, il y a 21 atouts. On en tire (simultanément) cinq au hasard.

Combien de tirages y a-t-il pour lesquels :

- a) au moins un atout est un multiple de cinq ?
- b) il y a exactement un multiple de cinq et un multiple de trois ?
- c) on a tiré le 1 ou le 21 ?

## 115 En colonie

Une colonie de vacances compte 30 filles, 25 garçons et 5 moniteurs. Cette colonie possède un mini-bus de 12 places pour les excursions.

1. Sachant que deux moniteurs doivent accompagner l'excursion, quel est le nombre de remplissages possibles du mini-bus ?

2. Sachant que seul l'un des moniteurs connaît le lieu de l'excursion et doit donc venir, quel est le nombre de remplissages possibles du mini-bus ?

3. Sachant que deux des moniteurs ne peuvent pas être ensemble, quel est le nombre de remplissages possibles du mini-bus ?

## 116 Podium

Lors de la finale du 100 m des mondiaux d'athlétisme huit coureurs s'élancent. Trois de ces coureurs sont américains. Les trois premiers arrivés montent sur le podium dans leur ordre d'arrivée.

1. Combien de podiums possibles y a-t-il ?
2. Combien de podiums y a-t-il entièrement américains ?
3. Combien de podiums y a-t-il comprenant au moins un Américain ?
4. Combien de podiums y a-t-il comprenant exactement deux Américains ?

## 117 Droites

Dans un plan, on considère  $n$  droites telles que deux d'entre elles ne soient pas parallèles et que trois d'entre elles ne soient pas concourantes en un point.

Combien y a-t-il de points d'intersection de ces droites prises deux à deux ?

## 118 Région d'un disque

On place  $n$  points sur un cercle et on les relie par des segments tels que deux d'entre eux ne soient pas parallèles et que trois d'entre eux ne soient pas concourants en un point.

1. Combien de régions y a-t-il ainsi définies dans le disque ?
2. Écrire les premiers termes de cette suite.

## 119 À la poste

Un postier doit affranchir une lettre à 2,40 €. Pour cela, il a à sa disposition une pochette avec : un timbre à 2 €, deux timbres à 1 €, cinq timbres à 0,20 € et quatre timbres à 0,10 €. Calculer le nombre de combinaisons différentes possibles lui permettant d'affranchir sa lettre.

## 120 Maths et musique

Dans une classe de 34 étudiants, 26 aiment les maths, 20 sont sportifs et 7 sont musiciens. Aucun étudiant ne déteste les maths, le sport et la musique. De plus, 4 sont des matheux musiciens, 15 sont des matheux sportifs et 3 sont des musiciens sportifs.

Y a-t-il un élève satisfaisant les idéaux grecs, c'est-à-dire matheux, musicien et sportif ?

## 121 Sélectionneur

Un sélectionneur d'une équipe de football dispose de 20 joueurs dont 3 gardiens de but.

Combien d'équipes différentes de 11 joueurs, dont 1 gardien, peut-il former ?

**Exercice 1**

Calc. : ✗

2 points	1. Olivier participe à un tournoi sportif. Il y a 10 concurrents dans ce tournoi. Déterminer le nombre de podiums de 3 personnes possible, il ne peut pas y avoir d'ex-aequo.
4 points	2. En morse, les mots sont écrits avec un alphabet de deux symboles : – et •. Combien de mots de 4 lettres peut-on former en morse ?

**Exercice 2**

Calc. : ✗

2 points	Calculer $\binom{5}{3}$ et $\binom{201}{1}$
----------	---

**Exercice 3**

Calc. : ✗

	Le code PIN d'une carte bancaire contient 5 chiffres.
3 points	1. Combien de codes PIN différents peut-on créer ?
4 points	2. Lisa a un code PIN de 5 chiffres. Malheureusement, elle a oublié son code. Elle se souvient que son code démarre par 418 et que ni le 0 ni le 9 n'apparaissent dans son code. Combien de codes sont encore possibles ?

**Exercice 4**

Calc. : ✗

	Une classe est composée de 6 étudiants flamands et 3 étudiants néerlandais. Dans cette classe, on sélectionne une équipe de 3 élèves pour le conseil des étudiants.
3 points	1. Combien d'équipes différentes de 3 élèves peuvent être formées ?
3 points	2. Combien d'équipes différentes de 3 élèves peuvent être formées qui contiennent au moins 1 représentant flamand et 1 représentant néerlandais ?

**Exercice 5**

Calc. : ✓

	Une boîte contient des jetons avec des lettres imprimées dessus. Les 5 jetons dans la boîte sont C, A, T, M et S. Elsa prend 3 jetons au hasard dans cette boîte.
4 points	1. Calculer la probabilité qu'elle peut former le mot MAT avec ces 3 jetons.
	Peter prend 3 jetons au hasard dans cette boîte.
4 points	2. Calculer la probabilité qu'il peut former le mot MAT avec ces 3 jetons sachant que le premier jeton est la lettre M.

**Exercice 6**

Calc. : ✗

4 points	Six sprinters s'affrontent en finale. De combien de manières différentes peut-on constituer un podium avec une médaille d'or, une médaille d'argent et une médaille de bronze ?
----------	---

**Exercice 7**

Calc. : ✓

	Dans un groupe de 10 coureurs et 15 non-coureurs, un chercheur du CHU sélectionne cinq personnes pour une étude sur les maladies cardio-vasculaires.
3 points	1. Combien de groupes possibles peut-on constituer si aucune distinction n'est faite entre les coureurs et les non-coureurs lors du choix ?
3 points	2. Combien de groupes possibles peut-on constituer si on veut qu'exactly trois coureurs participent à l'étude ?
4 points	3. Quelle est la probabilité que, étant donnée une sélection aléatoire des participants à l'étude, exactement trois coureurs appartiennent au groupe ?