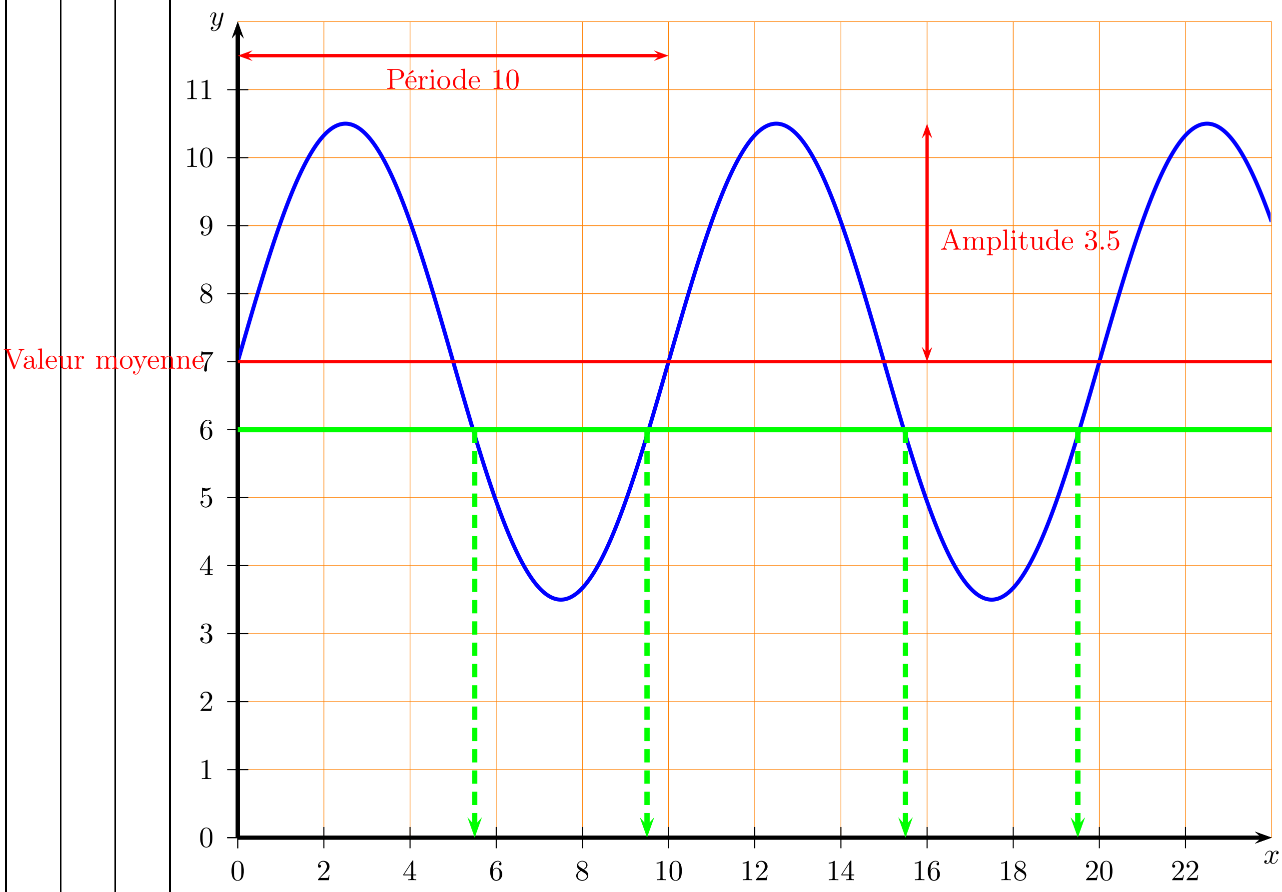
Connaissances	Méthodes	Résolution	Interprétation	Barème	
					On accordera une attention particulière, à ce devoir comme à tous les autres, à l'orthographe, la présentation et la rédaction des réponses (ce qui inclut l'obligation de justifier). Sur le total, 1 point est dévolu à cela. Chaque question est annotée à gauche avec le nombre de points et les compétences évaluées.

Exercice 1 **7 points**

On souhaite modéliser la profondeur de l'eau dans un fleuve par une fonction sinusoïdale. Dans le graphique suivant, on a tracé une fonction f qui donne, tout au long d'une journée, la profondeur de l'eau. Le temps t est mesuré en heures, et la profondeur $f(t)$ en mètres.



	✓		✓	2	1. Pour naviguer avec un bateau sur ce fleuve, il faut au moins 6 m de profondeur. Quand peut-on naviguer, lors de cette journée ?
✓	✓			3	2. Lire graphiquement la période de f, l'amplitude de f et la valeur moyenne de f.
✓	✓			2	3. En déduire une écriture de $f(t)$ sous la forme $a\sin(bt)+d$.

1. On a tracé graphiquement les traits de construction. Ainsi, on peut naviguer à trois moments de la journée : $\boxed{\text{de minuit à 5h30, de 9h30 à 15h30, et de 19h30 à minuit}}$.
2. On a montré graphiquement ce qui permet de conclure.
   (a) La période de f est $\boxed{10}$.
   (b) L'amplitude de f est $\boxed{3,5}$.
   (c) La valeur moyenne de f est $\boxed{7}$.
3. On en déduit l'écriture $\boxed{f(t) = 3,5\sin\left(\frac{2\pi}{10}t\right) + 7}$.

Exercice 2 **4 points**

					La température mensuelle d'une région est modélisée par la fonction : $$T(x) = 19,5\cos\left(\frac{\pi}{6}(x-7)\right) + 0,5$$ où x est le rang du mois dans l'année (en janvier, $x = 1$).
✓	✓			1	1. Quelle est la période de cette fonction ?
		✓		1	2. Déterminer la température mensuelle minimale.
	✓		✓	2	3. Déterminer la température mensuelle en décembre.

La fonction $T(x) = 19,5\cos\left(\frac{\pi}{6}(x-7)\right) + 0,5$ est une fonction sinusoïdale.

Attention, pour les <u>fonctions</u> cosinus / sinus / tangente, c'est toujours en radians !

1. Le formulaire nous rappelle que pour une fonction de la forme $f(x) = a\sin(b(x-c)) + d$, la période est $\frac{2\pi}{b}$ (il en est de même pour les fonctions de type $a\cos(b(x-c)) + d$, car le cosinus c'est la fonction sinus décalée de $\frac{\pi}{2}$), donc ici ça donne $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{6}} = 2\pi \times \frac{6}{\pi} = \boxed{12}$.
2. L'énoncé nous invite à penser que la fonction n'est utile que pour des valeurs de x entières. Ainsi, on peut faire un tableau des 12 valeurs utiles de T, et regarder la plus petite :

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$T(x)$	-19	-16,4	-9,25	0,5	10,25	17,4	20	17,4	10,25	0,5	-9,25	-16,4

   Du coup la température mensuelle minimale est de $\boxed{-19\ °\text{C}}$ (atteinte en janvier).

   Sinon on peut par exemple encadrer les valeurs en démarrant par le fait que les valeurs de cosinus sont toujours entre -1 et 1 :

$$\begin{aligned} -1 \leq \cos\left(\frac{\pi}{6}(x-7)\right) &\leq 1 \\ && \times 19,5 \\ -19,5 \leq 19,5\cos\left(\frac{\pi}{6}(x-7)\right) &\leq 19,5 \\ && +0,5 \\ -19 \leq 19,5\cos\left(\frac{\pi}{6}(x-7)\right) + 0,5 &\leq 20 \end{aligned}$$

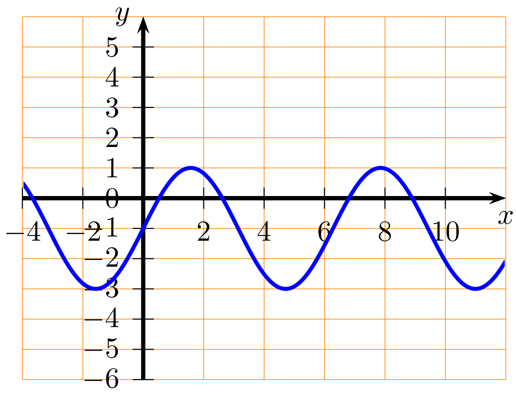
   Donc la valeur minimale de T est de $\boxed{-19}$ (les valeurs de l'encadrement sont atteintes à chaque fois).
3. Ici, on demande de calculer $T(12)$. Voici le détail du calcul :

   $19,5\cos\left(\frac{\pi}{6}(12-7)\right) + 0,5 = 19,5\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + 0,5 = 19,5 \times \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + 0,5 \approx\ -16,4$ donc $\boxed{-16,4°\text{C}}$ (bien sûr si on avait fait un tableau de valeurs en 1) on avait déjà la réponse).

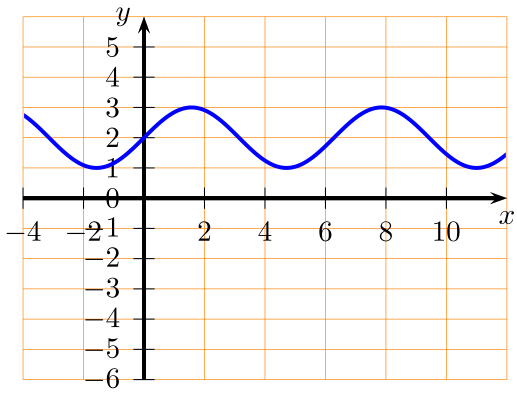
Exercice 3 **3 points**

		✓		3	Associer chacune des fonctions suivantes avec le graphe correspondant :

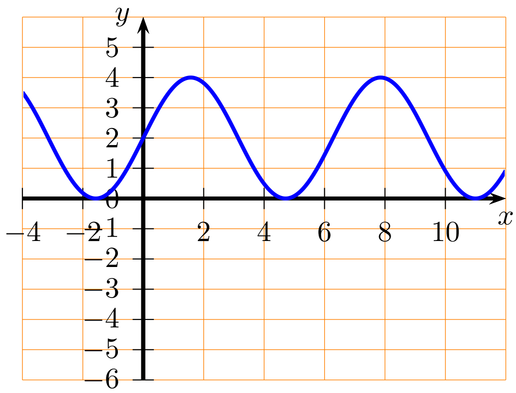
Fonction	$2\sin(x)-1$	$2\sin(x-1)$	$\sin(x)+2$
Graphe	A	D	B



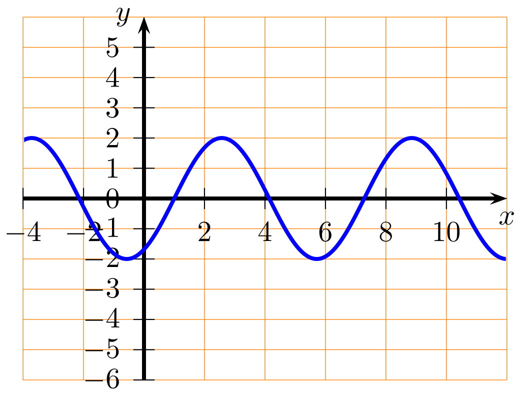
A



B



C



D

On a complété le tableau en rouge :

- La fonction $f(x)=2\sin(x)-1$ est décalée de 1 vers le bas : c'est le graphe A.
- La fonction $g(x)=2\sin(x-1)$ n'a pas de décalage vertical : c'est le graphe D.
- La fonction $h(x)=\sin(x)+2$ est décalée de 2 vers le haut : c'est le graphe B ou C. Puisque l'amplitude est de 1, c'est donc le graphe B (la fonction du graphe C a une amplitude de 2).

Exercice 4 — BONUS

		✓	✓		Votre petit frère est malade, et a de la fièvre. Vous relevez régulièrement sa température. Lorsque vous démarrez les relevés, sa température est de 39°C. Vous utilisez du perdolan pour faire baisser sa température, qui redescend en 3h à 37°C, mais 3h après être redescendue, sa température est remontée à 39°C. Comme cela fait 6h vous pouvez lui redonner du perdolan… ce qui fait de nouveau baisser en 3h sa température à 37°C, mais puisqu'il est toujours malade, 3h après être re-redescendue, sa température re-remonte à 39°C, etc. Sa température continue d'osciller de la sorte pendant 2 jours. On souhaite modéliser par une fonction périodique la température de votre petit frère en fonction du temps pendant ces 2 jours de fièvre. Quelle serait la période ? Quelle serait l'amplitude ? La température moyenne ? Tracez sommairement un graphique qui correspond aux données de l'énoncé.

La température descend en 3h puis remonte au niveau initial en 3h, donc une période complète est de $\boxed{6}$ (en heures). Les températures varient entre 37°C et 39°C, donc l'amplitude est de $\boxed{1}$ (en degrés Celsius). La température moyenne est donc de $\boxed{38}$ (en degrés Celsius). Le graphique serait le suivant :