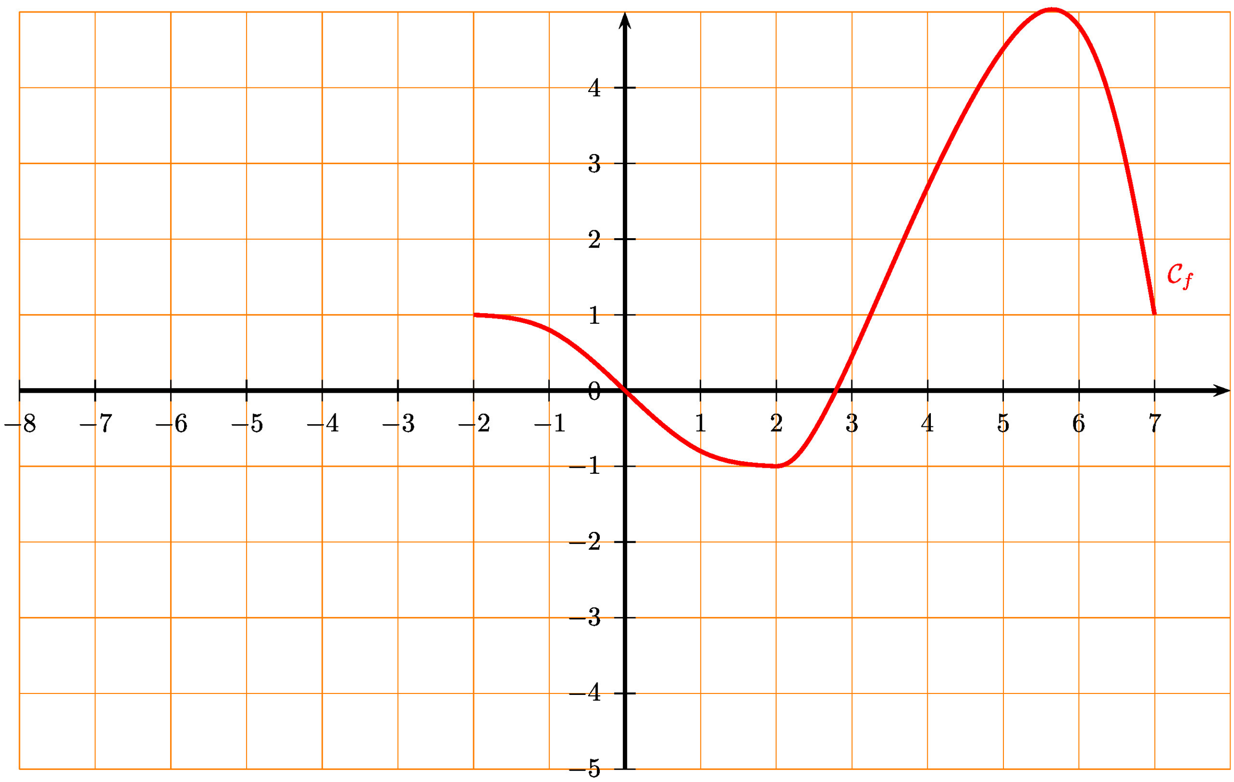
1 Analyse

Exercise 1 Calc. : ✗

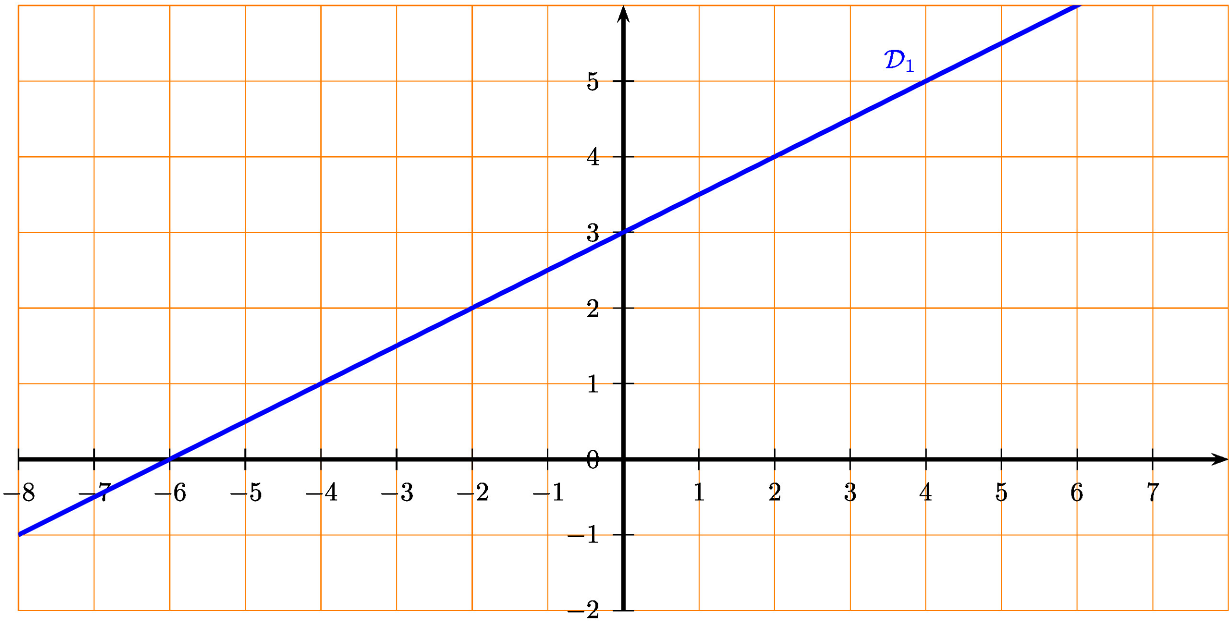
On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f :



1. Lire graphiquement
   (a) Le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de f
   (b) L'ensemble image de f
   (c) L'ensemble des racines de f
   (d) La valeur de $f(2)$
   (e) Les solutions de l'équation $f(x) = 4$
2. Résoudre graphiquement :
   (a) $f(x) > 0$
   (b) $f(x) < 3$
3. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est-elle croissante ?
4. Peut-on continuer le graphique de f pour obtenir une fonction impaire sur $[-7; 7]$? Justifier, et tracez si possible.

Exercise 2 Calc. : ✗

On donne ci-dessous une droite $\mathcal{D}_1$:



1. Donner l'équation de la droite $\mathcal{D}_1$.
2. Tracer dans le même graphique la droite $\mathcal{D}_2$ d'équation $y = -x + 2$.
3. Écrire l'équation de la droite $\mathcal{D}_3$ parallèle à l'axe (Ox) et passant par le point $(-3; -2)$.
4. On considère maintenant une droite $\mathcal{D}_4$ parallèle à la droite $\mathcal{D}_2$.
   (a) Quel est son coefficient directeur ?
   (b) $\mathcal{D}_4$ passe par l'origine des axes. Quelle est son équation ?

Exercise 3 Calc. : ✓

Dans une usine de sucreries, la production journalière de chocolat est comprise entre 0 et 90 kilogrammes. Pour tout réel x dans $[0\ ;\ 90]$, on note $c(x)$ le coût de production, en euros, de x kilogrammes de chocolat. La fonction c est définie sur l'intervalle $[0\,;90]$, et son expression est :

$$c(x) = 0,05x^2 + 1,2x + 60$$

Un kilogramme de chocolat produit est vendu 6€. La fonction r, exprimant la recette en euros pour x kilogrammes vendus, est donc définie sur l'intervalle $[0\,;90]$ par $r(x) = 6x$.

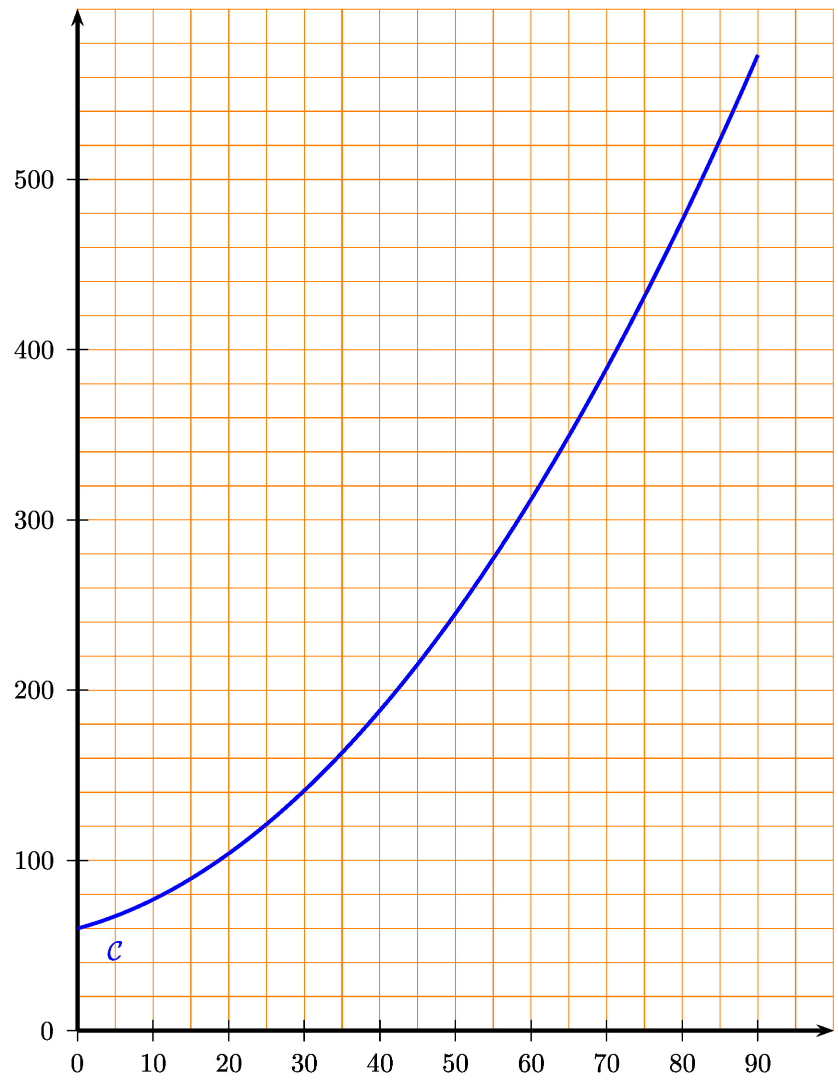
1. Le bénéfice d'une entreprise correspond à ce qu'elle gagne moins ce qu'elle dépense. Montrer que le bénéfice $b(x)$ réalisé par l'usine pour la production et la vente journalières de x kilogrammes de chocolat, pour x dans l'intervalle $[0\,;90]$, est donné par :

$$b(x) = -0,05x^2 + 4,8x - 60$$

2. Résoudre à la calculatrice l'inéquation $b(x) \geq 0$.
3. Pour quelles quantités de production l'entreprise perd-elle de l'argent ?

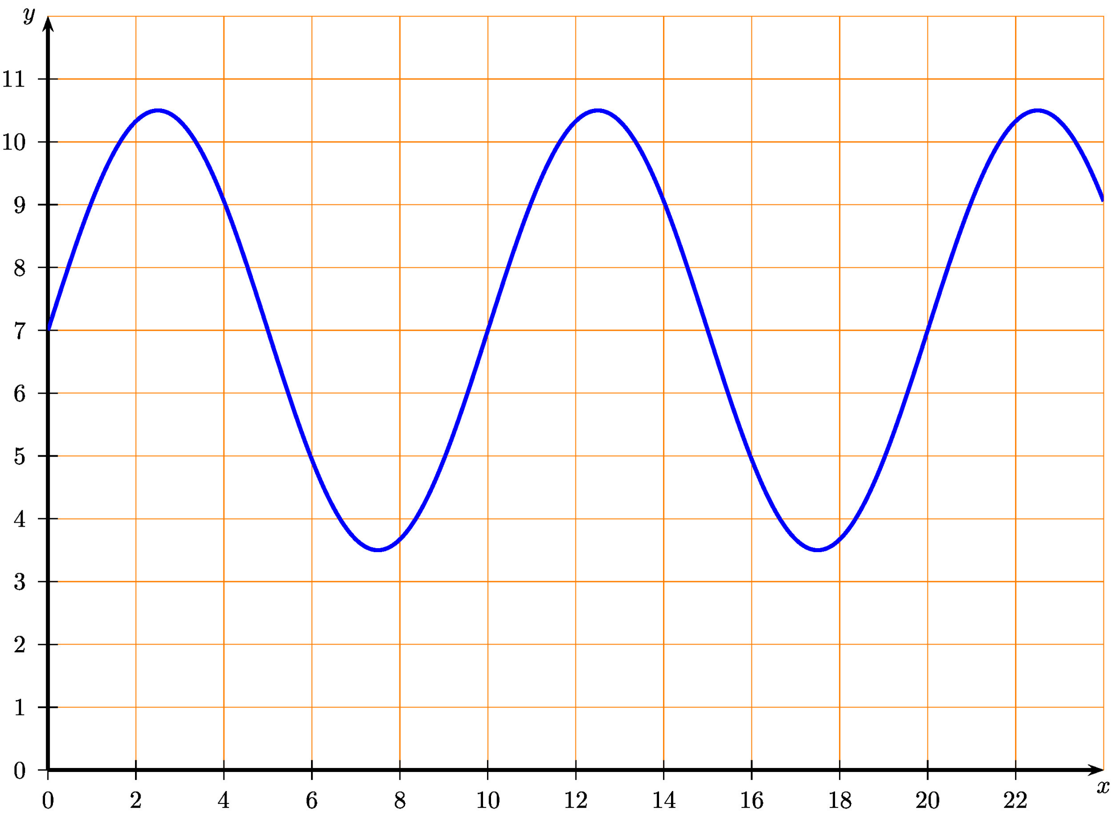
La courbe $\mathcal{C}$, représentative dans un repère orthogonal de la fonction coût de production c, est donnée sur le graphique suivant.

4. Tracer la fonction r sur le même graphique.
5. Vérifier graphiquement la réponse à la question 2) en expliquant.



Exercise 4 Calc. : ✗

On souhaite modéliser la profondeur de l'eau dans un fleuve par une fonction sinusoïdale. Dans le graphique suivant, on a tracé une fonction f qui donne, tout au long d'une journée, la profondeur de l'eau. Le temps t est mesuré en heures, et la profondeur $f(t)$ en mètres.



4 points — 1. Pour naviguer avec un bateau sur ce fleuve, il faut au moins 6 m de profondeur. Quand peut-on naviguer, lors de cette journée ?

2. Lire graphiquement :

2 points — (a) la période de f ;

2 points — (b) l'amplitude de f ;

2 points — (c) la valeur moyenne de f.

3 points — 3. En déduire une écriture de $f(t)$ sous la forme $a\sin(bt) + d$.

Exercise 5 Calc. : ✗

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 8x - 12$.

4 points — 1. Déterminer $f'(x)$.

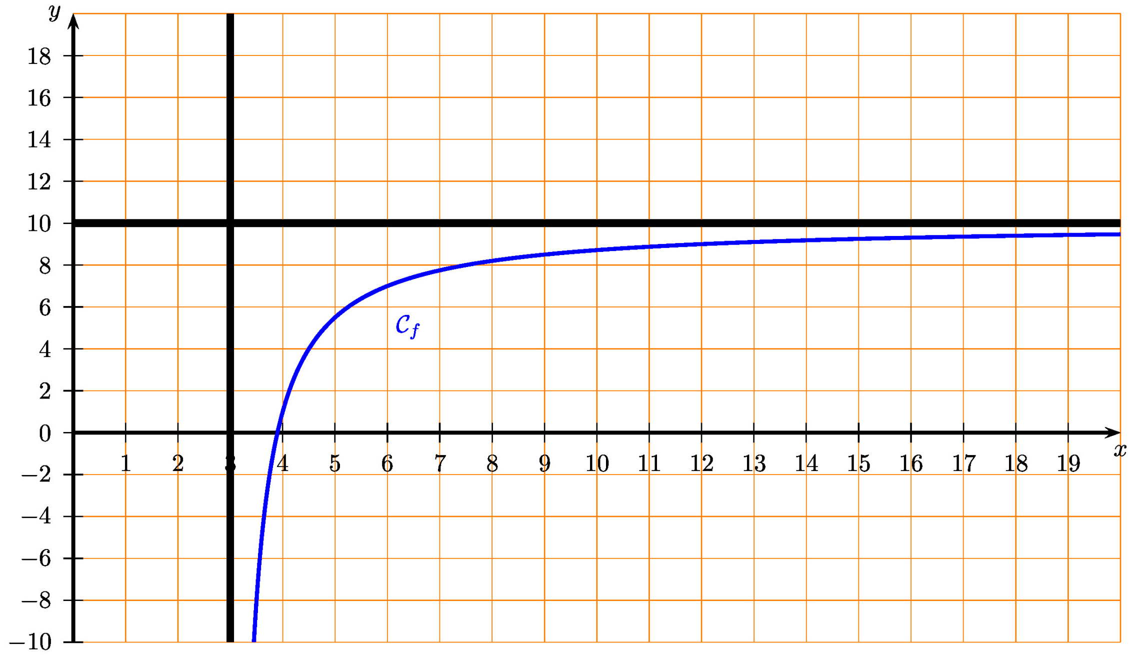
2. Déduire de la question 1 :

4 points — (a) l'équation de la tangente au point d'abscisse 1 ;

3 points — (b) les points de la courbe de f en lesquels la tangente est horizontale.

Exercise 6 Calc. : ✗

On donne ci-dessous en bleu la courbe C_f d'une fonction f définie sur $]3;+\infty[$, et croissante sur cet intervalle. On a tracé avec un trait épais les deux asymptotes à C_f.



4 points — 1. Donner les équations des deux asymptotes à C_f.

3 points — 2. Combien vaut $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$? Expliquer à quoi correspond cette valeur.

Exercise 7 Calc. : ✓

Une entreprise vend un certain type de machines. On donne la fonction C définie pour $x \in [0;15]$ par :

$$C(x) = x^2 + 5x + 12$$

qui représente le coût, en milliers d'euros, de la production de x milliers de machines.

Chaque machine fabriquée est vendue au prix unitaire de 16€, donc on donne la fonction R définie pour $x \in [0;15]$ par :

$$R(x) = 16x$$

qui représente la recette, en milliers d'euros, pour la vente de x milliers de machines.

2 points — 1. Calculez $C(1)$; qu'est-ce que cela représente, dans le contexte du problème ?

2 points — 2. Pour combien de machines produites le coût de production est-il de 18 000€ ?

2 points — 3. Pour combien de machines vendues les recettes sont-elles de 32 000€ ?

4. Soit $B(x)$ le bénéfice (les recettes moins les coûts) réalisé pour x milliers de machines produites et vendues.

2 points — (a) Montrer que l'on a :
$$B(x) = -x^2 + 11x - 12$$

3 points — (b) Par la méthode de votre choix, dressez le tableau de variations de $B(x)$.

2 points — (c) En déduire la production qui permet d'atteindre le bénéfice maximal, et précisez ce bénéfice maximal.

3 points — (d) Combien de machines l'entreprise doit-elle produire et vendre pour être bénéficiaire ?

Exercise 8 Calc. : ✓

	Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $$f(x) = 0,5x^3 + 2,5x^2 - 6$$
2 points	1. Calculez $f'(x)$.
3 points	2. Dresser le tableau de signes de $f'(x)$.
3 points	3. En déduire le tableau de variations de f.
4 points	4. Esquissez le graphique de la fonction f, pour $x \in [-5; 2]$.
3 points	5. Sur votre graphique, tracer les tangentes à la courbe qui sont des droites horizontales.
	BONUS — Combien de solutions a l'équation $f(x) = 2$?

Exercise 9 Calc. : ✓

Soit la fonction

$$C(x) = x^2 + 4x + 48$$

qui représente le coût en milliers d'euros de la production de x milliers d'articles, $x \in [0; 20]$.
On suppose que chaque article fabriqué est vendu au prix unitaire de 20€. Soit $R(x) = 20x$ la fonction exprimant la recette en milliers d'euros pour la vente de x milliers d'articles.

1. Calculez les coûts de fabrication de 3 000 et 9 000 articles, puis les recettes correspondantes. Que concluez-vous ?
2. Soit $B(x)$ le bénéfice réalisé pour x milliers d'articles produits et vendus.
   (a) Montrer que l'on a : $B(x) = -x^2 + 16x - 48$.
   (b) Dressez le tableau de variation de $B(x)$.
   (c) En déduire la production qui permet d'atteindre le bénéfice maximal, et précisez ce bénéfice maximal.
   (d) Pour quelles productions l'entreprise est-elle bénéficiaire ?

Exercise 10 Calc. : ✓

Soit la fonction

$$C(x) = x^2 + 3x + 36$$

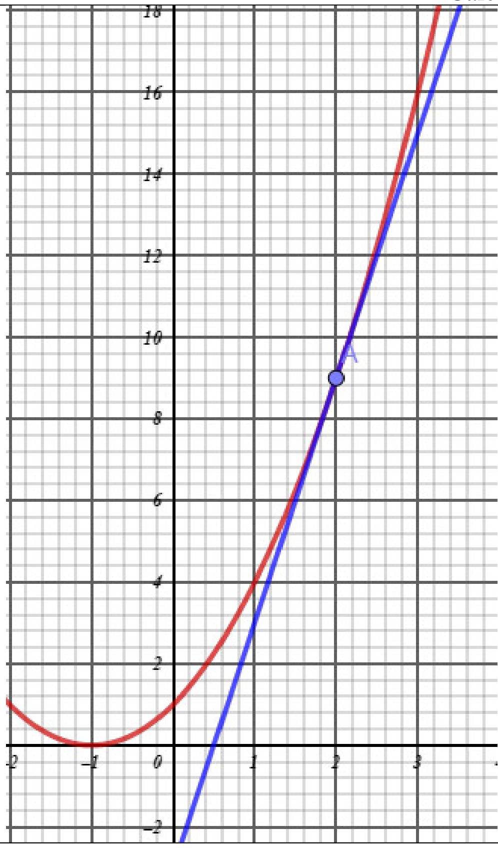
qui représente le coût en milliers d'euros de la production de x milliers d'articles, $x \in [0, 15]$.
On suppose que chaque article fabriqué est vendu au prix unitaire de 18€. Soit $R(x) = 18x$ la fonction exprimant la recette en milliers d'euros pour la vente de x milliers d'articles.

1. Calculez les coûts de fabrication de 2000 et 10000 articles, puis les recettes correspondantes. Que concluez-vous ?
2. Soit $B(x)$ le bénéfice réalisé pour x milliers d'articles produits et vendus.
   (a) Montrer que l'on a : $B(x) = -x^2 + 15x - 36$.
   (b) Dressez le tableau de variation de $B(x)$.
   (c) En déduire la production qui permet d'atteindre le bénéfice maximal, et précisez ce bénéfice maximal.
   (d) Pour quelles productions l'entreprise est-elle bénéficiaire ?

Exercise 11 Calc. : ✗

	Donner sans justification, les fonctions dérivées des fonctions suivantes :
1 point	1. $f(x) = x^2 + x + 5$
1 point	2. $g(x) = 3x^2 + 2x + \frac{2}{3}$
1 point	3. $h(x) = \frac{1}{4}x^2 + x + \frac{1}{4}$
1 point	4. $i(x) = 3x^4 + \frac{1}{4}x$
2 points	5. $j(x) = \frac{x^3}{x^2}$

Exercise 12 Calc. : ✗

6 points	On considère le graphe C_f de la fonction f et la tangente T au point d'abscisse $x = 2$. Donner l'équation de la tangente en $x = 2$.	

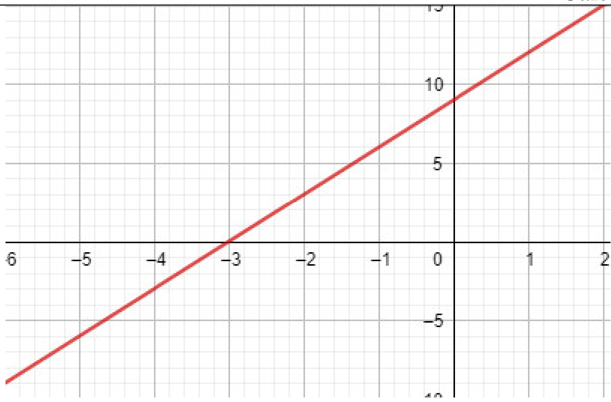
Exercise 13 Calc. : ✗

10 points

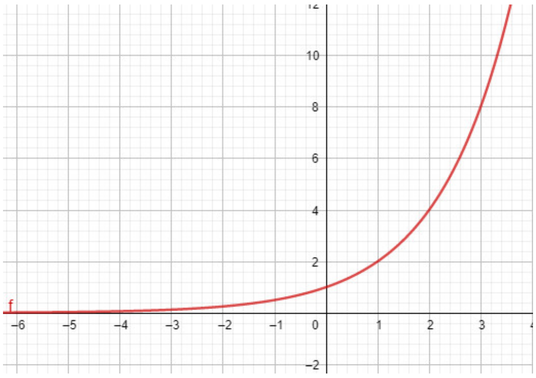
La figure à droite représente le graphe d'une fonction dérivée f'.

Choisir parmi les graphes ci-dessous, celui ou ceux qui pourrait représenter la fonction f.

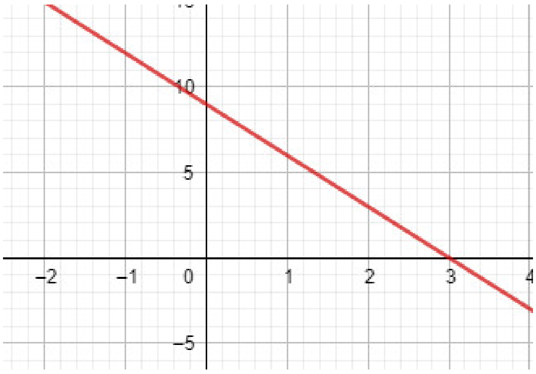
Une justification de votre raisonnement est attendue. Vous devrez également expliquer pourquoi vous éliminez les autres graphes.



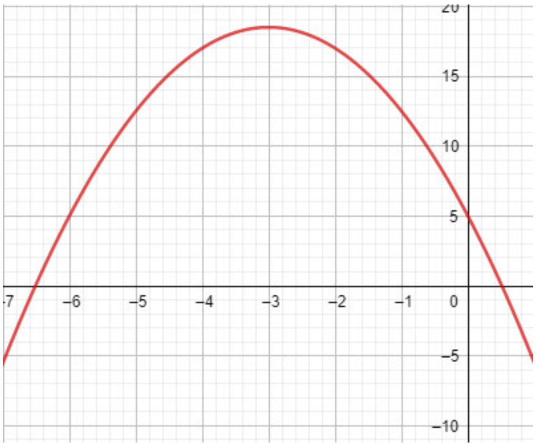
Propositions :



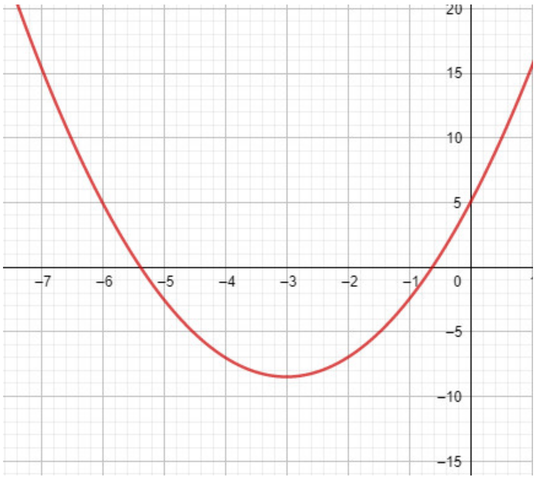
Graphe A



Graphe B



Graphe C



Graphe D

Exercise 14 Calc. : ✓

	Dans le cadre d'une extension d'activité, la société CARTEL envisage l'achat d'une nouvelle machine pour fabriquer des cartes électroniques. Pour une production annuelle entre 4 000 et 12 000 cartes électroniques, le bénéfice B généré par cette fabrication de la quantité q de cartes peut être modélisé par la formule : $$B = -40q^2 + 600q - 2\,000$$ Avec B en milliers d'euros et q en milliers de cartes fabriquées. Les dirigeants de l'entreprise cherchent à connaître : • **L'intervalle de production pour lequel la fabrication des cartes est rentable.** • **La quantité de cartes produites correspondant au bénéfice maximum dégagé par la machine** On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[4; 12]$ par l'expression : $$f(x) = -40x^2 + 600x - 2\,000$$
3 points	1. Calculer $f(4)$ et $f(12)$. Que représentent ces valeurs ?
2 points	2. Déterminer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.
3 points	3. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.
6 points	4. Par la méthode de votre choix, donner les variations de f sur l'intervalle $[4; 12]$.
2 points	5. Montrer que l'intervalle $[5; 10]$ correspond à l'intervalle de production pour lequel la fabrication des cartes est rentable.
2 points	6. Trouver le bénéfice maximum dégagé par la machine et la quantité de cartes produites correspondantes.

Exercise 15 Calc. : ✓

	On considère la fonction f qui a pour expression : $$f(x) = x^2 + x + \frac{3}{4}$$
3 points	1. Déterminer les coordonnées de l'extrémum à l'aide de la méthode de votre choix.
2 points	2. En déduire l'équation de la tangente en son extremum.
4 points	3. Écrire l'équation de la tangente à $x = 2$.
3 points	4. Déterminer les coordonnées des points d'intersections entre la droite d'équation $y = 2x + \frac{3}{4}$ et la tangente en $x = 2$.

Exercise 16 Calc. : ✗

7 points	Sketch the graph of the parabola $y = x^2 - 2x - 8$ Your sketch must show the coordinates for any points of intersection with the coordinate axes and the coordinates of the vertex.

Exercise 17 Calc. : ✗

5 points	Find the x-coordinates for the stationary points of the function $$y = x^3 + x^2 - 5x - 6$$ And determine whether or not a stationary point is a local minimum or maximum. Note : *There is no need to calculate the value of the y coordinate in this question.*

Exercise 18 Calc. : ✓

	The function $f(x) = x^4 + 4x^3 - 4x^2 - 16x$ is defined for $x \in \mathbb{R}$.
2 points	1. Use differentiation to determine the (x, y) coordinate for any stationary points of the function f.
3 points	2. Classify the nature of any stationary points in terms of local maximum or minimum.
3 points	3. Find the range of values for which the curve is increasing.
2 points	4. Find the equation of the tangent at $x = 1$.

Exercise 19 Calc. : ✓

	Make sure that calculator is set to radians for this question. The depth of water at the end of a pier can be estimated by the function $$d(t) = 5.6 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 14.9$$ Where $d(t)$ is the depth of the water in metres and t is the number of hours after midnight. Use your calculator to help you to *draw a sketch* of the graph of this function and to find the following :
2 points	1. What is the period of this function ?
1 point	2. Estimate the depth of the water at midnight.
1 point	3. Estimate the depth of the water at 8am.
2 points	4. At what time will the water reach its highest point after midday ?

Exercise 20 Calc. : ✗

	The function f is defined as follows : $$f(x) = 4\sqrt{x} - x^2 \qquad x \in \mathbb{R}, x \geq 0.$$
5 points	Show that f has a single stationary point and determine if this is a maximum or minimum.

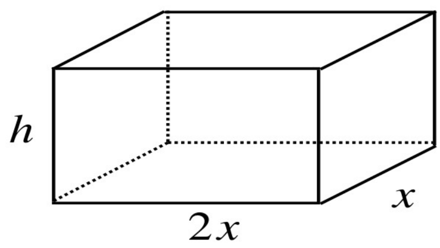
Exercise 21 Calc. : ✓

	The functions f and g are defined to be $$\begin{cases} f(x) = x^2 + 2x & x \in \mathbb{R} \\ g(x) = \dfrac{1}{x+2} & x \in \mathbb{R}, x \neq -2. \end{cases}$$
3 points	1. Draw a sketch of the graph of f labelling clearly the coordinates for the vertex and all points where the graph intersects the coordinate axes.
	The range for g is written $g(x) \in \mathbb{R}, g(x) \neq 0$..
2 points	2. What is the range for f ?
1 point	3. Write explicitly an expression for the composite function $g(f(x))$ and thus evaluate $g(f(2))$.
2 points	4. Solve the equation $g(f(x)) = \frac{1}{10}$.
2 points	5. Is the function $g(f(x-1))$ an *odd* function or an *even* function ? Give a reason for your answer.

Exercise 22 Calc. : ✓

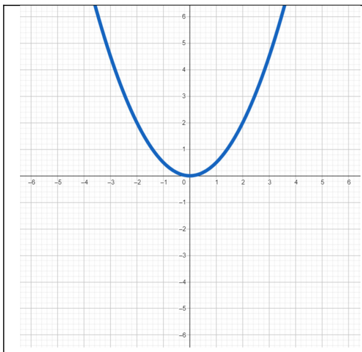
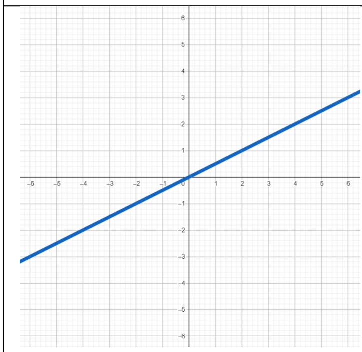
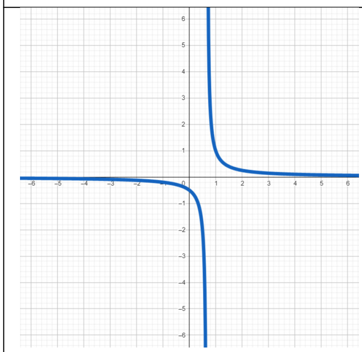
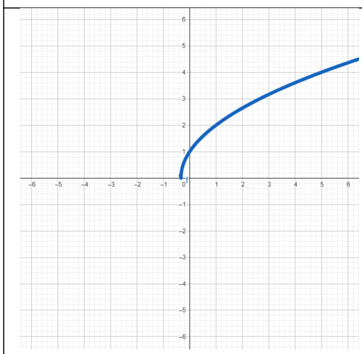
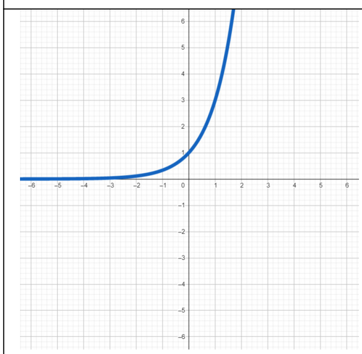
	The function $y = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 2$ is defined for $x \in \mathbb{R}$.
2 points	1. Use differentiation to determine the (x, y) coordinate for any stationary points of the function y.
3 points	2. Classify the nature of any stationary points in terms of local maxima or minima.
2 points	3. Find the range of x values for which the curve is increasing.
3 points	4. Find the equation of the tangent line at $x = 1$.

Exercise 23 Calc. : ✓

	The length of the base of a cuboid is twice the width x, and its height is h centimetres, as shown in the diagram below. Its total surface area is A cm^2 and its volume is V cm^3. 
2 points	1. Show that $A = 4x^2 + 6xh$.
	The manufacturer needs the total surface area $A = 300$ cm^2.
2 points	2. Find an expression for h, in terms of x.
1 point	3. Show that the volume $V(x) = 100x - \frac{4}{3}x^3$.
5 points	4. Determine the maximum volume possible for the cuboid and determine the value of h that achieves this. *You should explain in your answer how you know that this will be a maximum value.*

Exercise 24 Calc. : ✗

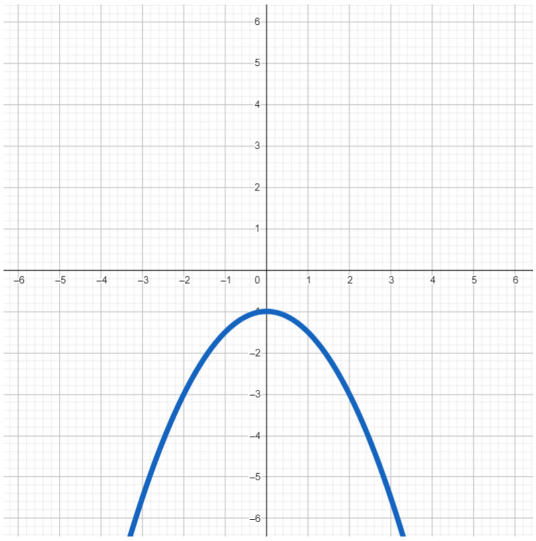
10 points	Relaciona, asignando el número que corresponda en cada caso, la gráfica con la expresión analítica que corresponda.

	1	$y = \dfrac{1}{3x-2}$	
	2	$y = \sqrt{3x+1}$	
	3	$y = \dfrac{1}{2}x^2$	
	4	$y = 3^x$	
	5	$y = \dfrac{1}{2}x$	

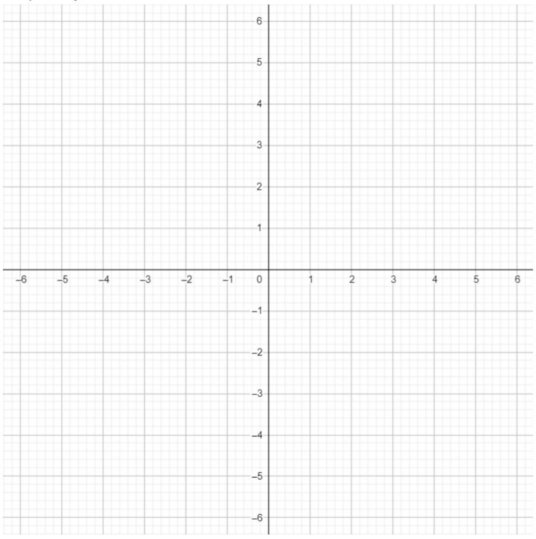
Exercise 25 Calc. : ✗

10 points

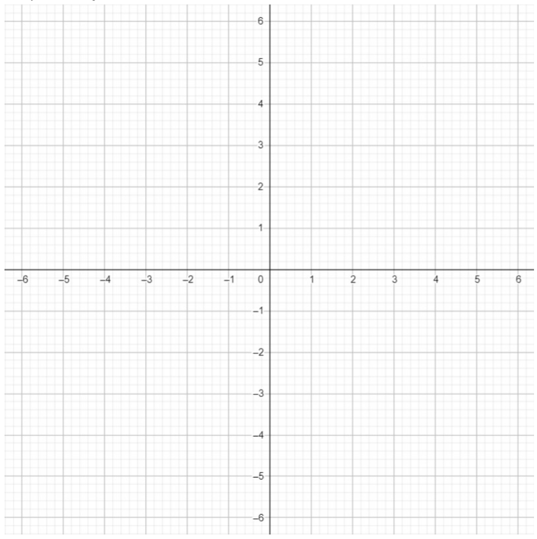
A partir de la gráfica que aparece correspondiente a una función $y = f(x)$, representa $y = f(x) + 1$ e $y = -f(x)$.



1. $y = f(x) + 1$



2. $y = -f(x)$



Exercise 26 Calc. : ✗

6 points

Dadas las funciones :

$f(x) = \dfrac{x^2}{2}$ y $g(x) = x - 1$ halla :

1. $(f \circ g)(x)$
2. $(g \circ f)(x)$

Exercise 27 Calc. : ✗

6 points

Halla la función inversa o recíproca $f^{-1}(x)$ y $g^{-1}(x)$ de :

1. $f(x) = y = \dfrac{2x+1}{3}$
2. $g(x) = y = 3x$

Exercise 28 Calc. : ✗

10 points

Halla la tasa de variación media de la siguiente función en el intervalo $[1, 2]$.

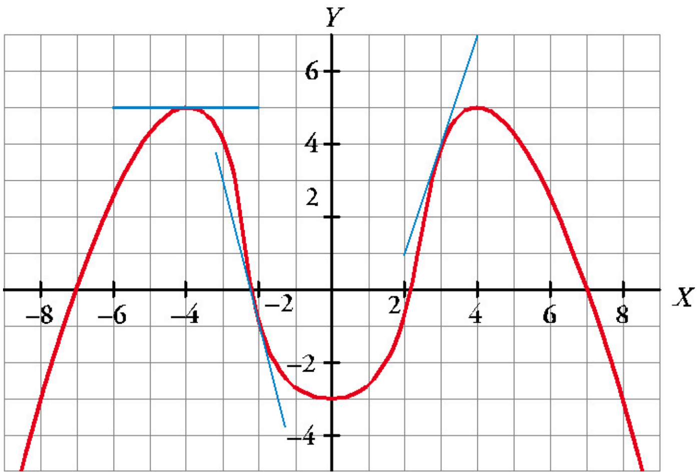
$$f(x) = 3x^2 + x$$

Exercise 29 Calc. : ✗

10 points	Halla la función derivada de : $f(x) = \dfrac{2x^3}{3} - x^2 + 1$

Exercise 30 Calc. : ✗

<table>
<tr><td>8 points</td><td>
Para la siguiente gráfica (marcada en rojo) correspondiente a la función $f(x)$:



1. Calcula $f'(x)$ en los puntos de abscisas :

   (a) $x = -4$ (b) $x = -2$ (c) $x = 3$

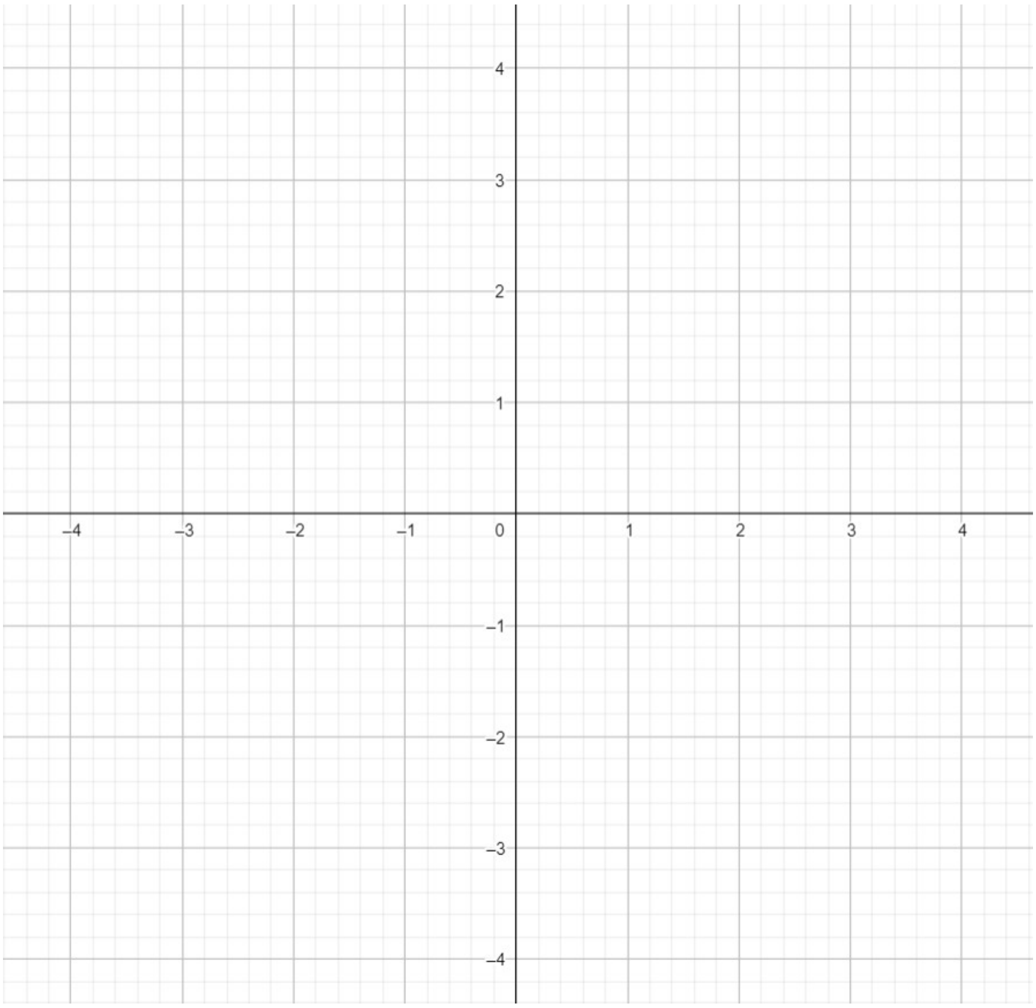
2. ¿En qué puntos de esta función la derivada vale 0 ?
3. En $x = 8$, ¿la derivada es positiva o negativa ?
</td></tr>
</table>

Exercise 31 Calc. : ✓

<table>
<tr><td></td><td>Averigua cual es el dominio de definición de las funciones siguientes dadas por su expresión analítica :</td></tr>
<tr><td>4 points</td><td>1. $y = \dfrac{3}{4x - x^2}$</td></tr>
<tr><td>4 points</td><td>2. $y = \sqrt{2x - 2}$</td></tr>
</table>

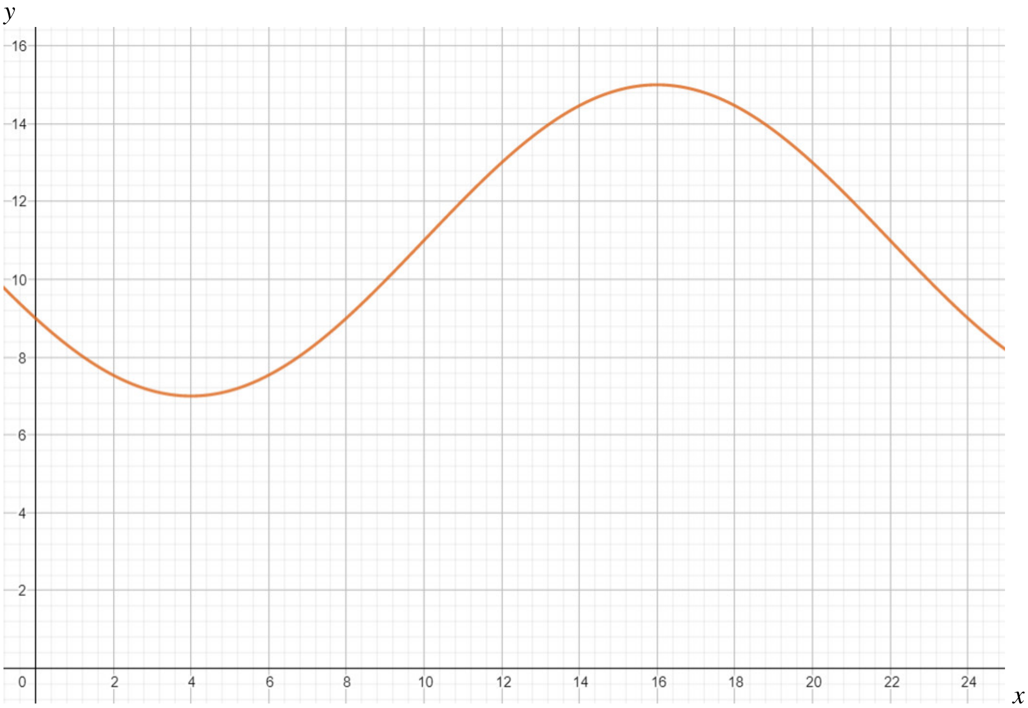
Exercise 32 Calc. : ✓

	Estudia y representa la siguiente función :
	$$f(x) = x^3 + 3x^2$$
	Para ello, debes hallar, fundamentalmente :
8 points	1. Comportamiento para valores de x muy grandes $(+\infty)$ y muy pequeños $(-\infty)$.
8 points	2. Puntos singulares
8 points	3. Puntos de corte con los ejes.
8 points	4. Representa la función en la cuadrícula que se adjunta a continuación.



Exercise 33 Calc. : ✗

10 points	El siguiente gráfico muestra la temperatura en ºC en una ciudad durante un día. Dicha temperatura dada en el eje de ordenadas (y) viene expresada en °C, y las diferentes horas aparecen en el eje de abscisas (x), desde la medianoche de un día (0 horas), hasta la medianoche del siguiente (24 h).



1. Usa el gráfico para estimar la hora en que :
   (a) La temperatura es mínima
   (b) La temperatura es máxima
   (c) La temperatura aumenta con mayor rapidez
2. La temperatura puede ser modelizada por la función :

$$y = f(t) = A \cdot \text{sen}\,(B \cdot (x - C)) + D$$

   (a) Demuestra que $A = 4$
   (b) Halla el valor de D
   (c) Encuentra el valor de B
3. En un parque de la ciudad, una planta abre sus flores con 12 o más °C. Calcula la franja horaria en que están abiertas este tipo de flores.

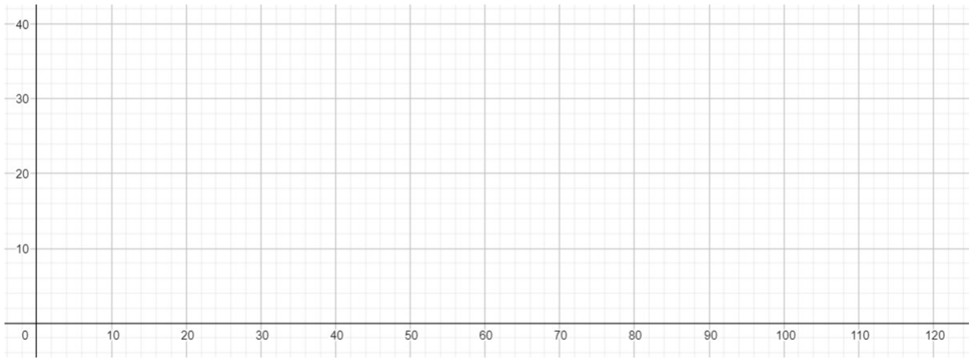
Exercise 34 Calc. : ✓

12 points

Una noria con cochecitos da varias vueltas durante 2 minutos (120 segundos). La altura del coche número 4 sobre el suelo, a la que llamaremos h (en metros), en cualquier momento t (en segundos), se puede representar mediante la ecuación siguiente :

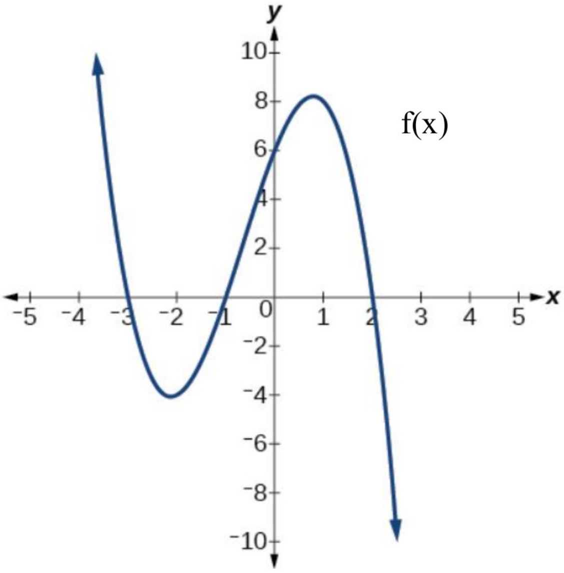
$$y = f(x) = h = 15 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{15} \cdot \left(t - \frac{15}{2}\right)\right) + 16$$

1. Realizar la gráfica de la función en la cuadrícula siguiente.



2. ¿Cuántas vueltas dará la noria en los 2 minutos que está funcionando ?
3. ¿Cuál es la altura máxima y la mínima respecto al suelo que alcanzamos mientras estamos subidos a la atracción ?

Exercise 35 Calc. : ✗

1) Dany jest wykres funkcji f(x)  a) określ dziedzinę tej funkcji b) podaj zbiór wartości funkcji c) podaj miejsca zerowe d) ile ekstremów lokalnych posiada dana funkcja, dla jakich x są przyjmowane oraz jaki jest ich rodzaj e) w jakich przedziałach funkcja jest rosnąca, a w jakich malejąca.	10 pkt

Exercise 36 Calc. : ✗

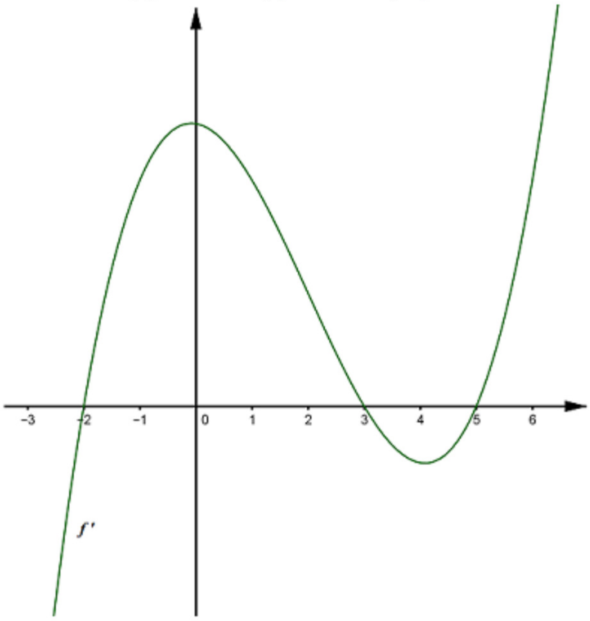
2) Znajdź styczną do wykresu funkcji $f(x) = x^3 - 3x^2 + x$ w punkcie $P(2, -2)$.	5 pkt

Exercise 37 Calc. : ✗

3)

Wykres poniżej przedstawią pochodną $f\,'$ funkcji f.

5 pkt



Ustal na jakich przedziałach funkcja f jest rosnąca i/lub malejąca.

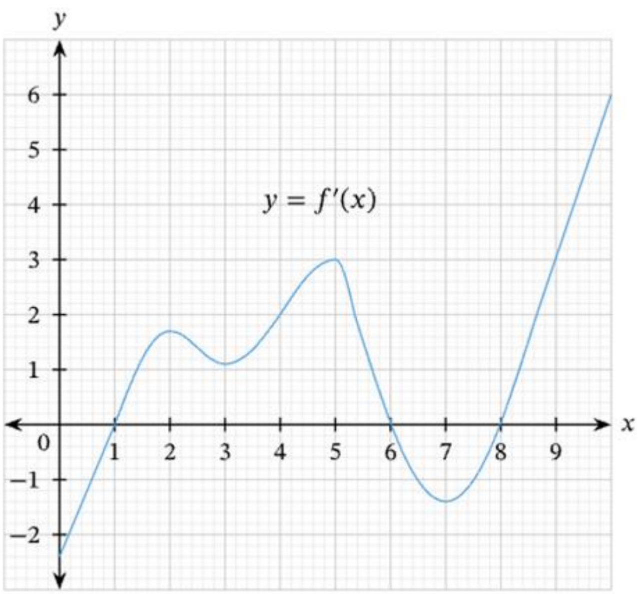
Exercise 38 Calc. : ✗

4)

Wykres przedstawia pochodną $f'(x)$ pewnej ciągłej funkcji $f(x)$.

5 pkt

Dla jakich x funkcja $f(x)$ ma ekstrema lokalne i jaki jest ich rodzaj?



Exercise 39 Calc. : ✗

5) Na podstawie tabeli podaj informacje: 5 pkt

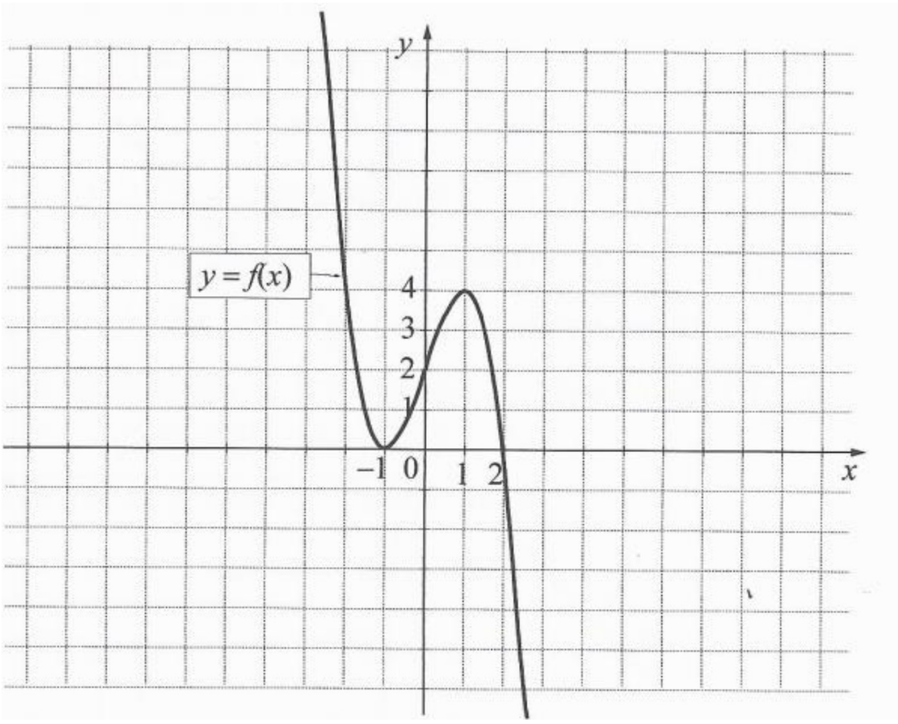
x	$(-\infty; 0)$	0	$(0; 3)$	3	$(3; \infty)$
$f'(x)$	–	0	+	0	–
$f(x)$	1 ↘	-6	↗	4	↘ 1

a) argumenty, dla których funkcja posiada ekstrema lokalne i jaki jest ich rodzaj

b) przedział, w którym funkcja jest rosnąca.

Exercise 40 Calc. : ✗

6) Na podstawie podanego wykresu uzupełnij brakujące dane w tabeli. 5 pkt



x	$(-\infty; -1)$	-1	$(-1; 1)$	1	$(1; \infty)$
$f'(x)$		0	+		-
$f(x)$	↘			4	

Exercise 41 Calc. : ✗

7)	Wyznacz ekstrema lokalne funkcji $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$. Zapisz warunek konieczny i dostateczny istnienia ekstremum.	12 pkt

Exercise 42 Calc. : ✗

8)	Funkcja $f(x) = 2x^4 + ax^2 - 6x + 1$ ma ekstremum lokalne dla $x = 2$. Oblicz a.	3 pkt

Exercise 43 Calc. : ✓

1)	Funkcja $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 5$ posiada punkty stacjonarne dla $x = 0,\ x = 1,\ x = 2.$ Sprawdź, testem drugiej pochodnej, czy funkcja $f(x)$ posiada w tych punktach ekstrema lokalne i jeśli tak, podaj ich rodzaj.	5 pkt

Exercise 44 Calc. : ✓

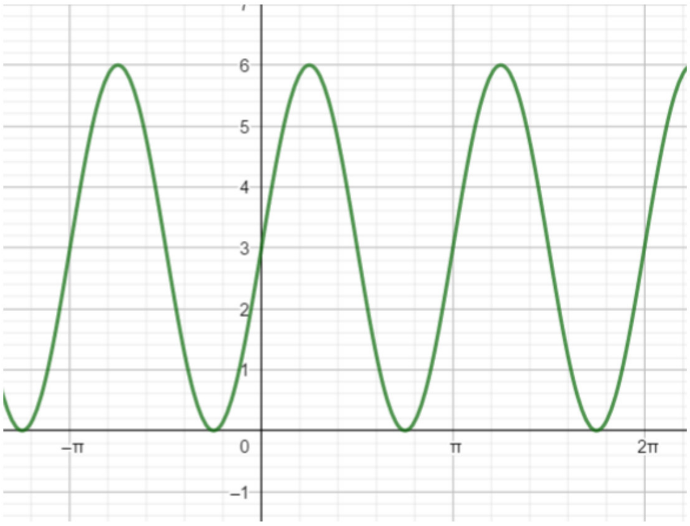
2)	Piłkę rzucono pionowo do góry. Wysokość piłki s w metrach po t sekundach jest dana wzorem $s(t) = 10t - 4t^2$. Jaka będzie maksymalna wysokość, na jaką wzniesie się piłka?	5 pkt

5)

5 pkt

W układzie współrzędnych przedstawiono fragment wykresu funkcji

$$f(x) = a\ \sin(b\,x) + c$$



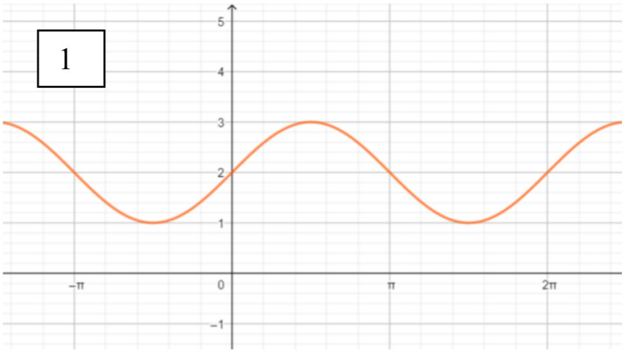
a) Odczytaj z wykresu wartości a, b i c oraz zapisz wzór funkcji f(x).

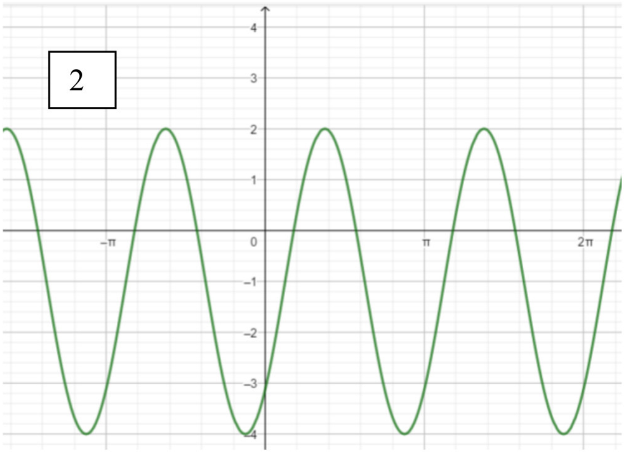
b) Jaką wartość przyjmie funkcja dla argumentu 5π ?

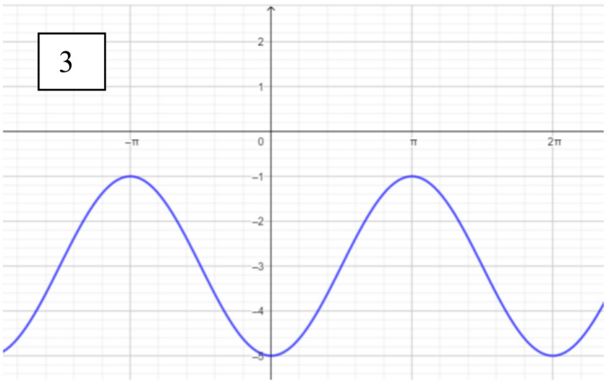
Exercise 46 Calc. : ✓

8) Dopasuj wykres i wzór funkcji

3 pkt







$$f(x) = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) - 1$$

$$g(x) = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 3$$

$$h(x) = \sin(x) + 2$$

Exercise 47 Calc. : ✓

9) Dany jest wzór funkcji

$$y = 4\ \sin\left(\frac{1}{2}\ x\right) + 3$$

Określ:

a) amplitudę

b) okres funkcji

c) przesunięcie pionowe

d) największą wartość funkcji

e) najmniejszą wartość funkcji

f) wartość funkcji dla x = 60°.

8 pkt

Exercise 48 Calc. : ✓

10)

Pewna kolonia bakterii liczy na początku obserwacji 500 osobników. Ich liczba wzrasta o 20% co godzinę.

a) Zapisz funkcję L(t) wyrażającą liczbę bakterii po t godzinach. 1 pkt

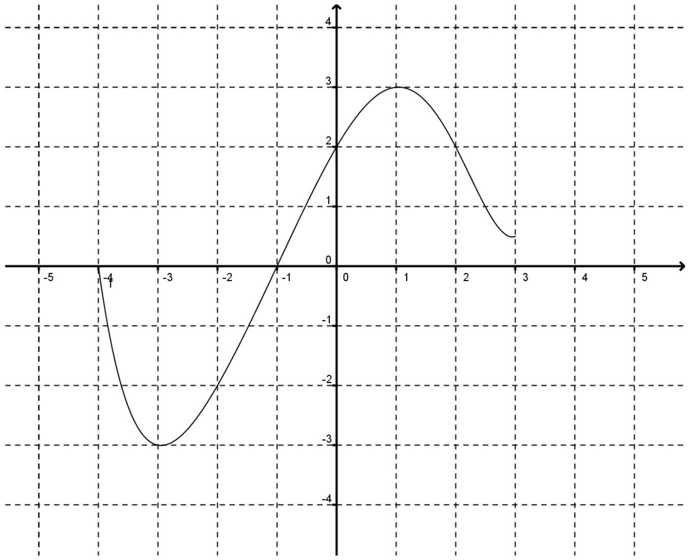
b) Oblicz, ile bakterii będzie w tej kolonii po 5 godzinach. 2 pkt

c) Po ilu godzinach liczba bakterii będzie wynosić 864? 3 pkt

Exercise 49 Calc. : ✗

15 points

Voici un graphique de fonction f :



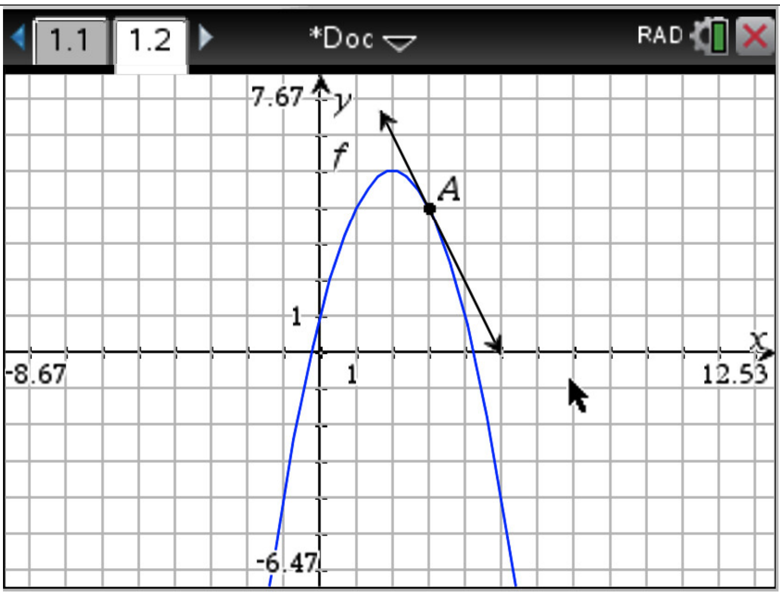
1. Donner
   (a) Le domaine de définition de f
   (b) L'ensemble image de f
   (c) Les racines de f
   (d) La valeur de $f(-2)$
   (e) Les x tels que $f(x) = 2$
   (f) Les coordonnées des éventuels points d'intersection entre la courbe et l'axe (Oy)
2. Donner
   (a) les intervalles sur lesquels la fonction f est croissante
   (b) les intervalles sur lesquels la fonction f est négative
3. f possède-t-elle des extrema ? Si oui, le(s)quel(s) ?
4. Résoudre graphiquement :
   (a) $f(x) < 0$
   (b) $f(x) > 2$

Exercise 50 Calc. : ✗

Differentiate the following functions.

2 points	1. $f(x) = -3x^3 + 6x^2 - \dfrac{13}{217}$
2 points	2. $g(x) = \dfrac{1}{2}x^4 - \dfrac{1}{3}x^3$

Exercise 51 Calc. : ✗



The figure shows the graph of function f.

3 points
1. From the graph find the values of $f(0)$, $f(2)$ and $f(3)$.

4 points
2. From the graph find the values of $f'(2)$ and $f'(3)$.

4 points
3. Write the equation of the tangent to the graph at point A.

4 points
4. From the graph find the range of values for x such that $f'(x) < 0$.

Exercise 52 Calc. : ✗

Consider the function $f(x) = x^2 - 2x - 8$ and its graph F.

2 points
1. Find the coordinates of the turning point of F.

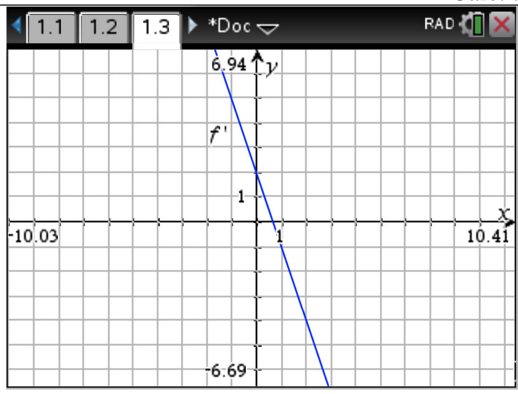
4 points
2. Write the equation of the tangent to F at $x = 2$.

4 points
3. Find the coordinates of the intersection point of F with the line $y = -x - 2$.

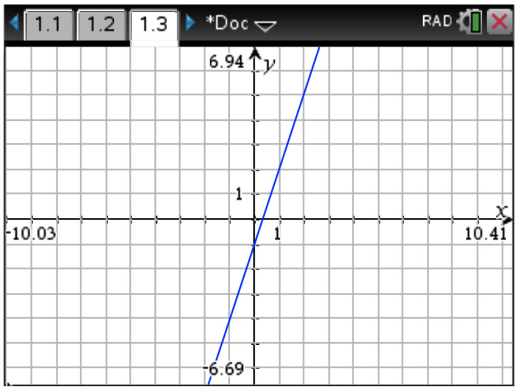
Exercise 53 Calc. : ✗

6 points

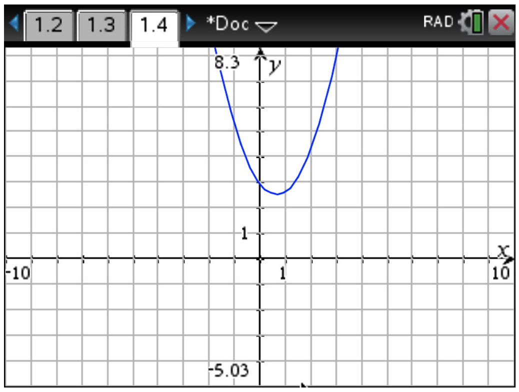
The figure on the right represents the graph of a derivate function f'.
Choose among the graphs below the one(s) that could represent the function f.
You must justify your answer carefuly, otherwise no points will be awarded.



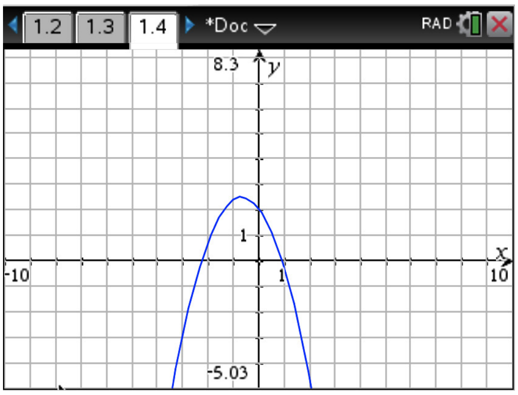
Graph of function f'



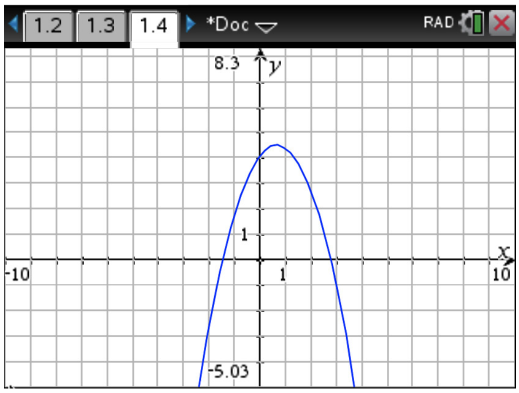
Graph 1



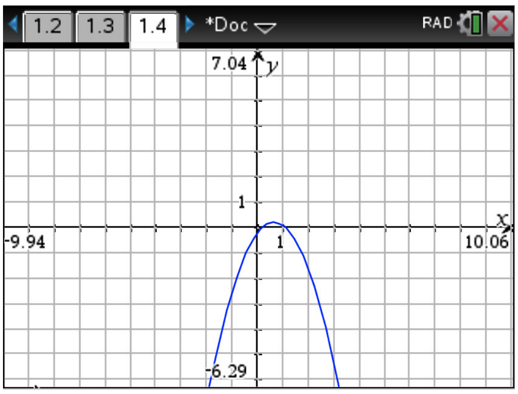
Graph 2



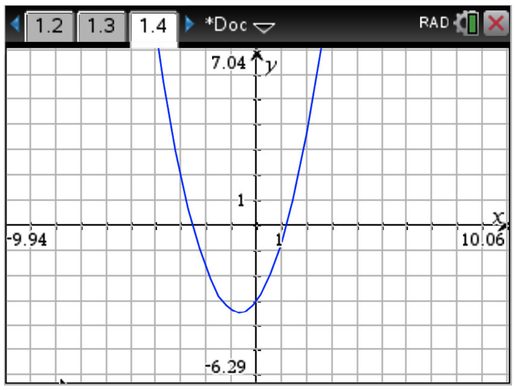
Graph 3



Graph 4

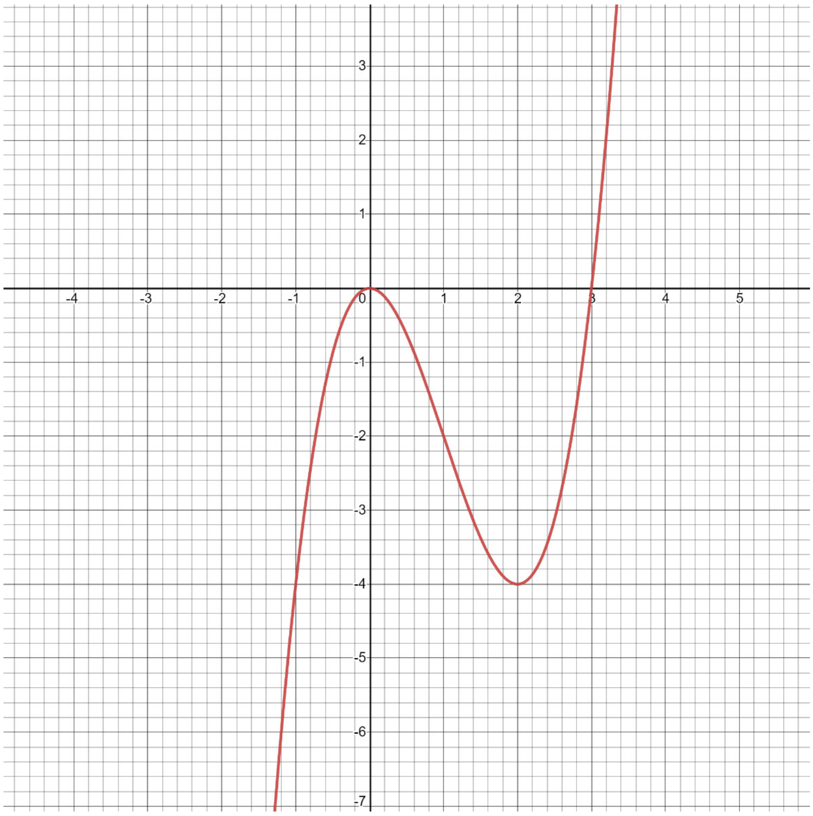


Graph 5



Graph 6

Exercise 54 Calc. : ✗

	La courbe ci-dessous représente le graphique de la fonction dérivée f' d'une fonction f.
4 points	1. **Déterminer** le(s) intervalles de x pour lequel (lesquels) la fonction est croissante et ceux pour lequel (lesquels) elle est décroissante.
2 points	2. **Identifier** l'abscisse de l'extremum local de la fonction f et **déterminer** sa nature.
	

Exercise 55 Calc. : ✓

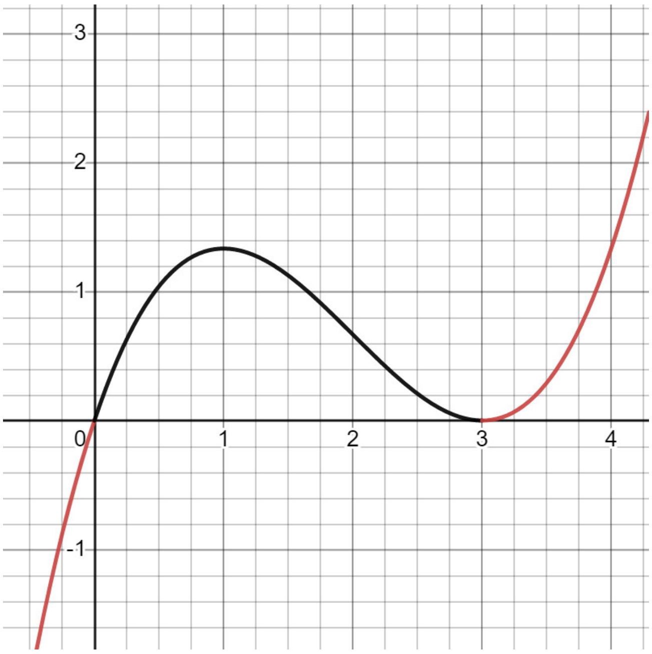
1. Une course cycliste se déroule sur deux jours. Le premier jour, la course individuelle se déroule sur un parcours avec différentes pentes.

   La fonction suivante $f(x)$ décrit la valeur de l'altitude (en km) de la route en fonction de la distance horizontale parcourue (en km).

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$$

   où x est la distance horizontale parcourue en km.

   La représentation graphique de la fonction f est tracée ci-dessous, nous ne considérerons que l'intervalle $0 \leq x \leq 3$ en noir sur le graphique.



4 points (a) **Calculer** la dérivée première de la fonction.

5 points (b) À partir du graphique, **déterminer** le(s) intervalle(s) de x pour lequel (lesquels) f est croissante et **déterminer** le(s) intervalle(s) de x pour lequel (lesquels) f est décroissante.

En déduire, le(s) intervalle(s) sur lequel (lesquels) $f'(x)$ est positive et le(s) intervalle(s) sur lequel (lesquels) elle est négative.

4 points (c) **Calculer** les valeurs de $f(1)$, $f'(1)$, $f(3)$ et $f'(3)$.

Interpréter ces valeurs dans le contexte de la course.

4 points (d) **Déterminer** la pente de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse $x = 2$, et **interpréter** sa valeur dans le contexte de la course.

Pour les deux questions suivantes, vous pourrez utiliser les résultats ci-dessous :

$$\frac{30!}{27!} = 24\,360 \qquad \frac{30!}{3!27!} = 4\,060$$

$$\frac{5!}{3!} = 60 \qquad \frac{5!}{3!2!} = 10$$

5 points — 2. Trente coureurs participent à une course individuelle, **calculer** combien de podiums (de trois coureurs) il peut y avoir (on admet qu'il ne peut pas y avoir d'ex-aequo).

5 points — 3. Le deuxième jour, la course est un contre-la-montre par équipe. Chaque équipe est composée de cinq coureurs et seuls trois participent à la course contre la montre.
Calculer le nombre de façons dont trois coureurs peuvent être choisis dans une équipe de cinq.

4. Lors du contre-la-montre, la distance s (en kilomètres) parcourue par l'équipe gagnante est mesurée en fonction du temps t (en minutes).
Les données sont présentées dans le tableau suivant :

t (minutes)	0	2	4	6	8	10	12
s (km)	0	1,5	3,3	5,1	6,3	7,8	10,0

5 points — (a) **Représenter** le nuage de points correspondant à la situation.

(b) Un ajustement linéaire ayant pour équation $f(x) = 0,8x + 0,1$ est proposé.

3 points — **Tracer** sur le graphique précédent la courbe représentative de la fonction f.
Puis, **commenter** l'ajustement proposé.

Exercise 56 Calc. : ✗

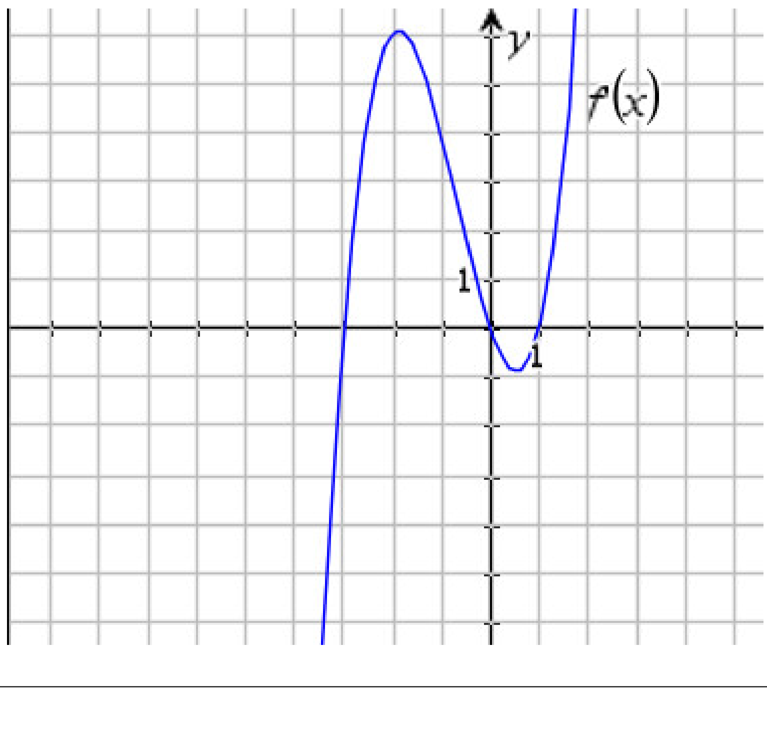
5 points	Wyznacz przedziały monotoniczności funkcji : $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

Exercise 57 Calc. : ✗

	Rozważmy funkcję $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$.
5 points	Wyznacz współrzędne punktów stacjonarnych funkcji $f(x)$ i określ i ich rodzaj.

Exercise 58 Calc. : ✗

5 points — Poniższy wykres przedstawia **pochodną** pewnej funkcji f. Dla jakiego argumentu (lub argumentów) funkcja f posiada punkty stacjonarne. Określ ich rodzaj. Odpowiedź uzasadnij.



Exercise 59 Calc. : ✗

5 points	Znajdź równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = x^2 - 6x + 5$ w $x = 1$.

Exercise 60 Calc. : ✓

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x - 3$. Oznaczmy przez F wykres funkcji f w prostokątnym układzie współrzędnych.

1. (3 points) Za pomocą kalkulatora oblicz miejsca zerowe funkcji f.
2. (3 points) Oblicz pochodną funkcji f.
3. (5 points) Wykaż, że funkcja f ma ekstrema i określ ich rodzaj.
4. (3 points) Naszkicuj wykres F w przedziale $-5 \leq x \leq 2$. Za jednostkę przyjmij 1 cm.
5. (4 points) Napisz równanie stycznej do wykresu tej funkcji w punkcie o odciętej $x = -1$.
6. (2 points) Narysuj styczną w układzie współrzędnych z pkt 4).

Exercise 61 Calc. : ✓

Badano wzrost pewnej rośliny A przez kilka miesięcy. W czasie badań stwierdzono, że jej wysokość może być opisana za pomocą funkcji h danej wzorem :

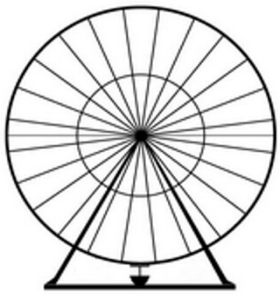
$$h(t) = \frac{2e^t}{e^t + 9}, \quad t \geq 0,$$

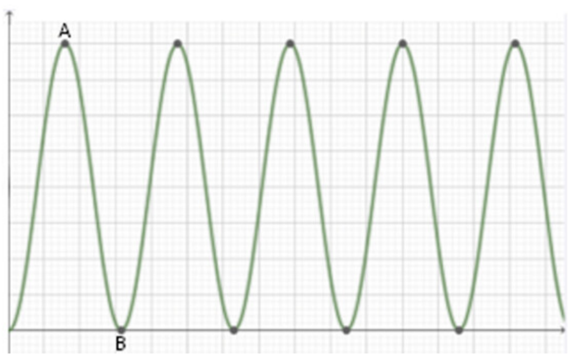
gdzie t to czas w miesiącach po rozpoczęciu obserwacji, a $h(t)$ to wysokość rośliny w metrach.

1. (5 points) Oblicz wysokość rośliny na początku obserwacji i ile centymetrów urosła w czasie pierwszego miesiąca obserwacji.
2. (3 points) Oblicz kiedy roślina osiągnie 1,5 metra wysokości.
3. (4 points) Naszkicuj wykres tej funkcji dla $0 \leq t \leq 10$.
4. (2 points) Jakiej wysokości nie przekroczy roślina A ?

Exercise 62 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=702`) Calc. : ✗

Le graphique ci-dessous représente la hauteur en mètres d'une nacelle de grande roue par rapport au sol en fonction du temps en minutes.
La nacelle met 5 minutes pour faire un tour complet.
La nacelle suit une trajectoire circulaire et sa hauteur varie entre 0 et 65 mètres.





1. (2 points) **Déterminer** les coordonnées des points A et B dans le repère ci-dessus.
2. (2 points) **Expliquer** comment le graphique serait modifié si la grande roue mettait 10 minutes pour effectuer un tour.
3. (2 points) **Expliquer** les limites de cette modélisation.

Exercise 63 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=703`) Calc. : ✗

<table>
<tr><td>10 points</td><td>
Pour chacune des situations A à E décrites ci-dessous, indiquer si le modèle correspond à une situation :

1. (a) de croissance
(b) de décroissance
(c) ni l'un, ni l'autre

et si le modèle est :

2. (a) linéaire
(b) exponentiel
(c) quadratique
(d) sinusoïdal

A : Une population de 100 souris augmente de 20% chaque semaine dans des conditions favorables.

B : Un arbre qui mesure 1,2 m de haut lorsqu'il est planté, grandit de 30 cm par mois pendant la saison de croissance.

C : La hauteur h d'une pierre t secondes après avoir été lancée du haut d'une tour est modélisée par la fonction :

$$h(t) = 130 - 5t^2$$

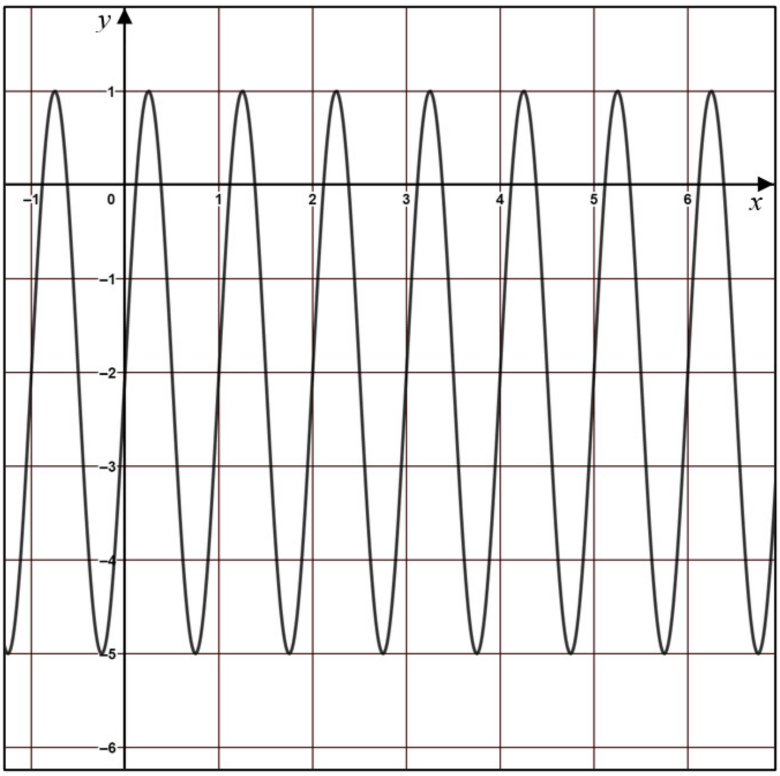
D : La durée du jour à Blankenloch varie périodiquement chaque année entre 16 h 12 min et 8 h 13 min.

E : La température T, d'un liquide, t minutes après avoir été placé dans un réfrigérateur est donnée par la fonction :

$$T(t) = 98 \cdot 2^{-\frac{t}{50}}$$
</td></tr>
</table>

Exercise 64 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=704`) Calc. : ✗

<table>
<tr><td>7 points</td><td>
Le diagramme suivant montre la représentation graphique d'une fonction sinusoïdale f.



Déterminer l'amplitude (a), la période (p), le déphasage (c) et la moyenne (d) de cette fonction.
Utiliser ces valeurs pour en **déduire** l'expression algébrique de la fonction f.
</td></tr>
</table>

Exercise 65 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=707`) Calc. : ✓

Dans un village de 700 habitants, 14 d'entre eux décident de lancer une rumeur en même temps.
15 heures plus tard, la rumeur a été entendue par tous les habitants.
Une fonction affine est proposée pour modéliser ce problème :

$$f(t) = 45,73 \cdot t + 14$$

5 points

1. **Interpréter** cette fonction : que représentent f et t, quelle est leur unité et que représentent les nombres utilisés ?

   Expliquer pourquoi cette fonction pourrait être utilisée pour modéliser ce problème.

2 points

2. **Déterminer** le domaine de définition de cette fonction.

3 points

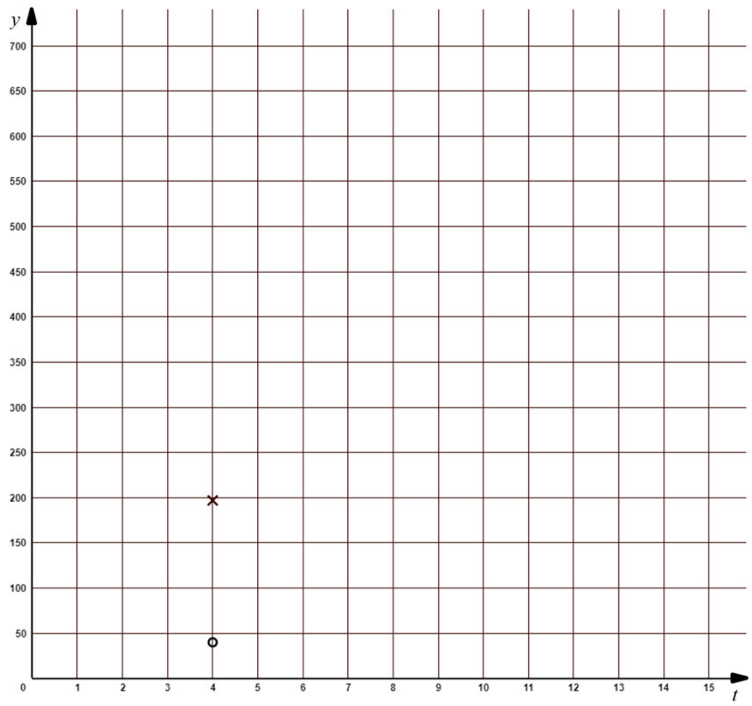
3. Utiliser cette fonction pour **calculer** le temps nécessaire pour que la moitié des habitants ait entendu la rumeur.

3 points

4. **Recopier** le graphique ci-dessous sur votre feuille à petits carreaux en utilisant une échelle de 1 cm pour 1 unité sur l'axe horizontal et de 1 cm pour 50 unités sur l'axe vertical.

   Tracer la droite représentant la fonction f sur ce graphique. L'un de ses points a déjà été marqué par une croix.

   (le point marqué par un cercle fait référence à une des questions suivantes)



(Suite de la question sur la page suivante)

Une autre fonction est maintenant proposée pour modéliser ce problème :

$$g(t) = 14 \cdot 1,298^t.$$

1 point

5. **Donner** la nature du modèle représenté par la fonction g.

3 points

6. **Tracer** la courbe représentant la fonction g dans le même repère que f. L'un de ses points a déjà été marqué par un cercle.

3 points

7. **Déterminer** aussi pour cette fonction le temps nécessaire pour que la moitié des habitants ait entendu la rumeur.

4 points

8. **Comparer** les deux fonctions f et g, et **choisir** le meilleur modèle pour ce problème. **Justifier** le choix.

Exercise 66 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=708`) Calc. : ✓

La profondeur de l'eau dans un petit port de la mer du Nord varie en fonction du temps à cause de la marée. En cette partie du globe, il y a deux marées par jour.
La profondeur a été mesurée à intervalles de 3 heures le 15 juin et les données suivantes ont été enregistrées.

Heure	00h00	03h00	06h00	09h00	12h00
Profondeur (m)	3,6	5,2	3,6	2,0	3,6

La profondeur de l'eau peut être modélisée par une fonction sinusoïdale.

6 points
1. **Montrer que** la fonction définie par :

$$h(t) = 1,6 \cdot \sin(0,5236 \cdot t) + 3,6$$

peut être utilisée pour modéliser la profondeur de l'eau h (mètres), à l'instant t (heures), en **expliquant** comment chacune des trois constantes (1,6 ; 0,5236 et 3,6) peut être trouvée à partir des données du tableau.

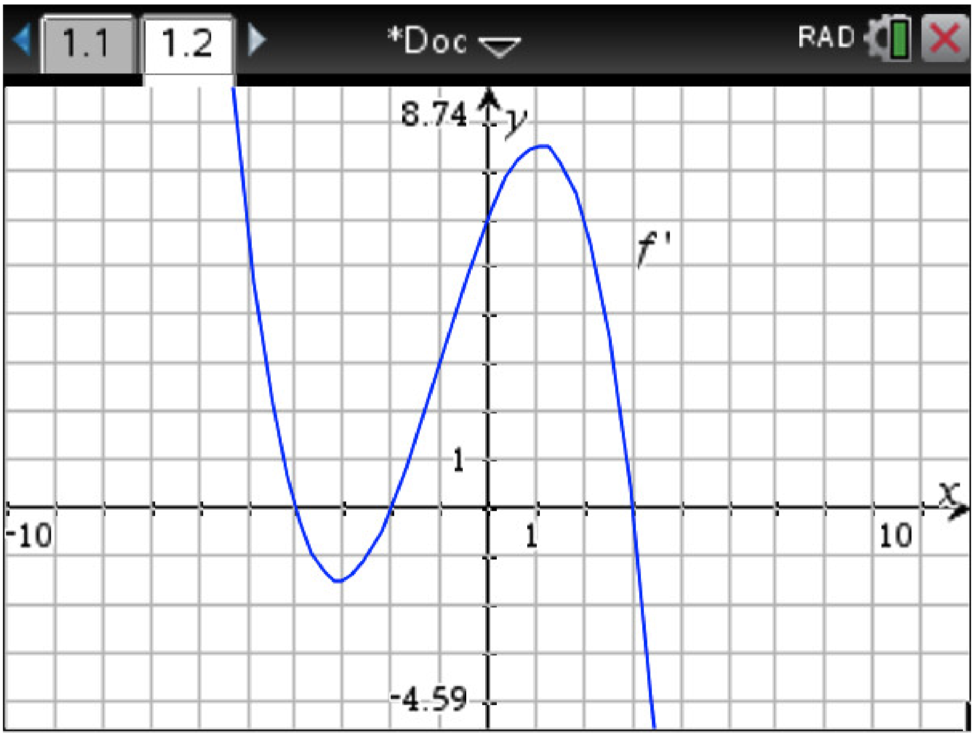
Un grand ferry venant d'une île voisine a besoin d'une profondeur minimale de 4 m pour pouvoir accoster au port.

3 points
2. **Montrer que** la première heure à laquelle le ferry peut accoster le 15 juin est 00h29 (arrondie à la minute près).

3 points
3. **Déterminer** l'heure la plus tardive avant midi à laquelle le ferry peut accoster au port.

Exercise 67 Calc. : ✓

The figure represents the graph of a derivate function f' of a function f.



6 points
1. Give the x-coordinates of the extrema of f and state their nature.

2 points
2. From the graph of f' find the slope of the tangent to the graph of f at $x = -1$.

3 points
3. Find the solutions for $f'(x) = 6$.

4 points
4. The graph of function f passes through point P(0, 1). Find the equation of the tangent to the graph of f at point P.

Exercise 68 Calc. : ✓

	Consider the function $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 5x + 7$ and its graph F.
6 points	1. Draw a table of signs showing the variations of function f.
2 points	2. Find the coordinates of the turning points of F and state their nature. Give answers correct to 1 d.p.
2 points	3. Find the equation of the tangent to the graph at $x = -1$.
2 points	4. Find the coordinates of the points on F where the tangent has slope 5.
2 points	5. Find the equation of the tangents to F with slope 5.

Exercise 69 Calc. : ✓

	A volleyball player serves from the back line of the court to send the ball into the adversary camp. The height h of the ball, in meters, is given by the following function : $h(t) = -4.9t^2 + 3.8t + 1.7$, where t is in seconds. (For this exercise give all answers correct to 2 d.p.)
3 points	1. What is the maximum height reached by the ball ?
3 points	2. After how long will the ball fall to the ground ?
3 points	3. For how long does the ball stay above 1.5 m ?
3 points	4. The ball will reach the net at $t = 0.6$ s. The height of the net is 2.34 m. Will the ball pass over the net into the adversary camp ? Explain.

Exercise 70 Calc. : ✓

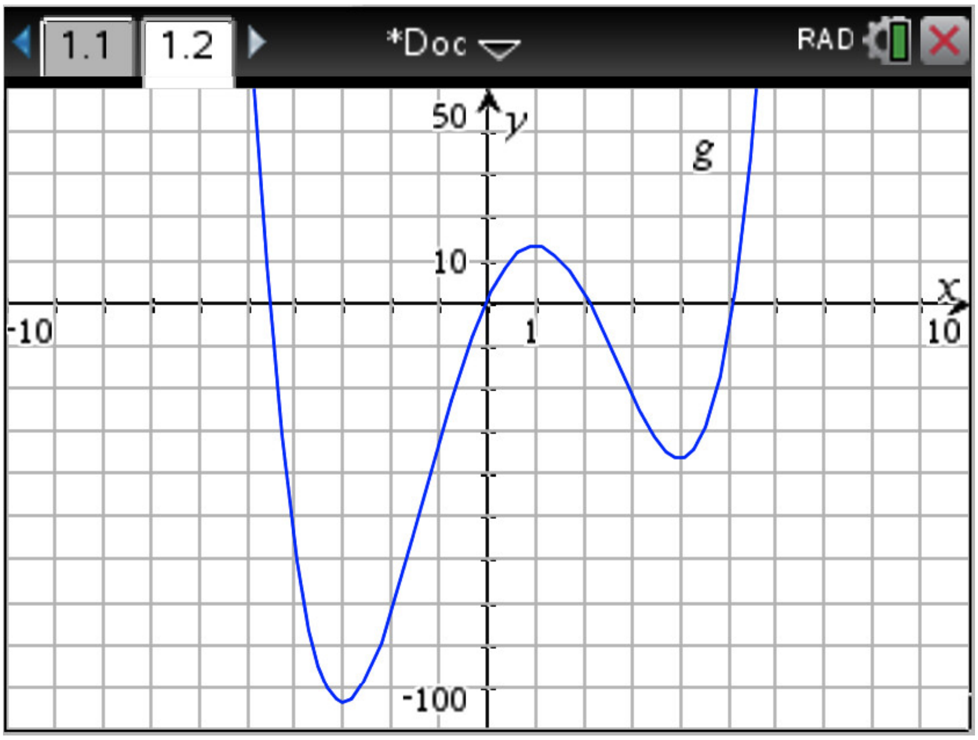
	Consider the function $g(x) = \dfrac{ax - 5}{-3x + 1}$ and its graph G.
2 points	1. What is the domain of function g ?
2 points	2. Give the equation of the vertical asymptote to G.
2 points	3. $y = -2$ is an asymptote to G. Determine the value of a.
2 points	4. What is the range of function g ?
2 points	5. Find the coordinates of the intersections points of G with the x and$y$ axis.
2 points	6. Find the intersection points between G and the line $y = x + 1$.

Exercise 71 Calc. : ✓

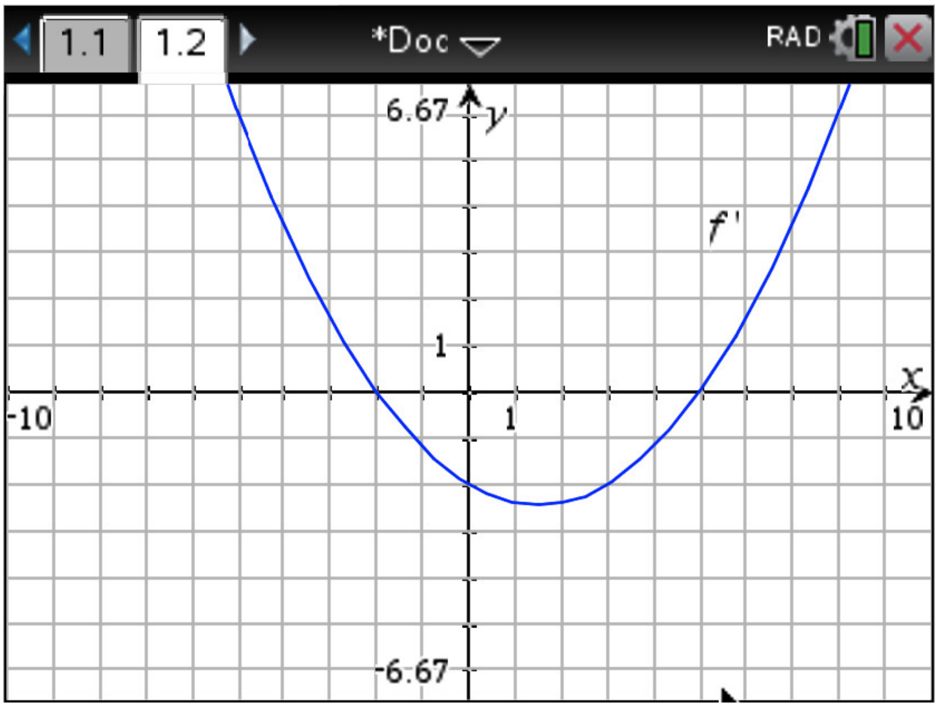
	A function $f(x)$ has one local minimum at $(1, -5)$. State the coordinates of the local minimum of the following functions :
2 points	1. $f(x - 5) + 7$
2 points	2. $f(x + 4) + 1$

Exercise 72 Calc. : ✓

	ANSWER ON THIS SHEET AND RETURN WITH OTHER ANSWER SHEETS
4 points	1. The figure represents the graph of a function $g(x)$. Sketch a possible graph for the function $g'(x)$ on the same grid.



4 points	2. The figure represents the graph of a derivate function $f'(x)$. Sketch a possible graph for the function $f(x)$ on the same grid.



Exercise 73 Calc. : ✓

Professor Fry, a famous biologist, conducted a study on the population of viper snakes on an island of the coast of Brazil known as Snake Island.

When the study began, the population of this endangered species was 4 000 individuals. The study indicated that the population was **decreasing** by 5% each year due to competition for resources.

3 points 1. Write a formula for the population in year n (u_n). Justify.

1.5 point 2. **Copy and complete** the table :

Beginning of year	1	2	3	4
Population	4 000			

1.5 point 3. What will the population be at the beginning of year 10 ?

2 points 4. When was the initial population halved ?

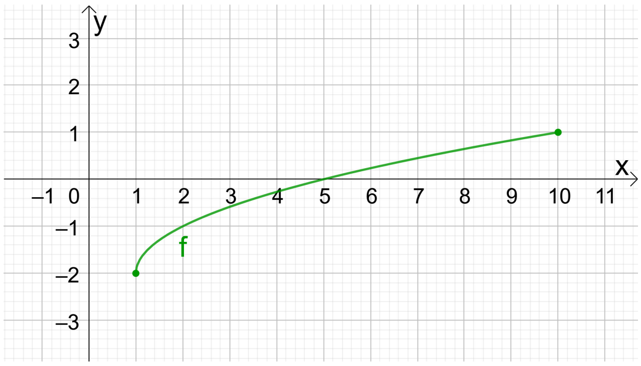
After 15 years the trend was reversed and the population started increasing following the formula

$P(n) = 500 + \dfrac{4\ 000}{2 + (0.7)^n}$ (n is the number of years from year 15 onwards)

2 points 5. Due to the limited amount of resources, the island can only sustain the life of 2 800 individuals. Is this population growth sustainable ? **Justify your answer**.

Exercise 74 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=809`) Calc. : ✗

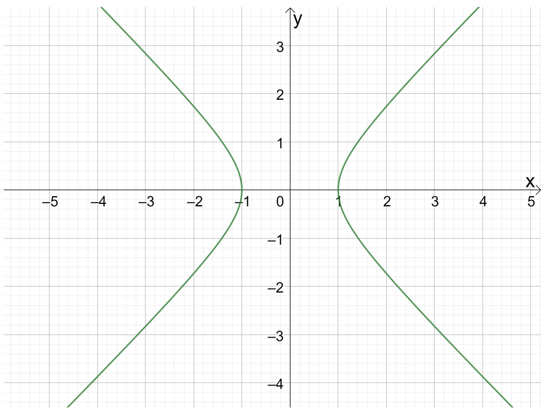
Der Graph einer Funktion f ist gegeben in der Abbildung unten :



4 points Gib die Definitions- und Wertemenge dieser Funktion an.

Exercise 75 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=810`) Calc. : ✗

3 points Ist dies der Graph einer Funktion ? Begründe deine Antwort.



Exercise 76 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=813`) Calc. : ✗

Ein Zug fährt vom Bahnhof weg. Die Funktion $d(t) = 0,25t^2$ gibt die Entfernung des Zuges vom Bahnhof an. Die Entfernung wird in Meter angegeben, die Zeit t in Sekunden.

2 points 1. Wie weit ist der Zug vom Bahnhof nach 10 Sekunden entfernt ?

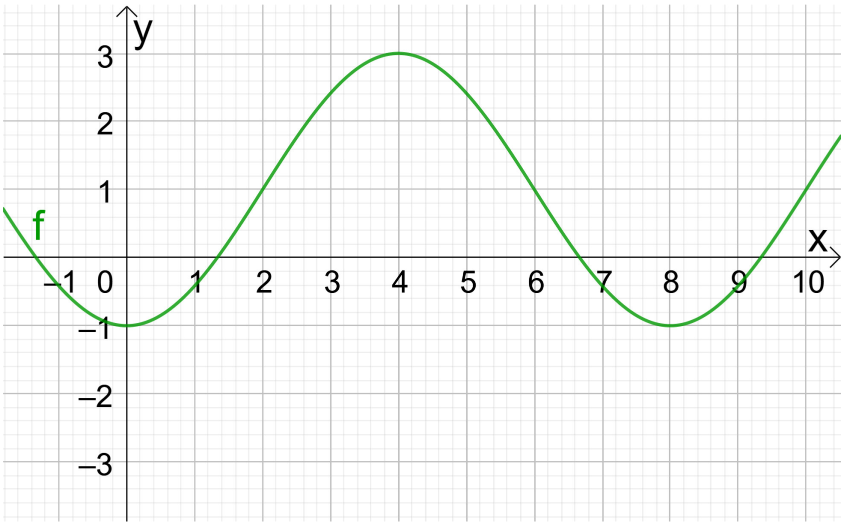
2 points 2. Bestimme die Durchschnittsgeschwindigkeit (in m/s) des Zuges während der ersten 10 Sekunden.

4 points 3. Bestimme die Momentangeschwindigkeit (in m/s) des Zuges zum Zeitpunkt $t = 10$ Sekunden.

3 points 4. Zu welchem Zeitpunkt erreicht der Zug eine Momentangeschwindigkeit von 20 m/s ?

Exercise 77 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=815`) Calc. : ✗

Der Graph eines periodischen Modells ist gegeben. Die Modellgleichung ist :
$f(x) = a \sin (b(x - c)) + d$ (mit Parametern a, b, c und d).



2 points 1. Bestimme die Amplitude des Modells.

2 points 2. Bestimme die Periodendauer des Modells.

3 points 3. Bestimme alle Parameter a, b, c und d.

Exercise 78 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=816`) Calc. : ✓

Jan ist Radfahrer, der an einem Rennen teilnimmt. In der Tabelle unten ist angegeben, welche Entfernung Jan zu einem bestimmten Zeitpunkt zurückgelegt hat.

Zeit t (in min)	0	30	60	110	150
Entfernung (in km)	0	20	40	60	80

1. Berechne Jans Durchschnittsgeschwindigkeit (in km/h)

2 points (a) Während der ersten 40 km des Rennens.

2 points (b) Während der letzten 40 km des Rennens.

2 points (c) Während des gesamten Rennens.

2 points 2. Während des Rennes müssen die Radfahrer einen steilen Berg hinauffahren. Interpretiere die Tabelle und gib an, wo dieser Anstieg zu finden ist.

3 points 3. Kannst du diese Daten benutzen, um Jans Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt 60 Minuten zu bestimmen ? Begründe deine Antwort.

Exercise 79 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=817`) Calc. : ✓

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^2 + 1$.

4 points Bestimme die Definitions- und Wertemenge von f.

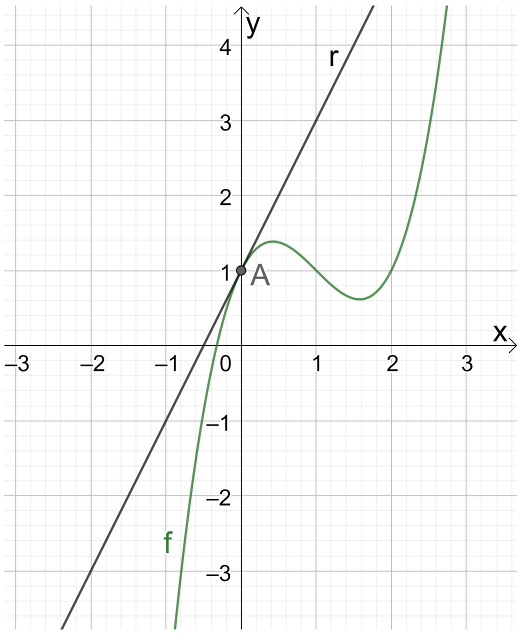
Exercise 80 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=819`) Calc. : ✓

	Im Hafen von Seebrügge variiert die Wassertiefe mit den Gezeiten. Ein Wissenschaftler hat folgende Messungen gemacht : • Die Wassertiefe ist minimal zum Zeitpunkt $t = 1$ (Zeit in Stunden) und beträgt dann 12 m. • Sechs Stunden danach ist die Wassertiefe maximal und beträgt dann 18 m. • Zwölf Stunden nachdem die Wassertiefe minimal war, ist die Wassertiefe wieder minimal und beträgt dann wieder 12 m.
2 points	1. Erkläre in Worten ohne Rechnung, warum die Wassertiefe w durch das folgende mathematische Modell beschrieben werden kann : $w(t) = a \sin(b(t - c)) + d$ (mit w in Meter und t in Stunden).
2 points	2. Bestimme die Periodendauer des Modells.
2 points	3. Bestimme die Amplitude des Modells.
4 points	4. Bestimme alle Parameter a, b, c und d.

Exercise 81 Calc. : ✗

	Give the derivative $f'(x)$ of the following functions :
2 points	1. $f(x) = x^3 - 3x^2$
2 points	2. $f(x) = 2x^2 + x - 3$
2 points	3. $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}x^6$

Exercise 82 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=832`) Calc. : ✗

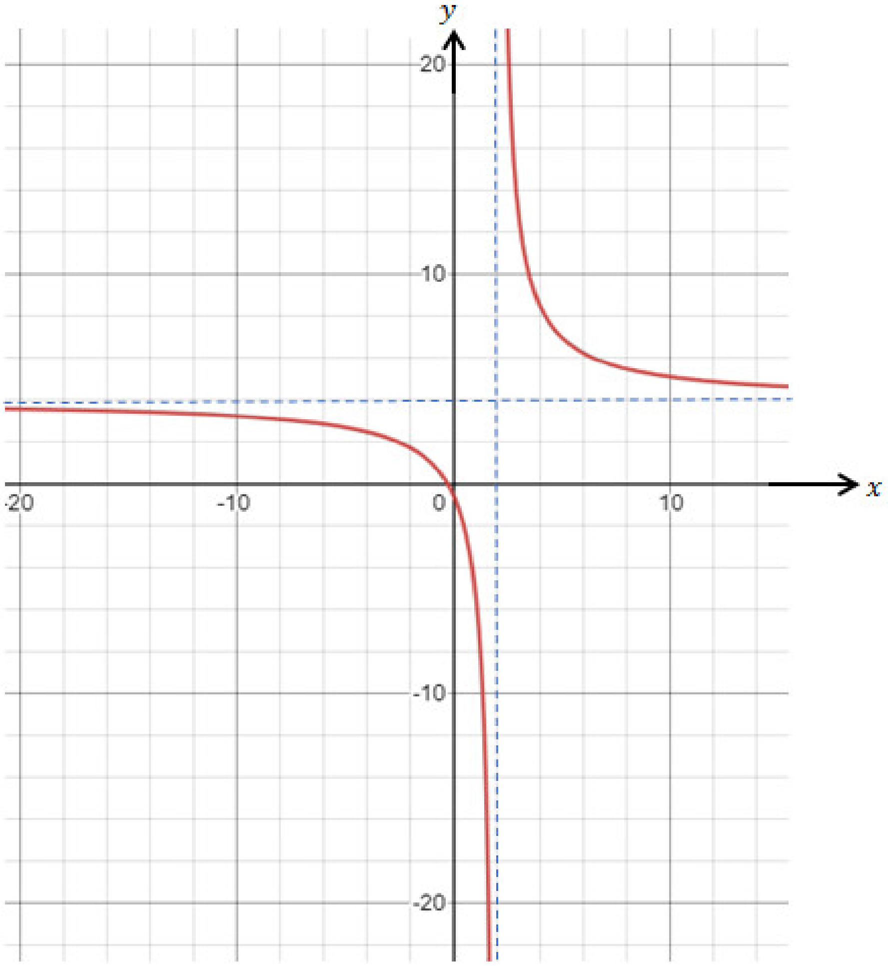
	Consider the graph of the function f shown below. The line r is a tangent line to the graph of f at point A.
	
4 points	1. Use the information in the diagram to find the equation of the line r.
4 points	2. Given that $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$, use the diagram or otherwise to find the value of $f'(0)$.

Exercise 83 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=834`) Calc. : ✗

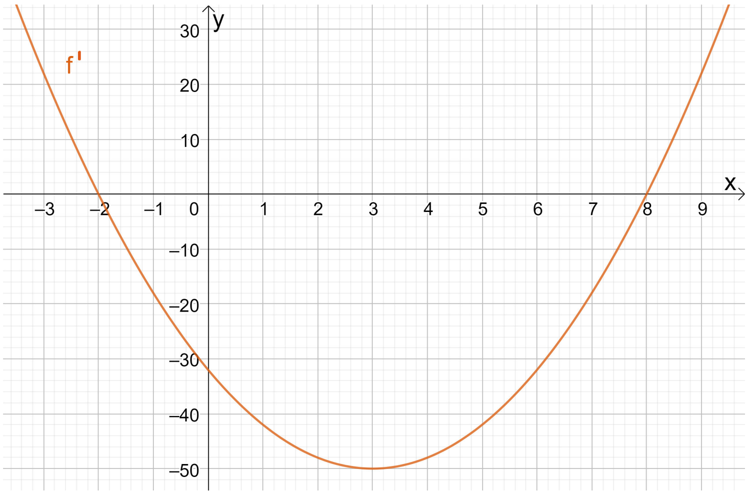
	The function f is defined as $f(x) = 2x^2 - 8x + 8$.
2 points	1. Determine the coordinates of the y-intercept.
2 points	2. Calculate $f(2)$
2 points	3. Determine the derivative $f'(x)$.
3 points	4. For what value of x does the function $f(x)$ have a turning point? State the nature of the turning point and explain your answer.
4 points	5. Find the equation of the tangent to the curve at the point $(1, 2)$.
4 points	6. The point A is a point on the graph of f. The gradient at the point A is equal to 12. Find the coordinates of the point A.

Exercise 84 Calc. : ✗

	The diagram below shows the graph of the function $f(x) = \dfrac{ax+b}{x+c}$.
	The dotted blue lines represent the asymptotes. The graph passes through the point $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$.
2 points	1. Give the equation of the vertical asymptote.
2 points	2. State the domain of the function.
2 points	3. Find value of c.
2 points	4. Give the equation of the horizontal asymptote.
2 points	5. State the range of the function.
2 points	6. Find value of a.
2 points	7. A student says that the value of b is 1. Are they correct? You must justify your answer.

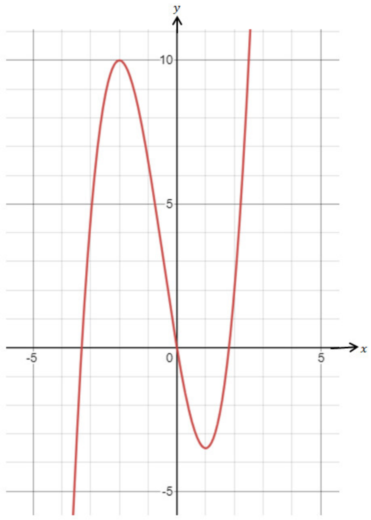


Exercise 85 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=836`) Calc. : ✗

	The graph of the derivative $f'(x)$ is given below. 
2 points	1. Give the x-coordinates of the two turning points.
2 points	2. For which values of x is the graph of $f(x)$ increasing ?
2 points	3. For which value of x does $f(x)$ reach a minimum ?
3 points	4. Sketch a possible graph of $f(x)$, given that the point $(8,0)$ lies on the graph of $f(x)$.

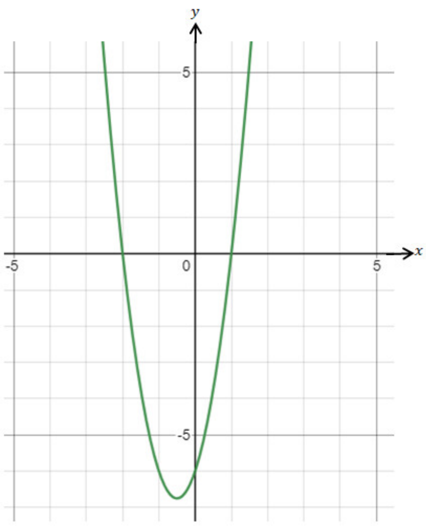
Exercise 86 Calc. : ✗

The graph below is the graph of the function $f(x)$.

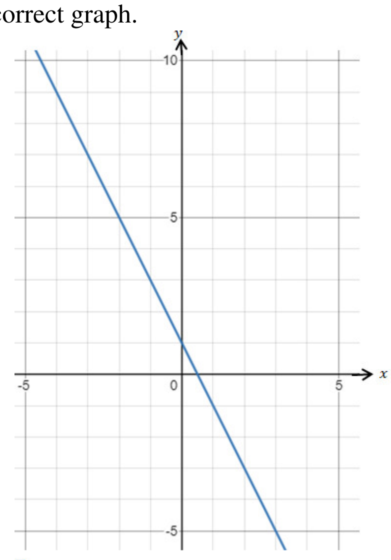


4 points

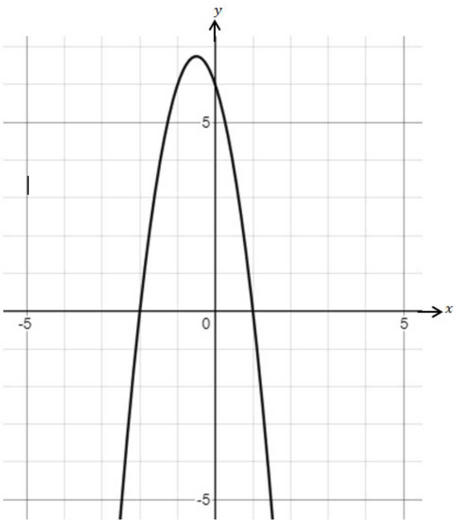
Which of the 4 graphs below is the corresponding graph of $f'(x)$?
For each graph you **must** explain why it is or is not the correct graph.



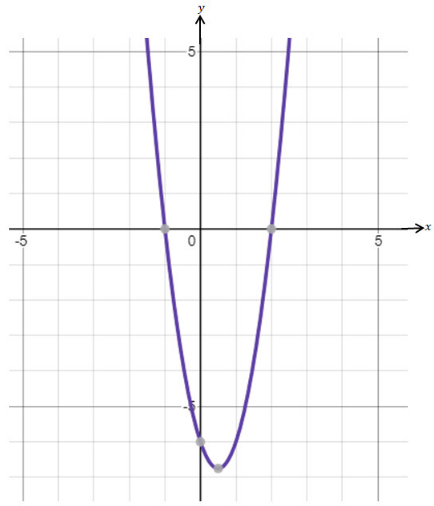
Graph A



Graph B



Graph C



Graph D

Exercise 87 Calc. : ✓

	Consider the function $f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 2$.
4 points	1. Determine the coordinates of the turning points of $f(x)$, giving your answer to 2 decimal places.
2 points	2. Draw a table of signs.
2 points	3. Use the table of signs to determine the nature of the turning points.

Exercise 88 Calc. : ✓

	Consider the function $f(x) = \dfrac{6x+5}{3x-4}$.
1 point	1. Explain why the function is undefined when $x = 1\dfrac{1}{3}$.
2 points	2. State the domain of the function.
2 points	3. Give the coordinates of the y-intercept of $f(x)$.

Exercise 89 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=840`) Calc. : ✓

	Karen plays volleyball and throws a ball vertically. The height $h(t)$ (in meters) as a function of the time t (in second) of the ball is given by the formula : $h(t) = 6t - 5t^2 + 2$.
2 points	1. From what height does Karen throw the ball ?
3 points	2. Show that the ball reaches its highest point at $t = 0.6$ s.
3 points	3. Calculate the ball's maximum height.
3 points	4. For how long is the ball in the air ?

Exercise 90 Calc. : ✓

A group of scientists decides to investigate a population of insects in a large field. It is found that the starting population 100 and that the population increases exponentially by 20% every week.
Two students each write down a formula to model the population P at a time t, where t is the number of days since the start of the investigation :
Formula A : $P(t) = 100t + 1.2$
Formula B : $P(t) = 100 \cdot (1.2)^t$

2 points — 1. Explain why formula B is the correct formula and why formula A is incorrect.

2 points — 2. Calculate the number of insects after 2 weeks, to the nearest whole number.

2 points — 3. Copy and complete the table of values below, giving your answers to the nearest whole number :

Number of days	**5**	**10**	**15**	**20**
Population				

2 points — 4. After how many days will the population exceed 4 600 ?

Another group of scientists investigates a population of insects in a different large field. They record their results in the table below :

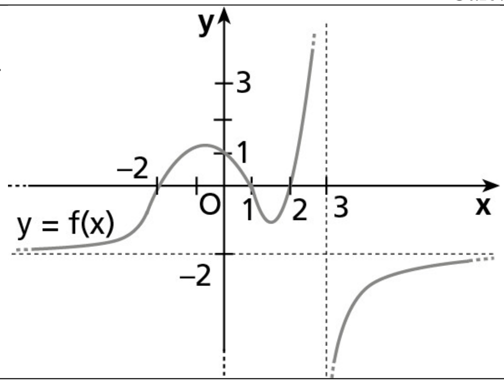
Number of days	**0**	**5**	**10**	**15**	**20**
Population	**100**	**340**	**580**	**820**	**1 060**

1 point — 5. Explain why the results follow a **linear** model.

2 points — 6. Use the information in the table of values to write down a formula to model the population P at a time t , where t is the number of days since the start of the investigation.

Exercise 91 Calc. : ✗

Osserva il grafico della figura che rappresenta una funzione $f(x)$;



4 points	1. determina il dominio e l'insieme immagine;
2 points	2. individua gli zeri di $f(x)$;
3 points	3. determina, se possibile, $f(0)$, $f(2)$, $f(3)$;
3 points	4. individua gli intervalli in cui $f(x)$ è negativa;
3 points	5. scrivi le equazioni degli asintoti.

Exercise 92 Calc. : ✗

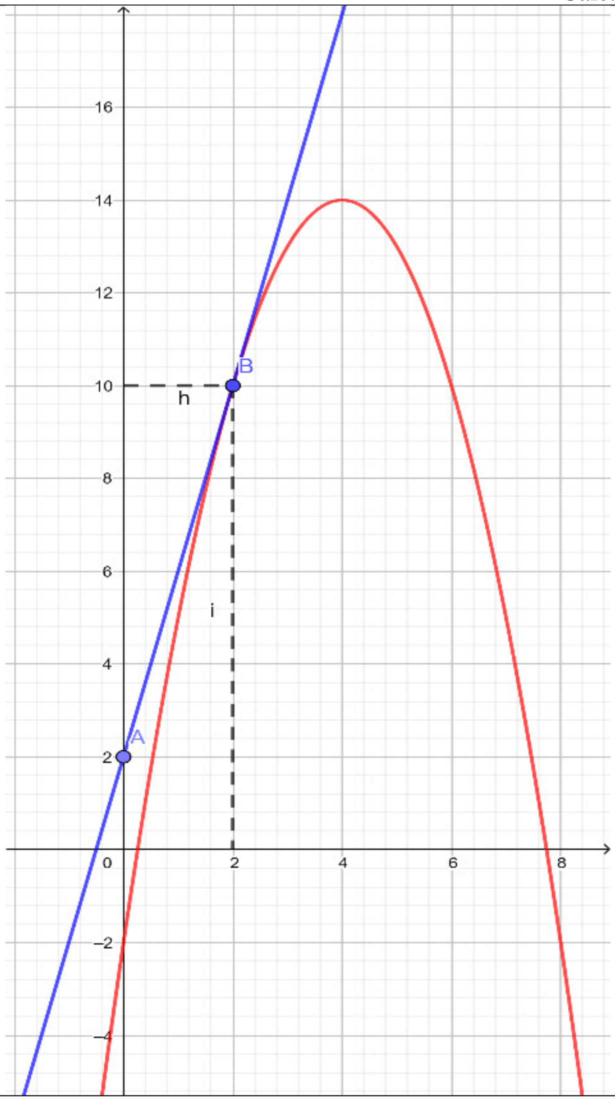
5 points	Calcola il dominio della seguente funzione : $f(x) = \sqrt{-3x+1}$.

Exercise 93 Calc. : ✗

7 points	Calcola la derivata prima della seguente funzione $f(x)$: $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{3}x + 3$.

Exercise 94 Calc. : ✗

Osserva il grafico e svolgi i punti seguenti :



4 points	1. Calcola l'equazione della retta tangente alla parabola nel suo punto di ascissa $x = 2$, ricavando i dati necessari dal grafico e mostrando tutti i passaggi eseguiti.
	2. La parabola ha equazione $f(x) = -x^2 + 8x - 2$; la sua funzione derivata ha equazione $f'(x) = -2x + 8$.
2 points	Calcola $f(6)$ e $f'(6)$.
2 points	3. Spiega cosa rappresenta $f'(6)$.
4 points	4. Calcola l'equazione della tangente al grafico nel suo punto di ascissa $x = 6$.
2 points	5. Le due rette tangenti hanno equazioni $y = 4x + 2$ *e* $y = -4x + 34$. Determina le coordinate del punto di intersezione delle due rette tangenti.
2 points	6. Individua dal grafico l'equazione della retta tangente alla parabola nel suo vertice.
4 points	7. Spiega come sia possibile ottenere l'ascissa del vertice della parabola a partire dalla sua funzione derivata ed esegui il calcolo.

Exercise 95 Calc. : ✓

Un sasso viene lanciato verso l'alto con una fionda e la sua traiettoria è rettilinea ; la legge oraria del moto è data dall'equazione $h(t) = -5\,t^2 + 12\,t + 2$, in cui h rappresenta l'altezza da terra in metri e la variabile t rappresenta l'istante di tempo in secondi.

3 points	1. A che altezza si trova il sasso dopo un secondo dal lancio ?
4 points	2. Determina la velocità media (in m/s) del sasso durante il primo secondo di moto.
5 points	3. Calcola la velocità istantanea (in m/s) del sasso per $t = 2$ s.
5 points	4. In quale istante di tempo il sasso inverte il verso del moto ?

Esprimi i risultati approssimando a due cifre decimali.

Exercise 96 Calc. : ✗

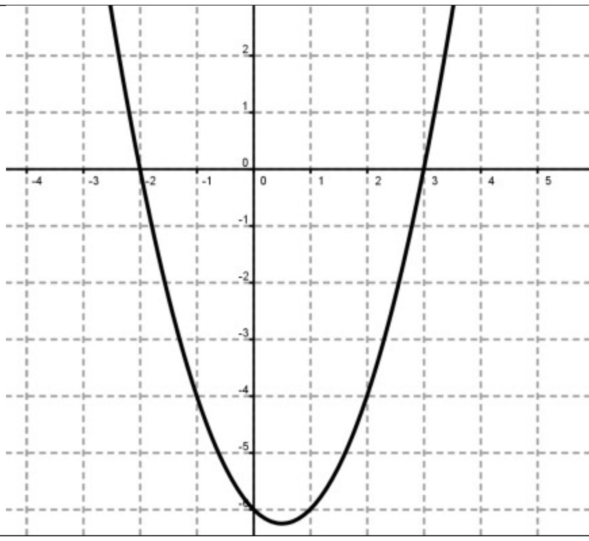
On donne la fonction définie par $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$.

1. Déterminer $f'(x)$.
2. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse -1.
3. En quel(s) point(s) la tangente est-elle horizontale ?
4. Déterminer les coordonnées des points de la courbe pour lesquels la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = 9x + 1$.

Exercise 97 Calc. : ✗

Soit le graphe de la **dérivée** f' d'une fonction f.

1. Faire un tableau de variations de la fonction f.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est-elle croissante ? décroissante ?
3. Donner la nature des extrémum(s).



Exercise 98 Calc. : ✗

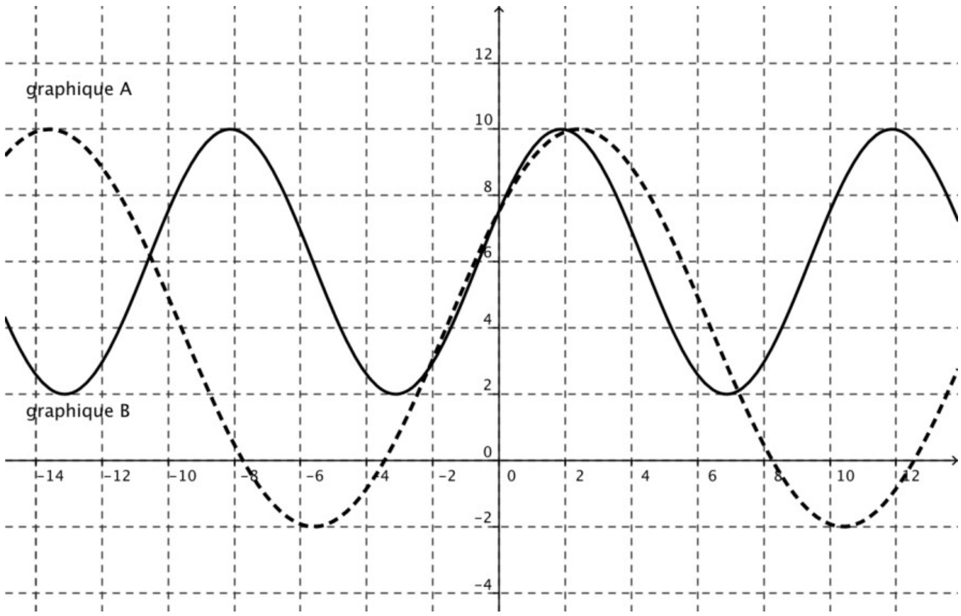
Préciser le décalage vertical, l'amplitude, la phase à l'origine, la période, la fréquence pour la fonction suivante :

$$f(x) = 6 + 4\sin\left(\frac{\pi}{5}x + \frac{\pi}{8}\right)$$

Exercise 99 Calc. : ✗

Associer graphique et fonction :

$$f(x) = 6 + 4\sin\left(\frac{\pi}{5}x + \frac{\pi}{8}\right) \qquad g(x) = 4 + 6\sin\left(\frac{\pi}{8}x + \frac{\pi}{5}\right)$$



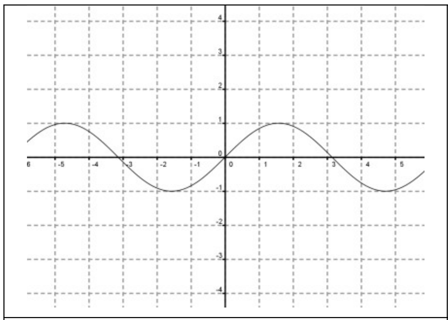
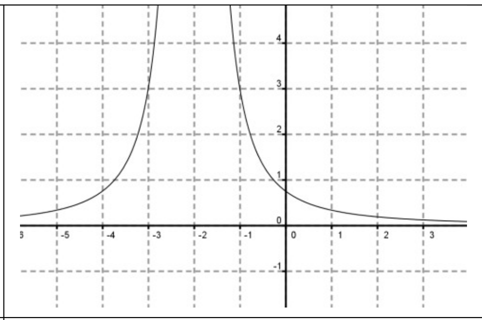
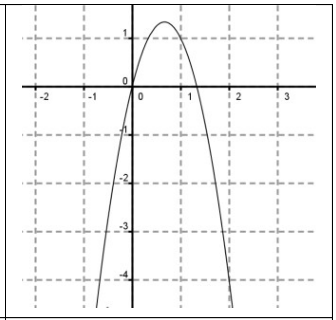
Exercise 100 Calc. : ✓

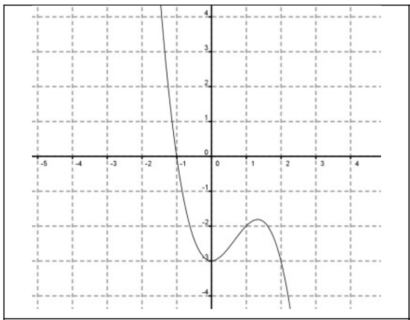
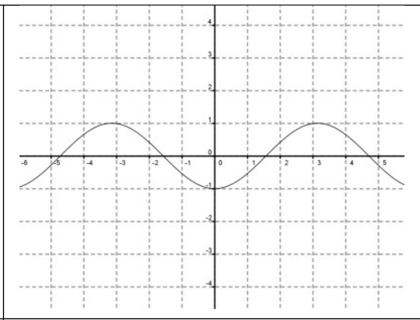
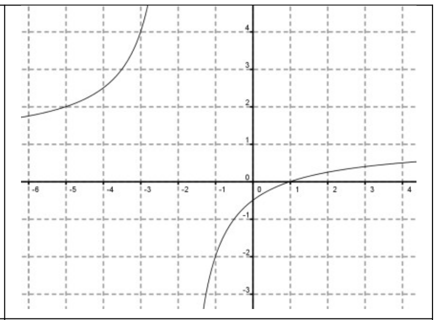
Une entreprise fabrique un produit chimique dont le coût total journalier de production pour x litres est donné par la fonction C définie sur $I = [1; 50]$ par $C(x) = 0,5x^2 + 2x + 200$, les coûts étant exprimés en centaines d'euros.
Le prix de vente d'un litre de ce produit chimique est de 2300 euros.

1. Montrer que la recette est donnée par la fonction R définie sur I par $R(x) = 23x$.
2. Montrer que le bénéfice est donné par la fonction $B(x) = -0,5x^2 + 21x - 200$.
3. Déterminer $B'(x)$.
4. Faire le tableau de signe de $B'(x)$. En déduire les variations de $B(x)$.
5. Déterminer la quantité à produire pour que le bénéfice soit maximal.

Exercise 101 Calc. : ✓

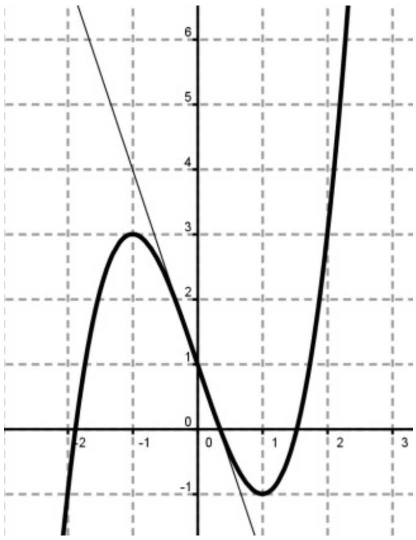
Associer à chaque graphique A, B, C de la **dérivée** de la fonction, le graphique 1, 2, 3 de la fonction de départ :

		
A	B	C

		
1	2	3

Exercise 102 Calc. : ✓

Soit la fonction $f(x)$ dont le graphique est ci-dessous.



1. Déterminer $f(0)$ et $f'(0)$.
2. Sachant que $f(x) = x^3 + bx + c$, et en utilisant les valeurs obtenues en 1., déterminer b et c.

Exercise 103 Calc. : ✓

On lance n fois de suite un dé bien équilibré à 6 faces.

1. Quelle est en fonction de n la probabilité d'obtenir un SIX au moins une fois ?
2. Quelle est la limite de cette probabilité quand n tend vers $+\infty$?
3. Quelle est le nombre minimal de lancers pour que cette probabilité soit supérieure à $0,9$?

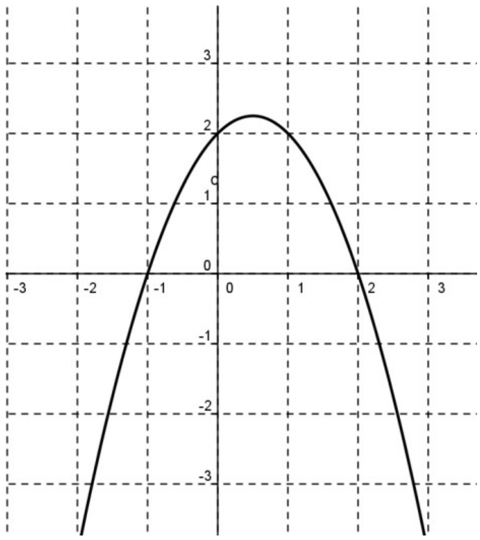
Exercise 104 Calc. : ✗

On donne la fonction définie par $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$.

3 points	1. Déterminer $f'(x)$.
4 points	2. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 1. Justifier.
4 points	3. Quelles sont les abscisses des points en lesquels la tangente est horizontale ? Justifier.

Exercise 105 Calc. : ✗

Soit le graphe de la **dérivée** f' d'une fonction f.



3 points	1. Faire un tableau de variations de la fonction f.
2 points	2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est-elle croissante ? décroissante ?
2 points	3. Donner la nature des extrémums.

Exercise 106 Calc. : ✓

15 points

Soit la fonction

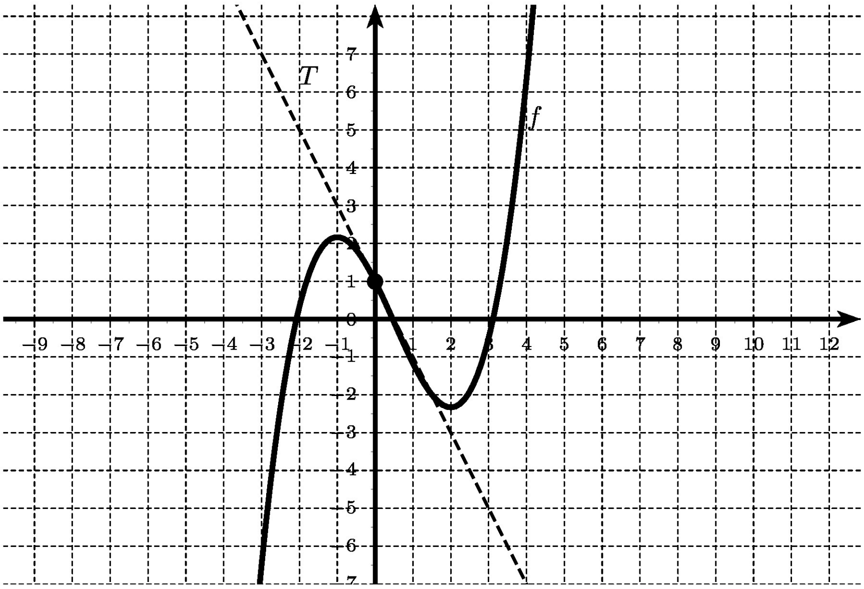
$$C(x) = x^2 + 5x + 12$$

qui représente le coût en milliers d'euros de la production de x milliers d'articles, $x \in [0, 15]$.
On suppose que chaque article fabriqué est vendu au prix unitaire de 16€. Soit $R(x) = 16x$ la fonction exprimant la recette en milliers d'euros pour la vente de x milliers d'articles.

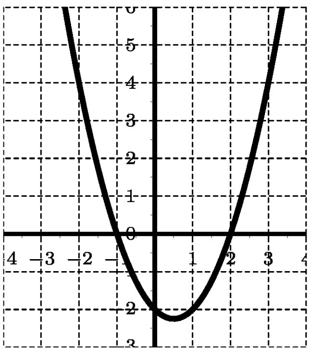
1. Calculez $C(0)$; qu'est-ce que cela représente ?
2. Calculez les coûts de fabrication de 1000 et 5000 articles, puis les recettes correspondantes. Que concluez-vous ?
3. Soit $B(x)$ le bénéfice réalisé pour x milliers d'articles produits et vendus.
   (a) Montrer que l'on a : $B(x) = -x^2 + 11x - 12$.
   (b) Dressez le tableau de variation de $B(x)$.
   (c) En déduire la production qui permet d'atteindre le bénéfice maximal, et précisez ce bénéfice maximal.
   (d) Pour quelles productions l'entreprise est-elle bénéficiaire ?

Exercise 107 Calc. : ✓

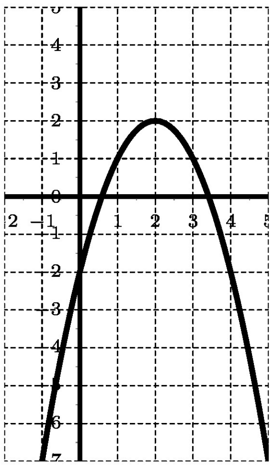
10 points	Soit la fonction f dont le graphe et une tangente (T) sont donnés ci-dessous :



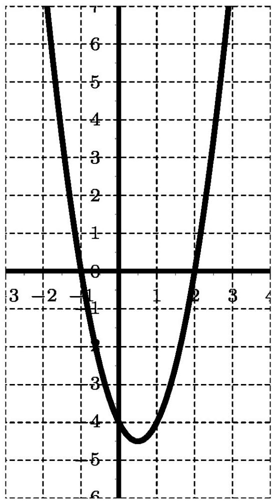
Déterminez lequel des graphes ci-dessous est celui de la dérivée f' de la fonction f. Justifiez correctement.



Graphe A



Graphe B



Graphe C

Exercise 108 Calc. : ✓

15 points	Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$.

1. Déterminez la dérivée de f, en déduire le tableau de variations complet de f.
2. Déterminez les extrémums de f et donnez leur nature.
3. Déterminez l'équation de la tangente au graphe de f au point d'abscisse 2.
4. Déterminez les coordonnées du ou des points du graphe de f dont la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -9x + 2$.

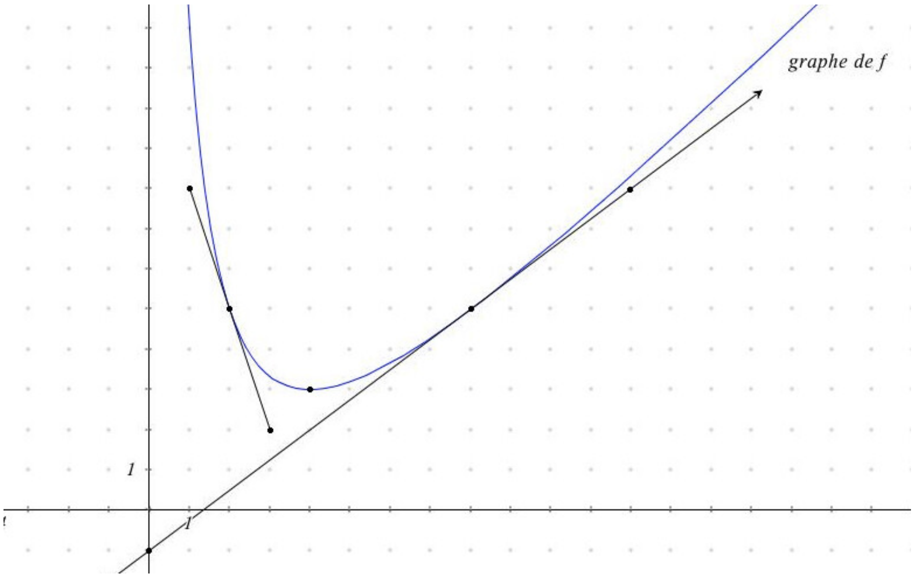
Exercise 109 Calc. : ✗

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dont la représentation graphique est la courbe ci-dessous.

3 points 1. Par lecture graphique, déterminer $f(2)$; $f(4)$ et $f(8)$.

2 points 2. Par lecture graphique, déterminer $f'(2)$ et $f'(4)$.

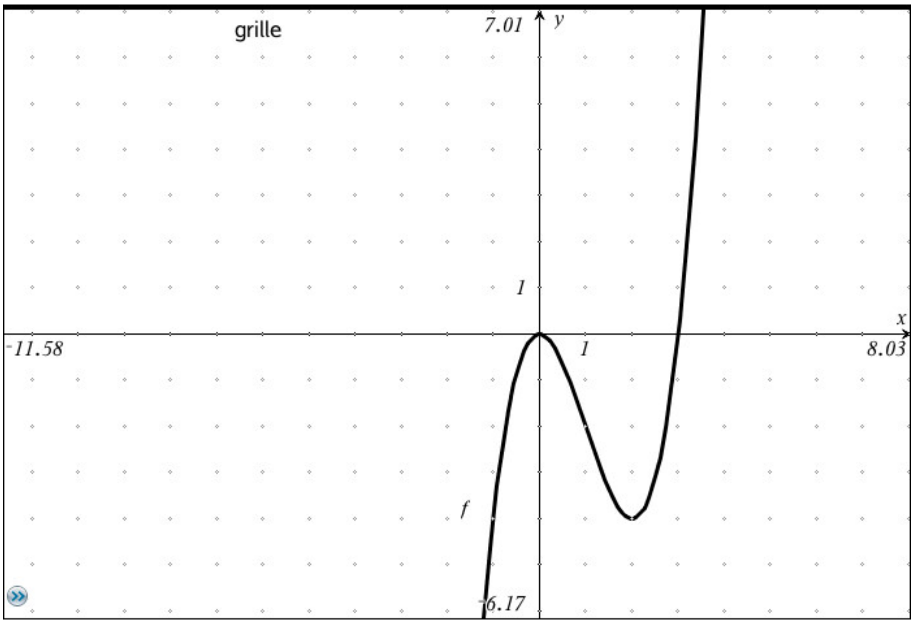
1 point 3. Par lecture graphique, déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 8.



Exercise 110 Calc. : ✗

Le graphique de **la dérivée** de $f(x)$ est donné ci-dessous.

4 points Établir un tableau de variations de la fonction $f(x)$ et préciser la nature et l'abscisse des extrémas éventuels.



Exercise 111 Calc. : ✗

	On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 2$.
2 points	1. Déterminer la dérivée de f.
2 points	2. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.
2 points	3. Déterminer le signe de $f'(x)$ en fonction de x.
2 points	4. Dresser le tableau de variation complet de f.
2 points	5. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $x = 0$.

Exercise 112 Calc. : ✓

	On considère la fonction définie par $f(x) = \dfrac{4x}{x^2+1}$.
1 point	1. Déterminer le domaine de définition de f.
2 points	2. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$. Que pouvez-vous en déduire ?
2 points	3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la courbe représentative de f avec les axes du repère.
1 point	4. Déterminer la fonction dérivée de f.
2 points	5. Déterminer les coordonnées des extrema de f et la nature de chacun d'eux.
2 points	6. Donner le sens de variation de f.
1 point	7. Déterminer une équation de la droite T qui est tangente au point d'abscisse 0 à la courbe représentative de la fonction f.
3 points	8. Tracer le graphique de la fonction f.

Exercise 113 Calc. : ✓

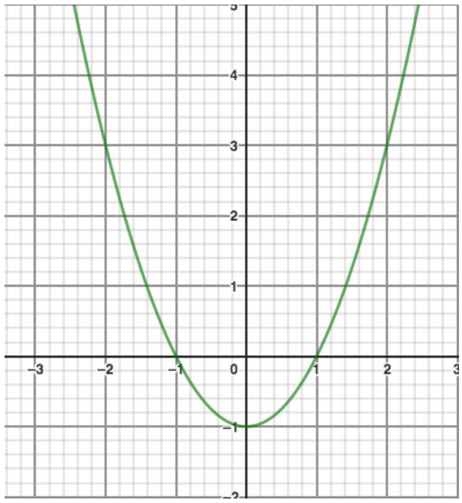
	Les fonctions d'offre f et de demande d d'un bien sont données par $$f(x) = x^2 + 2x + 19 \quad \text{et} \quad d(x) = x^2 - 18x + 113$$ pour une quantité x variant de 1 à 8 kilogrammes. $f(x)$ et $d(x)$ sont des prix par kg en euros.
2 points	1. Pour quelle quantité en kg l'offre est-elle de 54 euros ?
2 points	2. Pour quelle quantité en kg la demande est-elle de 68 euros ?
2 points	3. Résoudre $f(x) = d(x)$.
2 points	4. En déduire la quantité d'équilibre du marché offre demande, puis le prix d'équilibre.

Exercise 114 Calc. : ✗

3 points	On considère la fonction : $f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 3$. Combien vaut $f'(-1)$?

Exercise 115 Calc. : ✗

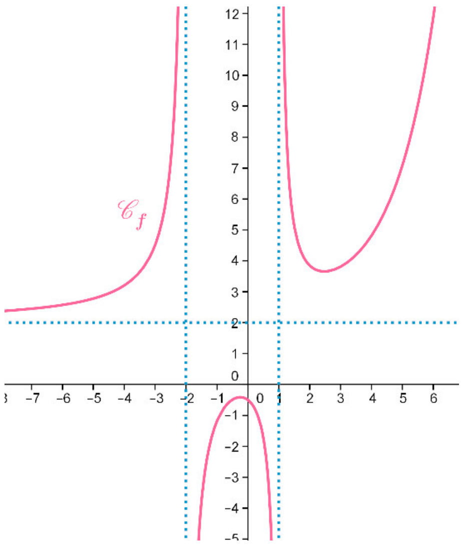
6 points	Soit le graphe de **la dérivée** f' d'une fonction f.



1. Faire un tableau de variation de la fonction f.
2. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est-elle décroissante ?
3. Donner le(s) extrémum(s) et leur nature.

Exercise 116 Calc. : ✗

9 points	Soit le graphique d'une fonction f.



1. Calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$

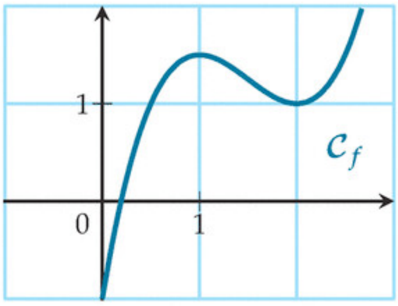
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$

2. En déduire les équations des asymptotes de f.

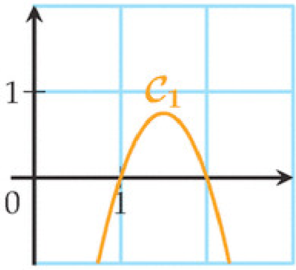
Exercise 117 Calc. : ✓

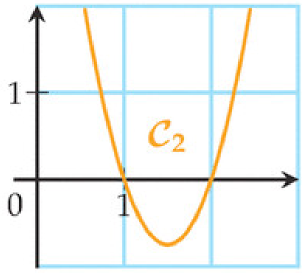
6 points

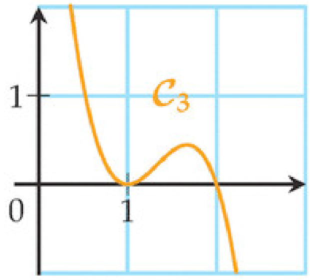
On considère une fonction f dont on donne la représentation graphique ci-dessous.



Parmi les courbes ci-dessous, laquelle représente la dérivée f' ? Justifier votre réponse.







Exercise 118 Calc. : ✓

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 + 3x^2 - 6$.

1. (2 points) Calculer $f'(x)$.
2. (4 points) Dresser avec soin le tableau de variations de f.
3. (4 points) Construire soigneusement dans un repère cartésien, la courbe représentative de f.
4. (3 points) Graphiquement, discuter suivant les valeurs du réel m, le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = m$.

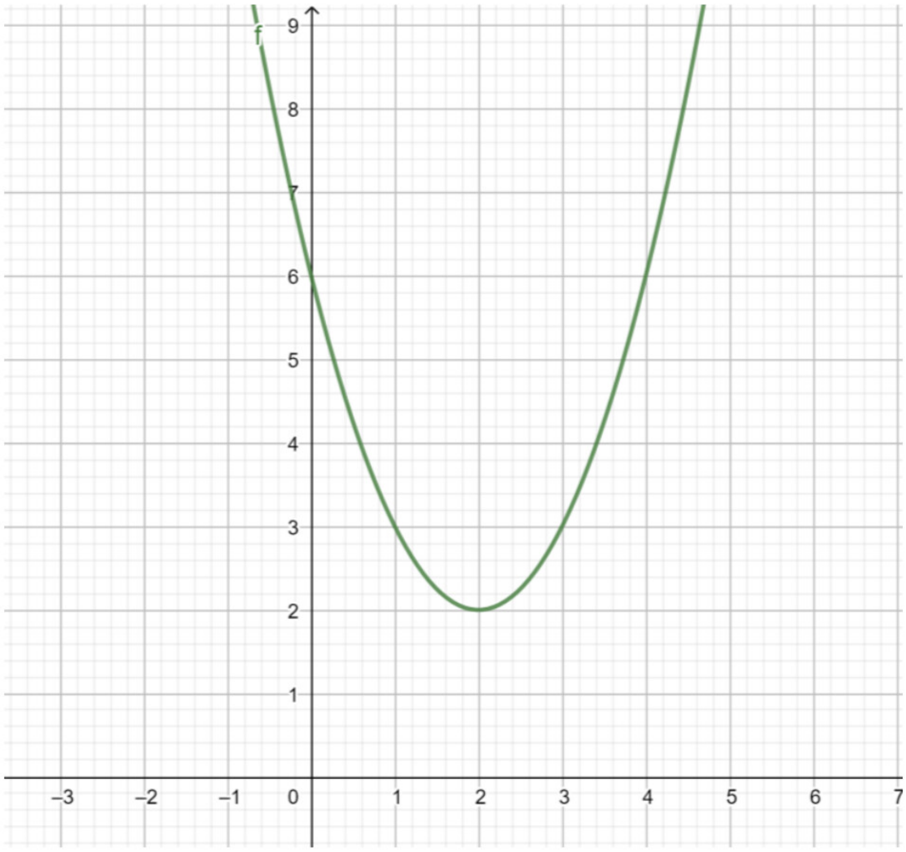
Exercise 119 Calc. : ✓

La fonction f est définie par $f(x) = x^3 + 3x^2$. On désigne par F sa représentation graphique dans un repère Oxy.

1. (2 points) Donner l'équation de la tangente à F au point $(-1; 2)$.
2. (3 points) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de F avec la droite (d) d'équation $y = -2x$.
3. (3 points) Calculer le(s) coordonnée(s) de(s) point(s) de la courbe F où elle admet une tangente horizontale.
4. (3 points) Calculer le(s) coordonnée(s) de(s) point(s) de la courbe F où elle admet une tangente parallèle à la droite d'équation $y = 9x$.

Exercise 120 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=945`) Calc. : ✗

5 points	1. Donner l'équation de la tangente à la fonction f au point de coordonnées $(1;3)$, étant donnée l'expression de f : $f(x) = x^2 - 4x + 6$.
2 points	2. Dessiner précisément cette tangente sur le graphe suivant :

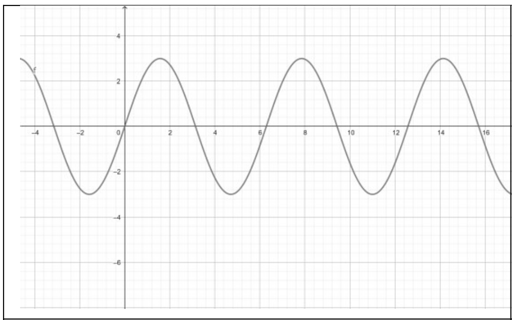


Exercise 121 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=946`) Calc. : ✗

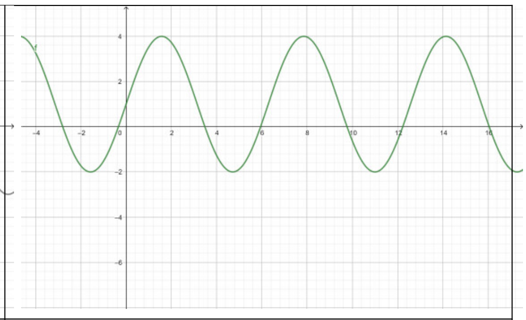
8 points

Relier chacune des fonctions suivantes avec le graphe correspondant :

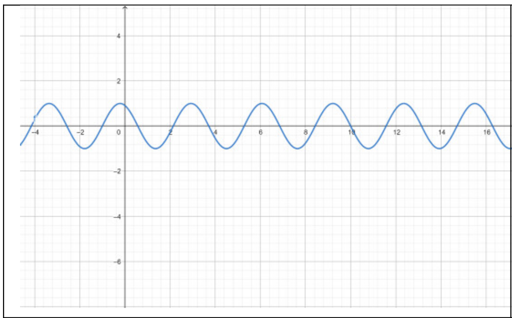
Fonction	$3\cos(x) - 3$	$3\sin(x)$	$\sin(2x+2)$	$3\sin(x) + 1$
Graphe				



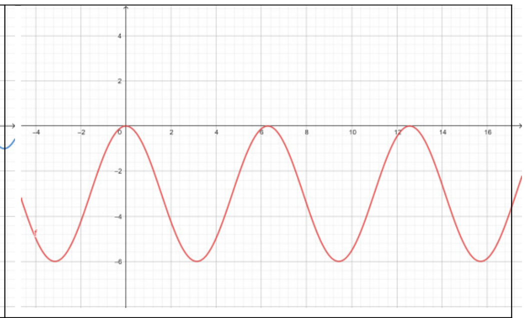
A



B



C



D

Exercise 122 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=947`) Calc. : ✗

Les données suivantes peuvent être modélisées par la fonction :

$$f(x) = a\sin(b(x-c)) + d$$

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y	11	9,8	7	4,2	3	4,2	7	9,8	11	9,8

1 point — 1. Estimer l'amplitude de la fonction.

1 point — 2. Estimer la période de la fonction.

1 point — 3. Estimer la valeur moyenne de la fonction.

1 point — 4. Estimer le déphasage de la fonction.

3 points — 5. Remplacer les lettres a, b, c et d par les valeurs appropriées pour écrire la fonction sinusoïdale qui modélise les données.

Exercise 123 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=951`) Calc. : ✓

On considère la fonction f définie par $f(x) = -\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^2}{2} + 6x + 4$.

4 points — 1. Déterminer l'expression de f', la fonction dérivée de la fonction f.

6 points — 2. Étudier le signe de f'.

4 points — 3. En déduire l'intervalle dans lequel la fonction f est croissante et préciser les coordonnées des extremums.

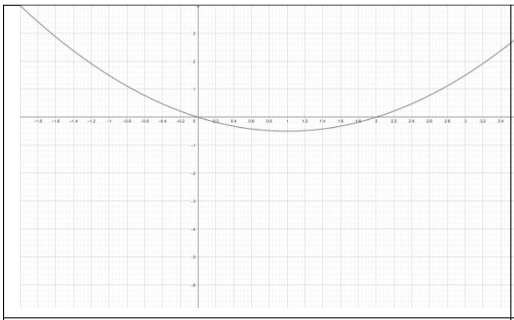
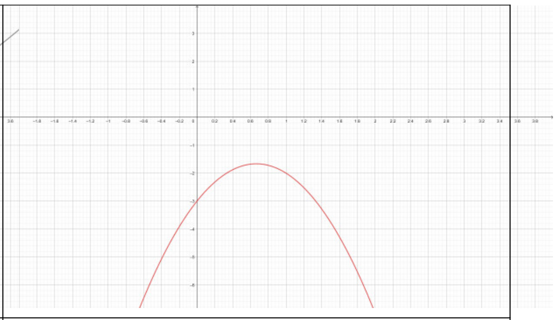
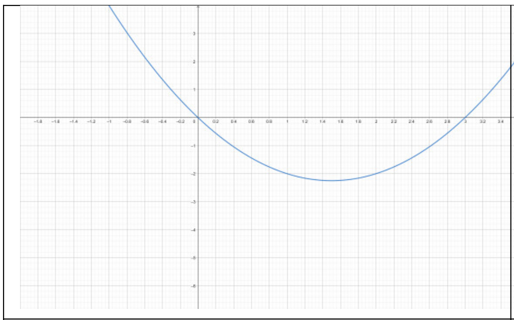
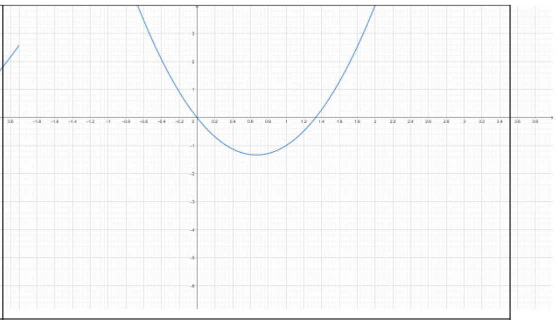
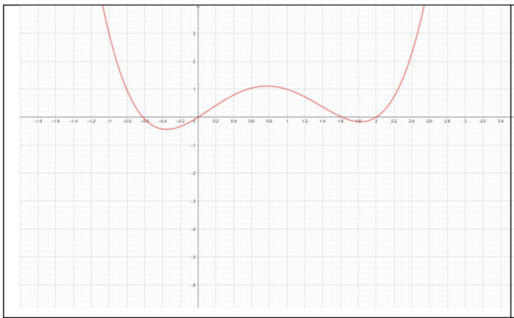
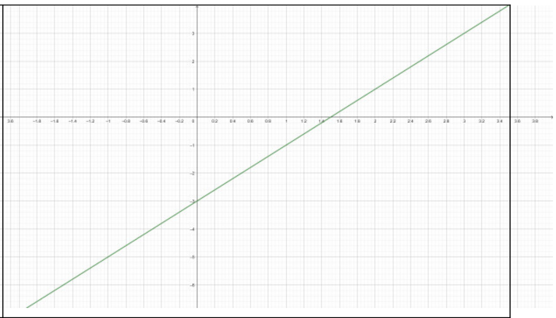
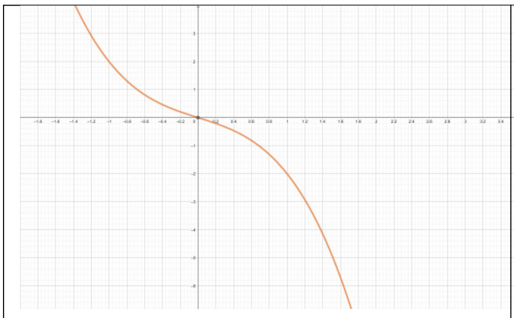
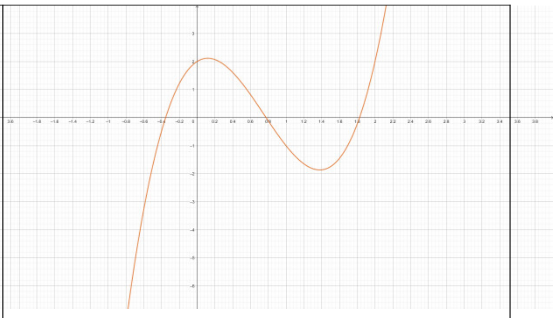
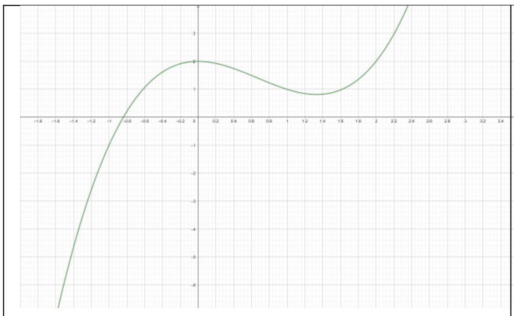
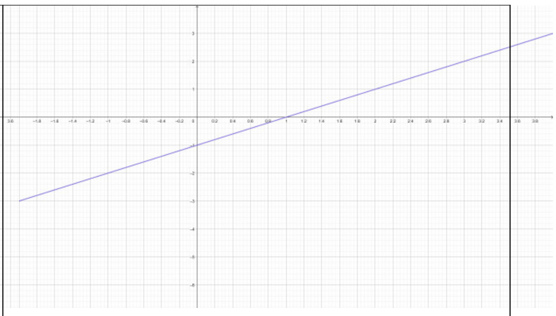
Exercise 124 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=952`) Calc. : ✓

	La fonction $f(x) = 60\sin\left(\frac{2\pi}{30}(t-7,5)\right)+75$ peut être utilisée pour modéliser l'altitude (en mètres) d'un passager du London Eye (la grande roue de Londres), où t est le temps en minutes après le départ.
2 points	1. Déterminer la période du London Eye.
3 points	2. Déterminer l'amplitude du London Eye.
2 points	3. Utiliser cette fonction pour estimer l'altitude d'un passager 18 minutes après le départ.
3 points	4. À quelle hauteur au-dessus du sol se trouve la plateforme d'embarquement ?
4 points	5. Esquisser un graphe de la fonction f.
3 points	6. Utiliser votre graphe pour estimer combien de temps un passager passe à une altitude supérieure à 100 m lors d'un tour complet.

Exercise 125 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=953`) Calc. : ✓

9 points

Voici les graphes de 5 fonctions A, B, C, D et E et de leurs 5 fonctions dérivées I, II, III, IV et V.
Relier chaque fonction avec sa fonction dérivée.

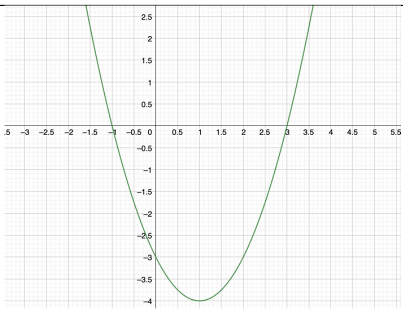
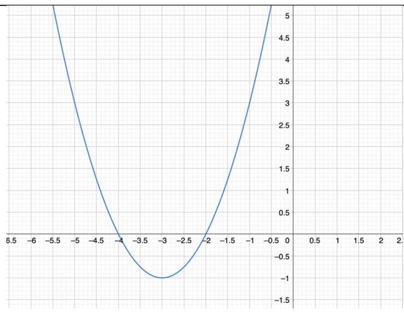
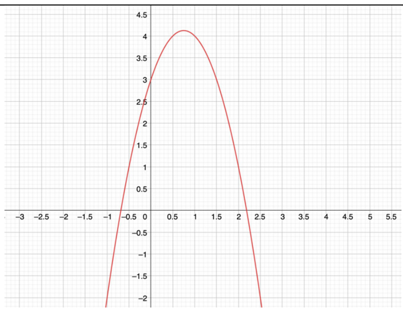
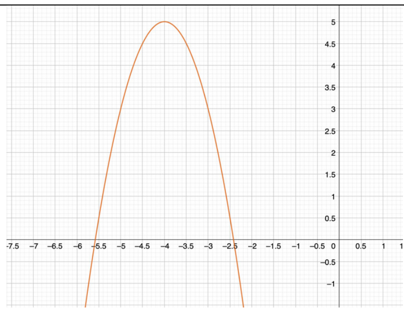
	
A	I
	
B	II
	
C	III
	
D	IV
	
E	V

Exercise 126 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=979`) Calc. : ✗

8 points

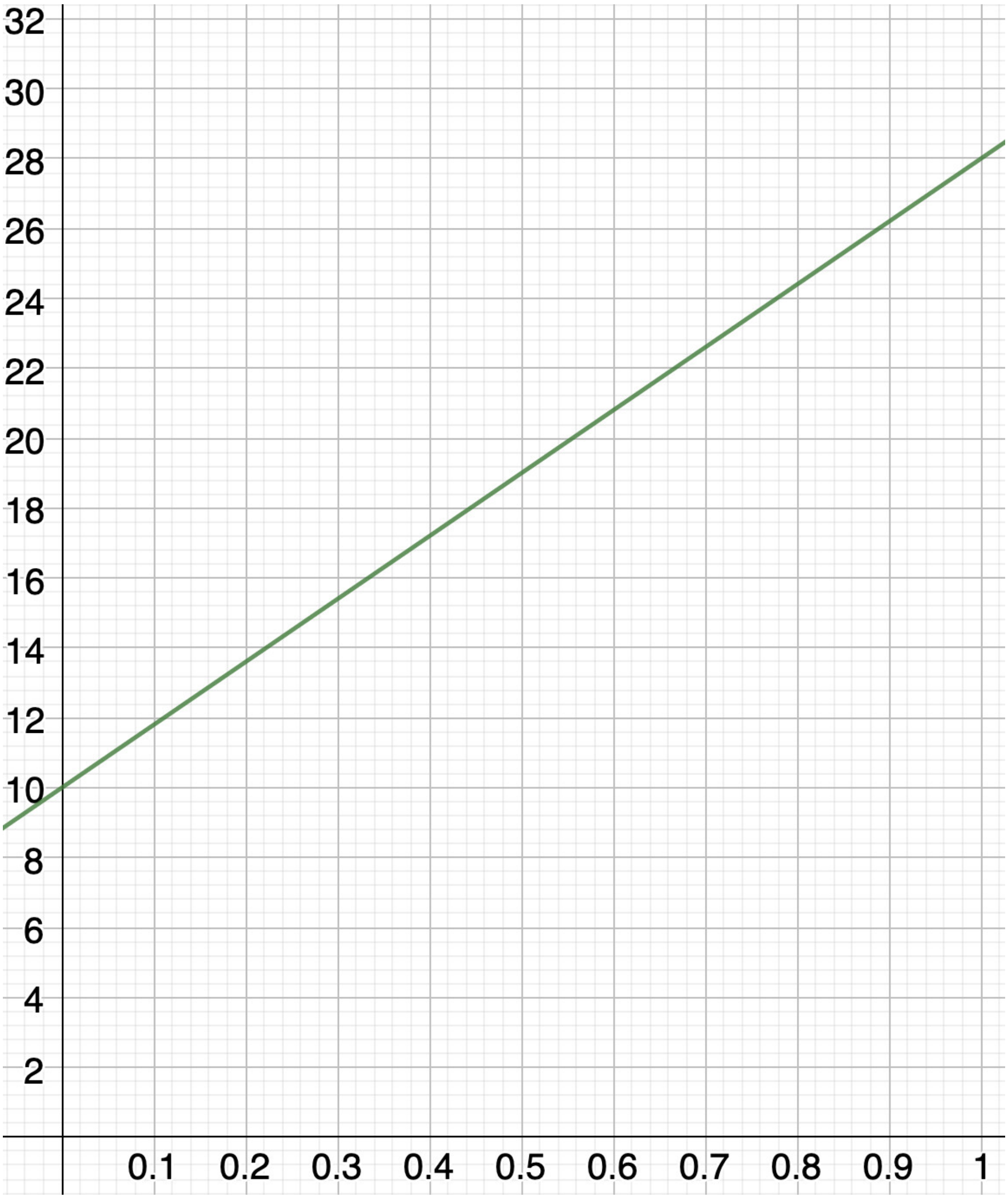
Match each of the following functions to their corresponding graph.

Function	$A(x) = -2x^2 + 3x + 3$	$B(x) = (x-3)(x+1)$	$C(x) = -2(x+4)^2 + 5$	$D(x) = (x+3)^2 - 1$
Graph				

	
a	b
	
c	d

Exercise 127 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=980`) Calc. : ✗

Helen is taking part in a cycling race. She has already cycled 10 km and is advancing at a constant speed. The following graph represents the distance travelled as a function of the time in hours.



4 points
1. Identify the distance travelled at the origin (of the graph) and the slope of the line. At what speed is Helen travelling ?

2 points
2. Formulate an equation for the distance, d (in km) that Helen cycles as a function of time, t (in h) since she passed the 10 km mark.

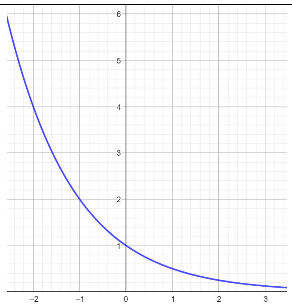
3 points
3. How many kilometres will Helen have cycled, 90 minutes after passing the 10 km mark ?

Exercise 128 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=981`) Calc. : ✗

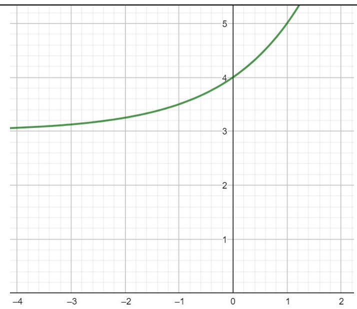
8 points

Match each of the following functions to their corresponding graph.

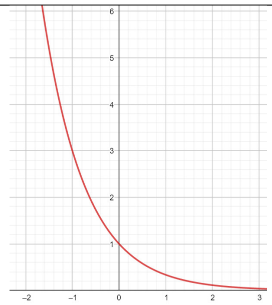
Function	$f(x) = 2^{2x} + 3$	$g(x) = 3^{-x}$	$h(x) = 0.5^x$	$q(x) = 2^x$
Graph				



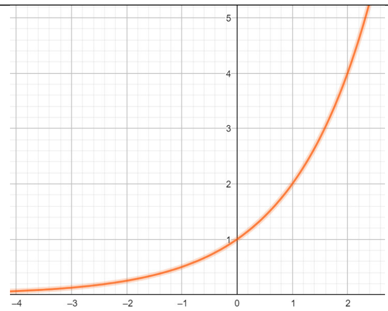
a



b



c

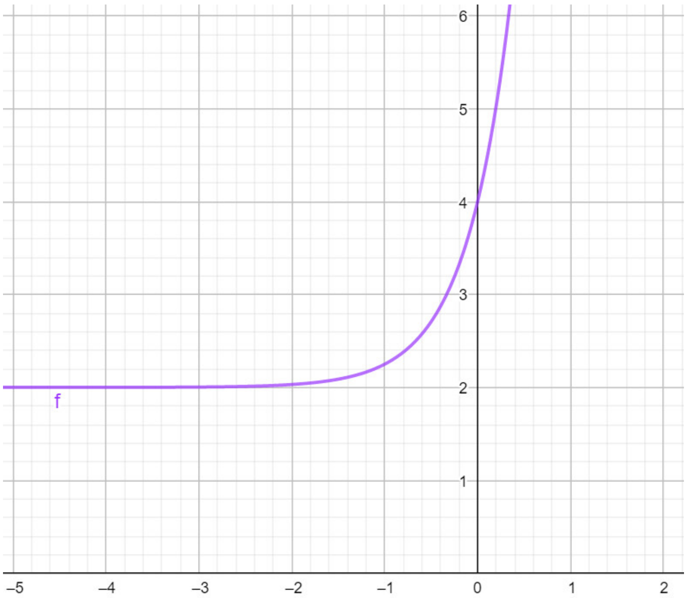


d

Exercise 129 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=982`) Calc. : ✗

The following image is a graphic representation of the function

$$f(x) = 2^{3x+1} + 2.$$



2 points	1. State the domain of the function.
2 points	2. State the range of the function.
2 points	3. Find the y-intercept.
2 points	4. What are the roots of the function ?
6 points	5. Estimate the following values :
	(a) $f(0.2) = \dots$
	(b) $f(-2) = \dots$
	(c) if $f(x) = 3$, then $x = \dots$

Exercise 130 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=985`) Calc. : ✓

A population of bacteria in a petri dish has a growth model given by the function

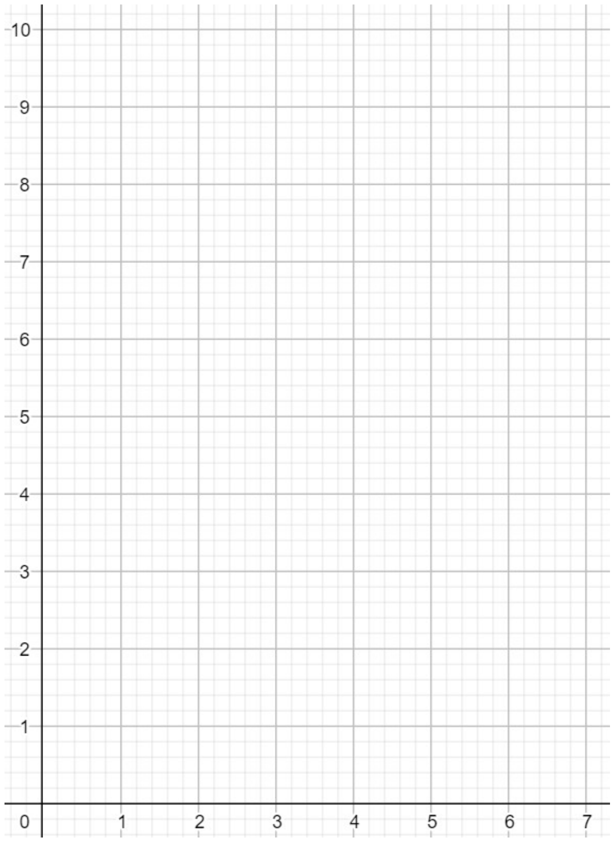
$$f(x) = 3^{x-4}$$

Where x represents the number of days passed and $f(x)$ represents the number of thousands of bacteria present.

4 points

1. Using the grid below, draw a graph to represent the population of the bacteria over a week long period. Use the following table of values if you wish.

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$								



2 points

2. Calculate the number of bacteria in the dish at the beginning of the observation.

2 points

3. Use your graph to estimate the amount of bacteria present on day 6.

2 points

4. Use your graph to estimate to the nearest day, how long it will take to pass 8000 bacteria.

Exercise 131 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=986`) Calc. : ✓

A water bomb is catapulted in the air. The height h, in metres, after t seconds is given by the function

$$h(t) = -4.9t^2 + 27t + 2.4$$

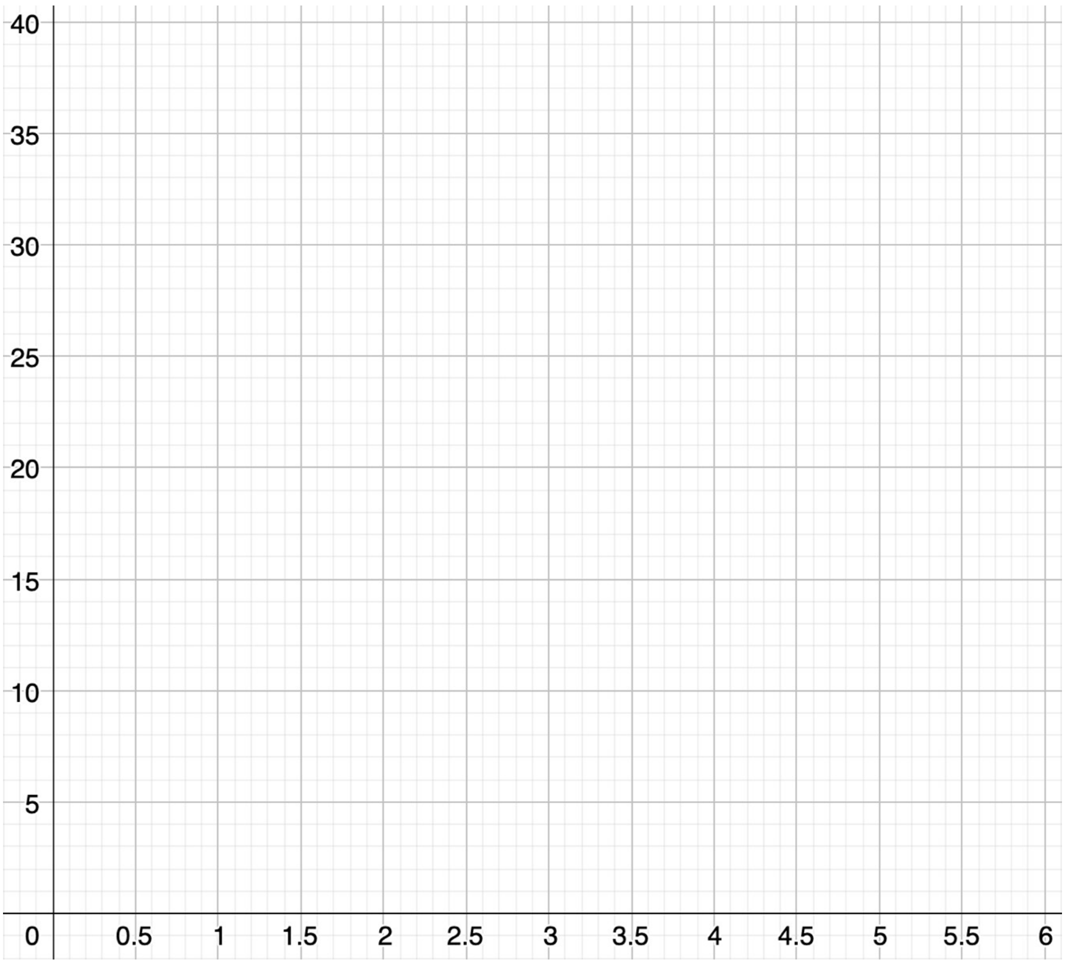
2 points

1. Complete the following table :

t	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5
$h(t)$												

2 points

2. Draw the graph which represents the trajectory of the water bomb on the following cartesian plane :



1 point

3. What height is the water bomb after 1 second ?

1 point

4. Estimate the maximum height achieved by the water bomb ? Round to the nearest metre.

2 points

5. How long does the water bomb stay above 30 metres high ? You may answer with a calculation or a graphic interpretation. Round to nearest 0.1 seconds.

2 points

6. Solve the equation $-4.9t^2 + 27t + 2.4 = 0$. After how much time will the water bomb explode on the ground ? Round the answer to the nearest 0.1 second.

2 Probabilités

Exercise 132 Calc. : ✗

	Un tireur a l'arc a une probabilité de $\frac{1}{4}$ de rater sa cible à chaque fois qu'il la vise, de manière indépendante à ses autres tirs. Il tire quatre fois de suite sur sa cible. Pour les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible. Tout calcul intermédiaire sera valorisé.
3 points	1. Quelle est la probabilité de toucher la cible 4 fois ?
4 points	2. Quelle est la probabilité de toucher la cible au plus 1 fois ?
2 points	3. Quelle est la probabilité de toucher la cible 5 fois ?

Exercise 133 Calc. : ✓

	Un test de compétences est constitué de 30 questions à choix multiples. Pour chaque question, il y a 4 réponses possibles pour laquelle 1 seule est juste. Un élève répond au hasard à chaque question, de manière indépendante. On souhaite étudier X, la variable aléatoire représentant le nombre de bonnes réponses que peut obtenir cet élève au test en répondant de cette manière.
2 points	1. Justifier qu'à chaque question, l'élève a une probabilité de 25% de trouver la bonne réponse.
4 points	2. Justifier que X suit une loi binomiale. Quels sont ses paramètres ?
	Dans la suite, on donnera les probabilités arrondies à 4 décimales.
5 points	3. Faire une phrase expliquant ce que représente l'événement $X = 10$, puis calculer $P(X = 10)$.
	4. Pour réussir le test, l'élève doit avoir au moins 18 bonnes réponses.
4 points	Quelle est la probabilité que l'élève réussisse le test ?
4 points	5. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre de bonnes réponses strictement supérieur à 10 et inférieur ou égal à 20 ?
	BONUS — Pour les autres élèves, le plus petit nombre de bonnes réponses est de 9, et le plus grand nombre de bonnes réponses est de 25. Quelle est la probabilité que l'un de ces deux nombres change avec le résultat de cet élève ?

Exercise 134 Calc. : ✓

	Dans une classe de 30 élèves, on doit élire un groupe de représentant·e·s.
	1. Le groupe de représentant·e·s doit être composé de 4 personnes.
4 points	Combien de groupes différents peut-on former ?
	2. Le groupe de 4 personnes est maintenant élu, et il faut attribuer à chacune des 4 personnes un rôle particulier (président·e, trésorier·e, secrétaire, et adjoint·e).
4 points	Combien y a-t-il de manières d'attribuer ces 4 rôles aux 4 personnes élues ?
	3. Chacune des personnes élues peut choisir un·e suppléant·e.
2 points	Déterminer les valeurs possibles du nombre de personnes suppléantes.

Exercise 135 Calc. : ✗

Une urne contient 1 boule bleue et 2 rouges. Un joueur tire simultanément 2 boules de l'urne avec remise.
Il mise 2 € au départ
Il gagne 4 € par boule bleue et perd 1 € par boule rouge.
X est la variable aléatoire qui donne le gain obtenu.

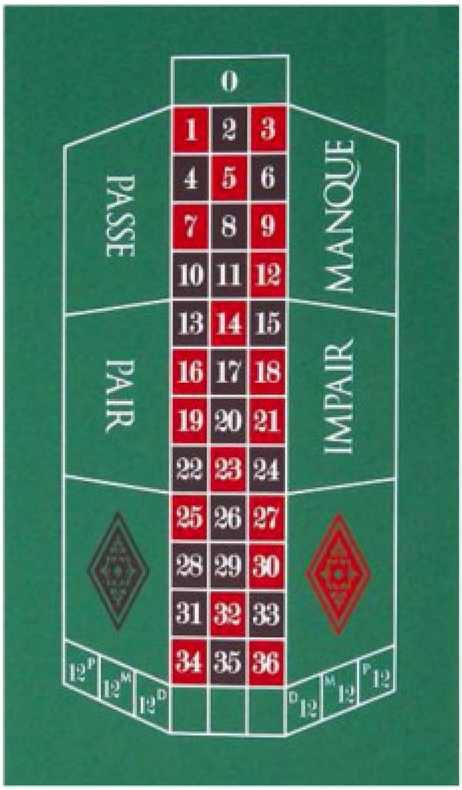
1. (2 points) À l'aide d'un diagramme en arbre, montrer les issues possibles pour le tirage de deux boules avec remise.
2. (3 points) Expliquez pourquoi la variable aléatoire X peut prendre les valeurs suivantes : 6 €, 1 € et -4 €
3. (2 points) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
4. (1 point) Montrer que l'espérance de la variable aléatoire X, $E(X) = \frac{6}{9}$
5. (2 points) Ce jeu est-il favorable au joueur ?

Exercise 136 Calc. : ✗

1. Olivier participe à un tournoi sportif. Il y a 10 concurrents dans ce tournoi.
   (2 points) Déterminer le nombre de podiums de 3 personnes possible, il ne peut pas y avoir d'ex-aequo.
2. En morse, les mots sont écrits avec un alphabet de deux symboles : – et •.
   (4 points) Combien de mots de 4 lettres peut-on former en morse ?

Exercise 137 Calc. : ✓

Au jeu de la roulette, les 37 issues 0, 1, 2, . . . , 36 sont équiprobables.



On se propose de comparer deux stratégies de jeu.

• **Stratégie 1** : un joueur mise 10 € sur "rouge". Si un numéro rouge sort, il reçoit le double de sa mise; sinon, perd sa mise.

Stratégie 2 : il mise 10 € sur un numéro. S'il sort, il reçoit 36 fois sa mise; sinon, il perd sa mise.

Soit X la variable aléatoire décrivant le gain pour la première stratégie.

Soit Y la variable aléatoire décrivant le gain pour la deuxième stratégie.

1. Donner les valeurs que peuvent prendre
   (a) (2 points) La variable aléatoire X
   (b) (2 points) La variable aléatoire Y
2. Donner la loi de probabilité pour chaque variable aléatoire :
   (a) (3 points) Variable aléatoire X
   (b) (3 points) La variable aléatoire Y
3. (4 points) Montrer que $E(X) = E(Y)$. Le résultat sera donné sous la forme d'une fraction irréductible.
4. (2 points) Montrer que la variance de la variable aléatoire X vaut $V(X) = \frac{136\,800}{1\,369}$, vous donnerez une valeur arrondie à l'unité de ce résultat.
5. (2 points) On donne $V(Y) = 3\,408$, Déterminez $\sigma(X)$ et $\sigma(Y)$. Les valeurs seront données avec un arrondi à l'unité.
6. (2 points) Quelle interprétation faites-vous concernant le gain moyen et la possibilité de "gagner une grosse somme" ?

Exercise 138 Calc. : ✓

	Un réfrigérateur contient 5 vaccins contre une maladie X, 8 vaccins contre une maladie Y et 15 vaccins contre une maladie Z. On choisit au hasard 3 vaccins.
2 points	1. Déterminer combien de possibilités différentes il y a lorsqu'on choisit au hasard 3 vaccins.
4 points	2. Quelle est la probabilité que Les 3 vaccins choisis sont contre la maladie X ?
4 points	3. Quelle est la probabilité que les 3 vaccins choisis sont contre la même maladie ?

Exercise 139 Calc. : ✗

	A single unbiased die has its faces labelled 1, 1, 2, 2, 3, 4. A player throws the die twice and adds up the numbers to get a final score. Use a 2-dimensional grid, or any other suitable way, to solve the following :
2 points	1. Calculate the probability that the final score is 3.
3 points	2. Given that the 1^{st} time the die was thrown it was even, calculate the probability that the final score will be even.

Exercise 140 Calc. : ✓

	In an examination hall, it is know that 12% of desks are wobbly. In a row of 14 desks what is the probability that :
2 points	1. There were 0 wobbly desks.
2 points	2. All the desks were wobbly.
2 points	3. Less than 4 desks were wobbly.

Exercise 141 Calc. : ✓

The workforce in a Mickey Mouse factory has to dress up for a fancy dress one day :

Costume \ Sex	Male	Female
Mickey Mouse	10	5
Minnie Mouse	2	12
Pluto	8	3

What is the probability that a member of the workforce is :

2 points	1. Minnie Mouse ;
2 points	2. Pluto and male ;
2 points	3. Male, given that they are dressed as Minnie Mouse.

Give your answers to 2 decimal places.

Exercise 142 Calc. : ✗

A company sells two printers with an extended warranty ; the Grafter and the Elite.
For the first 50 sales of each type of printer the number of claims are recorded as follows :

Printer \ Claim	Yes	No
Grafter	15	35
Elite	10	40

5 points — A purchaser is selected at random from this group.

1. What is the probability that they made a claim on their printer ?
2. Given that they didn't make a claim what is the probability that they bought the Elite ?

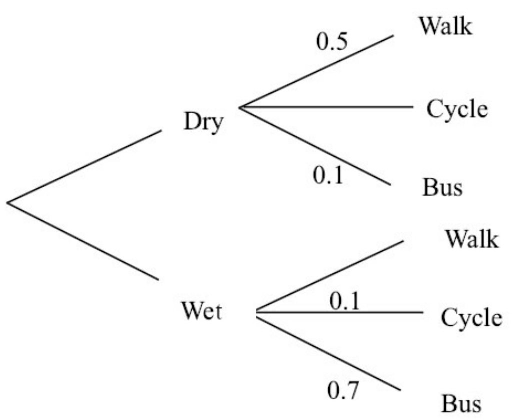
Exercise 143 Calc. : ✗

5 points	Simon has a 4 digit PIN for his phone but he has forgotten what it is. He knows that all the digits are different and that zero is not used. What is the probability that he will find the correct PIN by randomly guessing the digits ?

Exercise 144 Calc. : ✓

Andy can walk to work, cycle or travel by bus. The choice he makes depends on the weather.

1. (2 points) Copy and complete the tree diagram to show the probabilities for each of Andy's methods of travel.



2. A day is selected at random. Calculate the probability of the following events :
   - (a) (2 points) The weather is wet and Andy travels by bus.
   - (b) (3 points) Andy walks or cycles.
   - (c) (3 points) The weather is dry given that Andy walks or cycles.

Exercise 145 Calc. : ✓

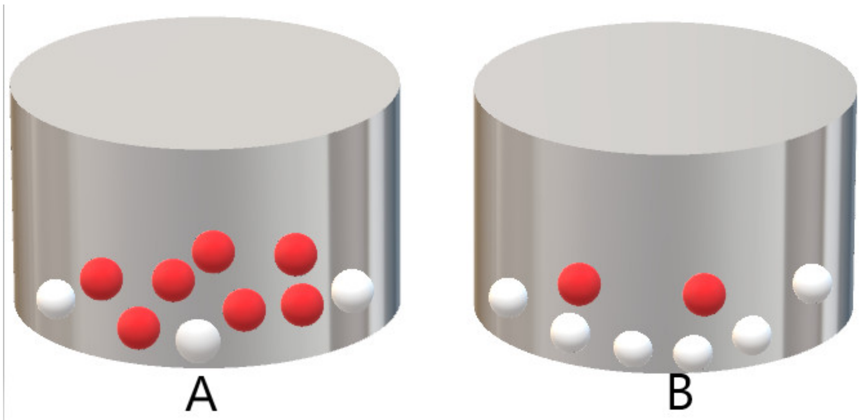
On a certain remote island, 25 per cent of the population have the gene *Hs* which is known to protect against malaria.
A random sample of 32 people have their blood tested to see if they have this gene.

1. (2 points) Show that the sample will satisfy the conditions for a Bernoulli trial.
2. Determine the probability that the number that are found to have *Hs* is :
   - (a) (1 point) Exactly 5
   - (b) (1 point) Fewer than 10
   - (c) (2 points) At least 6 but at most 12
   - (d) (2 points) More than the mean value for the distribution.
3. (2 points) Will the conditions for a Bernoulli trial always be true for the population of the island ? Write one or two sentences to justify your answer.

Exercise 146 Calc. : ✗

10 points	Usando las cuatro letras de la palabra ALBA, ¿cuántas palabras, con o sin sentido, se pueden hacer ?

Exercise 147 Calc. : ✗

10 points	Tenemos dos botes cilíndricos, A y B. En el bote A hay 3 bolas blancas y 7 rojas. En el B hay 6 bolas blancas y 2 rojas. Sacamos una bola de A y la pasamos a B. Después extraemos una bola de B.  1. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de B sea blanca ? 2. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas (la primera extraída de A, y la siguiente, extraída de B) sean blancas ?

Exercise 148 Calc. : ✗

10 points	Indica para cada una de estas situaciones si se trata de una distribución binomial. En caso afirmativo, identifica los valores de n y p : 1. Se ha comprobado que una determinada vacuna produce reacción alérgica en dos de cada mil individuos. Se ha vacunado a 500 personas y nos interesamos por el número de reacciones alérgicas. 2. El 35 % de una población de 2 000 individuos tiene el cabello rubio. Elegimos a diez personas al azar y estamos interesados en saber cuántas personas rubias hay. 3. El 3 % de las chinchetas que se hacen en una determinada fábrica salen defectuosas. Se empaquetan en cajas de 20 chinchetas. Estamos interesados en conocer el número de chinchetas defectuosas de una caja elegida al azar. 4. Lanzamos cien veces un dado y nos preguntamos por el número de unos que obtenemos. 5. Extraemos una carta de una baraja y vemos si es un as o no. Sin devolverla, extraemos otra y también miramos si se trata de un as o no, . . . y así sucesivamente hasta diez veces.

Exercise 149 Calc. : ✓

9 points	Si un cuestionario tiene 15 preguntas y cada pregunta tiene tres opciones de respuesta, ¿cuántas formas distintas posibles existen de resolver el cuestionario ?

Exercise 150 Calc. : ✓

9 points	Una empresa tiene que seleccionar a cuatro de sus 18 empleados y empleadas para asistir a unas jornadas de formación. ¿Cuántas elecciones diferentes pueden realizarse ?

Exercise 151 Calc. : ✓

15 points

En un viaje organizado por Europa para 120 personas, 48 de los que van saben hablar inglés, 36 saben hablar francés, y 12 de ellos hablan los dos idiomas.

1. Completar la siguiente tabla de contingencia.

FRANCÉS / INGLÉS	HABLAN	NO HABLAN	TOTAL
HABLAN			
NO HABLAN			
TOTAL			

Si elegimos uno de los viajeros al azar :

2. ¿Cuál es la probabilidad de que hable alguno de los dos idiomas ?
3. ¿Cuál es la probabilidad de que hable francés, sabiendo que habla inglés ?
4. ¿Cuál es la probabilidad de que solo hable francés ?

Exercise 152 Calc. : ✓

6 points

En un bote tenemos tres bolas numeradas con el número 1, cuatro con el número 2, dos con el número 3, una con el número 4 y dos con el número 5. Sacamos una bola al azar y anotamos el número que tiene.

1. Completar la tabla siguiente con las probabilidades correspondientes.

x_i	1	2	3	4	5
p_i					

2. Calcular la media de las puntuaciones de las bolas del bote, así como la desviación típica.

Exercise 153 Calc. : ✓

9 points

Se sabe que el 30 % de la población de una determinada ciudad ve un concurso de televisión. Desde el concurso se llama por teléfono a 10 personas de esa ciudad elegidas al azar. Calcula la probabilidad de que, entre esas 10 personas, estuvieran viendo el programa :

1. Más de 8.
2. Al menos una persona de las 10.
3. Calcular la media y la desviación típica correspondiente a esta distribución binomial.

Exercise 154 Calc. : ✗

9)

W grupie 7 osób znajduje się 4 mężczyzn. Wybrano losowo 2 osoby z tej grupy. Oblicz prawdopodobieństwo, że obie wybrane osoby to kobiety.

5 pkt

Exercise 155 Calc. : ✗

10) W pewnej klasie jest 28 uczniów.

15 spośród nich uczy się chemii, 18 uczniów uczy się fizyki,

a 2 uczniów nie uczy się ani chemii, ani fizyki.

Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowany z tej klasy uczeń uczy się jednocześnie chemii oraz fizyki.

5 pkt

Exercise 156 Calc. : ✓

4)

Torebka zawiera 10 cukierków czekoladowych i 15 owocowych. Wybieramy losowo 5 cukierków. Jakie będzie prawdopodobieństwo wylosowania trzech cukierków czekoladowych i dwóch owocowych?

5 pkt

Exercise 157 Calc. : ✗

1)

Kiedy ciąg doświadczeń nazywamy schematem Bernoulliego?

Zosia strzela do celu. Prawdopodobieństwo, że trafi wynosi $\frac{3}{5}$.

Zosia strzela trzy razy.

Oblicz prawdopodobieństwo, że trafi dokładnie jeden raz.

6 pkt

Exercise 158 Calc. : ✗

2)

Niech Ω będzie zbiorem wszystkich zdarzeń elementarnych i $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$. Oblicz $P(A \cap B)$, wiedząc, że $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$, $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B') = \frac{3}{4}$.

5 pkt

Exercise 159 Calc. : ✗

3) Oblicz wartość oczekiwaną i odchylenie standardowe, jeżeli zmienna losowa X ma rozkład dwumianowy

$X \sim B\left(16, \frac{1}{2}\right)$

4 pkt

Exercise 160 Calc. : ✗

4) Wykonaj tabelę oraz oblicz k, jeśli rozkład prawdopodobieństwa dany jest wzorem 5 pkt

$P(X = x) = \frac{k}{x}$ for $x = 1,2,3,4$

Exercise 161 Calc. : ✓

1)

Analizie poddano próbną populację 150 000 abonentów telefonii komórkowej. Istnieją tylko dwie firmy świadczące usługę, A i B. Osoba może mieć konto tylko u jednego dostawcy.

30% populacji subskrybuje dostawcę A.
70% abonentów dostawcy A posiada smartfon.
55% abonentów dostawcy B posiada smartfon.

Osoba z tej populacji jest wybierana losowo. Rozważ zdarzenia A, B i S, zdefiniowane poniżej:

A: wybrana osoba subskrybuje dostawcę A
B: wybrana osoba subskrybuje dostawcę B
S: wybrana osoba posiada smartfon.

a) Narysuj drzewo, aby przedstawić powyższą sytuację.	4 pkt
b) Oblicz prawdopodobieństwo, że wybrana osoba subskrybuje dostawcę A i posiada smartfon.	2 pkt
c) Wykaż, że prawdopodobieństwo zdarzenia S, że wybrana osoba posiada smartfon, wynosi 0,595.	3 pkt
d) Biorąc pod uwagę, że wybrana osoba jest właścicielem smartfona, jakie jest prawdopodobieństwo, że ta osoba subskrybuje operatora A?	3 pkt
e) Z populacji wybiera się losowo 6 osób. Skorzystaj z kalkulatora, aby obliczyć prawdopodobieństwo, że dokładnie 3 osoby z 6 wybranych posiadają smartfon. Podaj swoją odpowiedź z dokładnością do 2 miejsc po przecinku.	3 pkt

Exercise 162 Calc. : ✓

2)

Tabela przedstawia rozkład prawdopodobieństwa. Oblicz: 6 pkt

a) wartość a

b) wartość oczekiwaną

c) wariancję

d) odchylenie standardowe

e) oblicz $P(X < 3)$

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0.3	0.2	0.1	a	0.1

Exercise 163 Calc. : ✓

3) W skrzyni znajduje się 6 dobrych i 4 wadliwe elementy. 5 pkt

Oblicz prawdopodobieństwo, że wśród 4 wybranych losowo elementów nie będzie ani jednego wadliwego.

Exercise 164 Calc. : ✓

4)

Tomasz zamierza wymienić 2 zużyte baterie w swojej latarce. Niestety baterie wypadają mu i mieszają się z innymi 3 nowymi bateriami. 7 pkt

Wszystkie baterie są identyczne.

Tomasz wybiera w sposób losowy dwie baterie.

Wykonaj tabelę rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej X, gdzie X będzie liczbą nowych baterii wśród wylosowanych.

Exercise 165 Calc. : ✓

5)

Na kanale telewizyjnym wiadomości są pokazywane o tej samej porze każdego dnia. Prawdopodobieństwo, że Ania ogląda wiadomości wynosi 0.35. Oblicz prawdopodobieństwo, że podczas pięciu kolejnych dni Ania oglądała wiadomości dokładnie 3 razy. 5 pkt

Exercise 166 Calc. : ✓

6)

Tabela przedstawia dane dotyczące zatrudnienia kobiet i mężczyzn w jednym z miast. 5 pkt

	Niezatrudnieni	Zatrudnieni
Mężczyźni	206	412
Kobiety	358	305

Losujemy z tej grupy jedną osobę. Oblicz prawdopodobieństwo, że jest to:

a) M - mężczyzna,

b) Z – osoba zatrudniona,

c) Czy zdarzenia M i Z są niezależne? Uzasadnij odpowiedź.

Exercise 167 Calc. : ✓

7) Zmienna losowa $\boldsymbol{Y}$ ma rozkład dwumianowy $\boldsymbol{Y \sim B(5, 0.5)}$ 5 pkt

Oblicz:

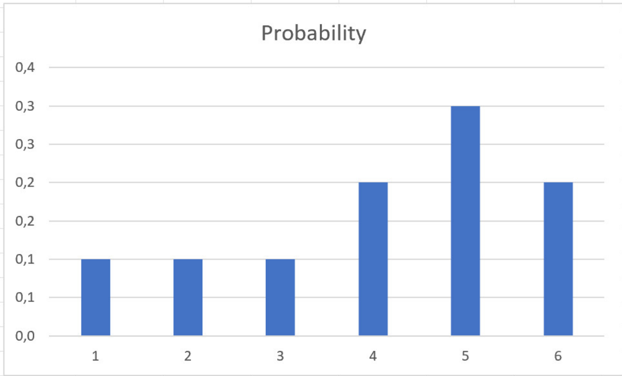
$a)\ P(Y = 1)$

$b)\ P(1 < Y \leq 3)$

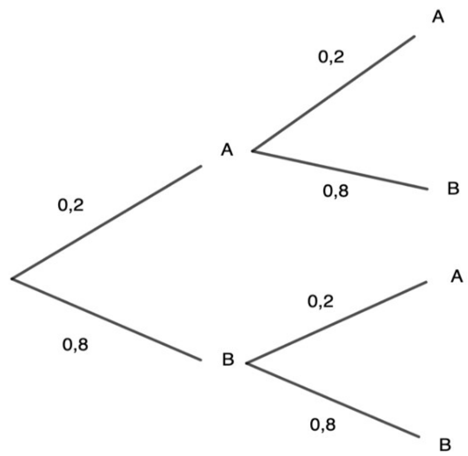
Exercise 168 Calc. : ✗

	2 compagnies opèrent chacune le même nombre de vols en montgolfière. On sait que 40% des vols avec la compagnie A sont retardés au décollage et 50% des vols avec la compagnie B sont retardés.
1 point	1. **Représenter** la situation par un arbre pondéré : Un passager, ayant volé en montgolfière, est tiré au sort.
1 point	2. **Prouver** que la probabilité que le passager ait choisi la compagnie A et que son vol ait été retardé est de $\frac{1}{5} = 0,2$
2 points	3. **Prouver** que la probabilité que le vol du passager ait été retardé est de $\frac{9}{20} = 0,45$.
2 points	4. Sachant que le vol a été retardé, **calculer** la probabilité que le passager ait choisi la compagnie A.

Exercise 169 Calc. : ✗

	Une variable aléatoire discrète X, peut prendre les valeurs 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6, avec les probabilités : $P(X=1)=0,1$; $P(X=2)=0,1$; $P(X=3)=0,1$; $P(X=4)=0,2$; $P(X=5)=0,3$; $P(X=6)=0,2$ 
6 points	**Calculer** l'espérance de la variable aléatoire X, notée $E(X)$.

Exercise 170 Calc. : ✗

	L'arbre pondéré ci-dessous représente un schéma de Bernoulli. 
6 points	Martin déclare : « Nous pouvons utiliser une loi binomiale de paramètres n = 2 et p = 0,2 » Camille précise : « On peut utiliser une loi binomiale de paramètres n = 2 et p = 0,8 ». **Indiquer** si chaque énoncé est vrai ou faux. **Préciser** ce que signifie le succès dans le cas où l'énoncé est vrai.

Exercise 171 Calc. : ✓

1. L'efficacité d'un vaccin contre une maladie canine appelée M diminue en fonction de la race canine.
   Une enquête auprès de différents vétérinaires montre que :
   40% des chiens ont été vaccinés ;
   8% des chiens vaccinés et 28% des chiens non vaccinés ont contracté la maladie M.
   Un chien est choisi au hasard.

   4 points (a) **Représenter** la situation par un arbre pondéré ou par un tableau à double entrées.

   3 points (b) **Vérifier** que la probabilité qu'un chien contracte la maladie M est de 0,2.

   4 points (c) Sachant que le chien a contracté la maladie M, **déterminer** la probabilité qu'il ait été vacciné.

2. On estime que dans une grande ville il y a 40% de chiens mâles et 60% de chiennes. Nous observons 80 chiens qui s'en vont dans les bois.
   Soit X le nombre de chiennes entrant dans le bois.

   4 points (a) **Déterminer** la loi suivie par X et **préciser** ses paramètres. **Justifier** votre affirmation.
   Utiliser les résultats suivants pour répondre aux questions qui suivent :

   $P(X = 50) \approx 0,083$ $\qquad P(X \leq 50) \approx 0,71$ $\qquad P(X \leq 51) \approx 0,787$

   $P(X \geq 49) \approx 0,457$ $\qquad P(X \geq 50) \approx 0,368$ $\qquad P(X \geq 52) \approx 0,213$

   4 points (b) **Déterminer** la probabilité qu'exactement 50 chiennes aillent dans les bois.

   4 points (c) **Déterminer** la probabilité que moins de 51 chiennes aillent dans les bois.

   4 points (d) **Déterminer** la probabilité qu'au moins 50 chiennes aillent dans les bois.

3. 1 250 personnes sont interrogées sur leurs animaux de compagnie.
   Le tableau rassemble les résultats de l'enquête en fonction du sexe des personnes et de deux types d'animaux de compagnie : chats ou chiens.

Sexe / Animal	Femme	Homme	Total
Chat	136	189	325
Chien	29	21	50
Ni chat ni chien	560	315	875
Total	725	525	1 250

   4 points (a) Les événements « la personne est une femme » et « la personne possède un chien » sont-ils indépendants ? **Justifier** votre réponse.

   4 points (b) Les événements « la personne est un homme » et « la personne ne possède ni chat ni chien » sont-ils indépendants ? **Justifier** votre réponse.

Exercise 172 Calc. : ✗

W pewnej klasie jest 28 uczniów.
15 spośród nich uczy się chemii, 18 uczniów uczy się fizyki, a 2 uczniów nie uczy się ani chemii, ani fizyki.
5 points Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowany z tej klasy uczeń uczy się jednocześnie chemii oraz fizyki.

Exercise 173 Calc. : ✗

Prawdopodobieństwo, że w czasie treningów pewien piłkarz strzeli gola w rzucie karnym wynosi $\frac{2}{3}$.
W czasie pewnego treningu wykonuje on 4 rzuty karne.
5 points Oblicz prawdopodobieństwo, że strzeli gola dokładnie 3 razy.

Exercise 174 Calc. : ✓

Dane są trzy pudełka z żarówkami.
Pudełko A zawiera 10 żarówek, z których 3 są zepsute.
Pudełko B zawiera 6 żarówek, z których 1 jest zepsuta.
Pudełko C zawiera 8 żarówek, z których 2 są zepsute.

4 points
1. Wybieramy w sposób losowy pudełko, a **następnie** z tego pudełka losujemy żarówkę. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wylosowana żarówka jest zepsuta.
2. Dozorca musi wymienić na szkolnym korytarzu 4 spalone żarówki. Wybiera w sposób losowy 4 żarówki z pudełka A.

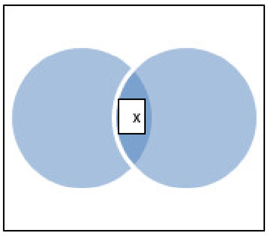
4 points
(a) Oblicz prawdopodobieństwo tego, że nie wybrał żadnej zepsutej żarówki.

4 points
(b) Oblicz prawdopodobieństwo tego, że wybrał dokładnie 2 zepsute żarówki.

Exercise 175 Calc. : ✓

Do pewnej szkoły uczęszcza 400 uczniów, z których 250 gra na jakimś instrumencie muzycznym, zaś 100 śpiewa w chórze.
80 uczniów tej szkoły ani nie śpiewa, ani nie gra na instrumencie muzycznym.

3 points
1. **Przerysuj** i wypełnij diagram Venna, korzystając z powyższych informacji.



3 points
2. Oblicz ilu uczniów jednocześnie śpiewa w chorze i gra na instrumencie muzycznym ?

2 points
3. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrany uczeń śpiewa w chórze i gra na instrumencie muzycznym.

2 points
4. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrany uczeń jest członkiem chóru i nie gra na instrumencie muzycznym.

4 points
5. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że uczeń jest członkiem chóru, jeżeli wiadomo, że uczeń ten nie gra na instrumencie muzycznym.

Exercise 176 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=700`) Calc. : ✗

On lance trois fois un dé tétraédrique à 4 faces numérotées 1 ;2 ;3 ;4.
On appelle X le nombre de 1 obtenus.

6 points
Déterminer la loi de probabilité de la variable X et calculer son espérance.

Exercise 177 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=701`) Calc. : ✗

Dans une famille de 4 personnes (les deux parents et leur deux enfants), chacun possède un smartphone du même modèle et de la même marque.
La probabilité que ce modèle tombe en panne au cours de l'année est de 20 %.

6 points
Calculer la probabilité qu'exactement 2 des membres de cette famille voient leur smartphone tomber en panne au cours de l'année.

Exercise 178 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=705`) Calc. : ✓

Donner les réponses sous forme décimale arrondies à 4 chiffres après la virgule.
Beaucoup d'écureuils vivent dans les arbres de la Waldstadt autour de l'ESK.
Lorsqu'un écureuil entre sur le terrain de l'école, la probabilité qu'il se fasse repérer par un élève est égale à $\frac{1}{3}$.
Un matin, 10 écureuils décident d'aller dans les arbres situés à l'intérieur du terrain de l'école.
On note X le nombre d'écureuils qui se font repérer par un élève.

1. (4 points) **Calculer** la probabilité que 7 écureuils exactement arrivent à aller dans les arbres de l'école sans se faire repérer par un élève.
2. (4 points) **Calculer** la probabilité que moins de deux écureuils se fassent repérer par un élève.
3. (4 points) **Calculer** $E(X)$. Comment peut-on **interpréter** ce résultat ?
4. (3 points) **Calculer** l'écart type de X.

Exercise 179 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=706`) Calc. : ✓

On jette trois fois de suite une pièce de monnaie parfaitement équilibrée et on note les résultats obtenus. « Face ; Face ; Pile » est une issue que l'on notera FFP.

1. (3 points) **Déterminer** la probabilité d'obtenir au moins deux fois « Face ».

À chaque lancer, on associe 20 points pour « Pile » et 10 points pour « Face », et on note X la somme des points obtenus après les trois lancers.

2. (3 points) **Calculer** $P(X = 40)$.
3. (4 points) **Recopier** et **compléter** la loi de probabilité de X suivante :

x_i	30			60
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{8}$			$\frac{1}{8}$

4. (4 points) **Calculer** l'espérance mathématiques de X et **interpréter** ce résultat.

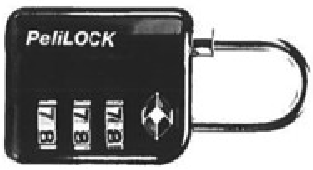
Exercise 180 Calc. : ✗

A group of 30 students went on a camping trip.

1. (5 points) Of these, 12 returned with both sunburns and insect bites and 20 reported sunburn. How many suffered only insect bites if it is known that three students suffered neither ? Draw a **Venn-Diagram** to illustrate the situation.
2. (6 points) In the group, 9 students had food allergies. Of the 16 girls in the group 5 had food allergies. A student from the group is picked at random. What is he probability that they don't have food allergies given that they are a boy ? Draw a **two-way table** to illustrate the situation.

Exercise 181 Calc. : ✗

A lock consists of three wheels with the digits 0 to 9.



1. (4 points) Knowing that each digit has only been used once, what is the maximum number of attempts that must be made before the lock will open ?
2. (2 points) What is the probability that the lock will open on the first try ?

Exercise 182 Calc. : ✓

	In New Portland there are only two car manufactures, Homba and Tayita. 58% of the cars are produced by Homba and the rest is produced by Tayita. No cars by other manufacturers exist. 7% of the cars produced by Homba do not meet the rigorous emission standards set by New Portland's environmental agency, whereas 87% of the cars produced by Tayita do meet these standards.
5 points	1. Draw a tree diagram illustrating this situation. All notation must be defined and all branches of the tree must be clearly labelled.
2 points	2. What is the probability that a car meets the emission standards given that it was produced by Homba ?
2 points	3. What is the probability that a car was produced by Tayita **and** meets the emission standards ?
3 points	4. If a car is selected at random, what is the probability that it meets the emission standards ?
3 points	5. Given that a car meets the emission standards, what is the probability it was produced by Tayita ?
	A study shows that the probability of a car meeting the emission standards is equal to 90% Ten cars are randomly selected.
4 points	6. Write the formula that allows you to calculate the probability that k cars out of the ten chosen meet the emission standards. **The use of the formula must be carefully justified.**
2 points	7. What is the probability that all cars chosen will meet the emission standards ?
2 points	8. What is the probability that 8 cars meet the emission standards ?
2 points	9. What is the probability that at least 8 cars meet the emission standards ?

Exercise 183 Calc. : ✓

	Professor Fry and 11 colleagues from his team went to a restaurant to commemorate the success of the research conducted on Snake Island. At the end of the meal, they decided to randomly select three members of the group to pay the bill.
3 points	1. In how many ways can these three people be selected ?
3 points	2. What is the probability that Professor Fry will **not** have to contribute to the payment ?
3 points	3. In the group there are 3 biologists, 5 zoologists and 4 veterinarians. What is the probability that exactly one of each profession will be selected ?

Exercise 184 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=851`) Calc. : ✗

	Calculate :
1 point	1. $\binom{5}{3}$
1 point	2. $\binom{201}{1}$

Exercise 185 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=852`) Calc. : ✗

	The PIN code of a bank card consists of 5 digits.
3 points	1. How many different PINs can you create ?
4 points	2. Lisa has a PIN code that consists of 5 digits. Unfortunately, she forgot her PIN. She remembers that her PIN code begins with the number 418 and she also remembers that the numbers 0 and 9 do not appear in her PIN code. How many PIN codes are still possible ?

Exercise 186 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=853`) Calc. : ✗

	A class consists of 6 Flemish and 3 Dutch pupils. In this class we select a team of 3 students for the student council.
3 points	1. How many different teams of 3 students can be formed ?
3 points	2. How many different teams of 3 students can be formed if each team has at least 1 Flemish and 1 Dutch representative ?

Exercise 187 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=854`) Calc. : ✗

The probability distribution of a stochastic variable X is given.

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$

2 points 1. Explain why this table is a probability distribution.

2 points 2. Calculate the expected value of X.

2 points 3. Calculate $P(X > 2)$

2 points 4. Calculate $P(X < 4)$

Exercise 188 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=855`) Calc. : ✗

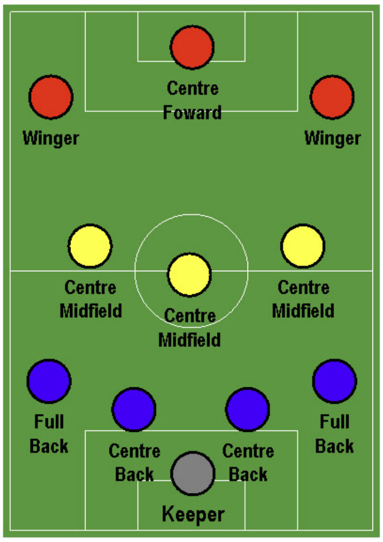
In an ice cream parlor you can choose from 2 flavors of ice cream : chocolate or vanilla. A combination of flavors is not allowed. You can get the ice cream in a cone or a cup.
In this ice cream parlor, 50% of the customers choose a cone and 50% opt for a cup.
35% of customers choose a cup with chocolate ice cream.
20% of customers take vanilla ice cream.

4 points 1. A new customer enters the ice cream parlor. Calculate the probability that the customer chooses a cone with vanilla ice cream.

4 points 2. The next customer chooses vanilla ice cream. Calculate the probability that this customer wants a cone.

4 points 3. Are the events “choosing a cone” and “choosing chocolade ice cream” independent events ? Explain your answer.

Exercise 189 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=856`) Calc. : ✓

	The coach of a football team selected 24 players for a tournament. He picked 8 defenders, 7 midfielders, 5 strikers and 4 goalkeepers.
4 points	1. How many different teams can the coach put together if he chooses a line-up consisting of 1 goalkeeper, 4 defenders, 3 midfielders and 3 strikers ?
3 points	2. The coach has chosen 4 defenders in his line-up : Virgil, Sergio, Ruben and Trent. The trainer can line up these defenders in the places indicated by the blue dots. How many lineups are possible with these 4 defenders ? 
3 points	3. For a press conference, a group of 4 players is randomly chosen from all 24 players. Calculate the probability that this group consists of 1 defender, 1 midfielder, 1 striker and 1 goalkeeper.
	4. The probability that Christiano scores a penalty is 85%. Christiano kicks 5 penalties.
2 points	(a) Calculate the probability that Christiano scores 5 times.
2 points	(b) Calculate the probability that Christiano scores 3 out of 5 attempts.
2 points	(c) Calculate the probability that Christiano scores 4 times at most.

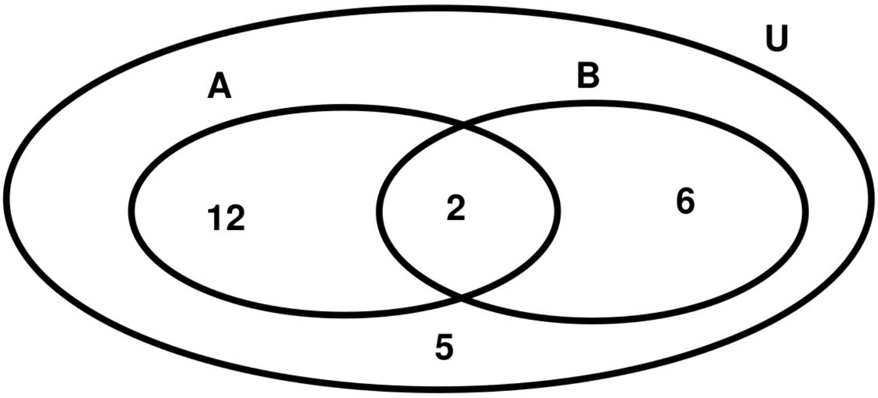
Exercise 190 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=857`) Calc. : ✓

	In a basket are 5 white and 3 red socks. You take two random socks out of the basket.
4 points	1. Draw a tree diagram for this experiment and write down the probabilities for each branch of your tree diagram.
	The stochastic variable X is “the number of red socks”.
6 points	2. Give the probability distribution of X in a table.
4 points	3. Calculate the expected value of X. Write down all steps in your calculation.

Exercise 191 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=858`) Calc. : ✓

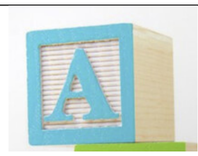
The students of a class are represented in the set U.
Set A is the set of pupils who wear glasses.
Set B is the set of students who have blue eyes.

2 points	1. Calculate $P(B)$
2 points	2. Calculate $P(A \cup B)$
2 points	3. Calculate $P(A\|B)$
2 points	4. Calculate $P(B\|\overline{A})$
2 points	5. A student with blue eyes leaves the classroom. Calculate the probability that this student is wearing glasses.



Exercise 192 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=859`) Calc. : ✓

A box contains letter blocks (see figure).
This box contains the letter blocks C, A, T, M and S.
Els takes 3 random blocks out of the box.



4 points — 1. Calculate the probability that she can form the word MAT with these three blocks.

Peter takes 3 random cubes out of the box.

4 points — 2. The first block he takes is the letter M. Then he takes 2 more letter blocks. Calculate the probability that Peter can form the word MAT knowing that his first letter block is the letter M.

Exercise 193 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=860`) Calc. : ✓

The *sensitivity* of a Covid test is the probability that someone who is infected with Covid tests positive.
The *specificity* of a Covid test is the probability that someone who is not infected with Covid tests negative.
Els and Peter use a Covid self-test with a sensitivity of 97% of a specificity of 99%. In the city where Els and Peter live, 1% of the population has Covid.
Use a Venn diagram, a table, or a tree scheme for the following calculations.
Write your answers to the following questions in percent and round to 2 decimal places.

3 points	1. Calculate the probability that Els tests positive for Covid.
3 points	2. Calculate the chance that Els tests positive but does not have Covid.
3 points	3. Peter tests positive. What is the probability that Peter has Covid ?
3 points	4. The city where Els and Peter live has 100 000 inhabitants. If all residents of this city take a self-test, how many people have a “false positive” test result ?

Exercise 194 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=861`) Calc. : ✓

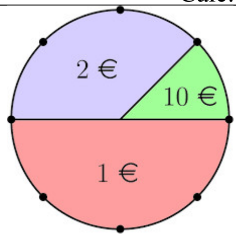
At a concert there are 135 seats. The organizers of the concert know from experience that only 96% of the people who have bought a ticket will come to the concert. They therefore decide to sell more tickets than there are seats.

2 points — 1. Explain why the number of people coming to the concert is a Bernoulli process (binomial experiment).

3 points — 2. The organizers of the concert sell 137 tickets. Calculate the probability of "overbooking". In other words, calculate the probability that more than 135 people will come to the concert.

Exercise 195 Calc. : ✓

Das Glücksrad rechts wird einmal gedreht.



Der Einsatz beträgt 3 €. Der ausgezahlte Betrag ist der Betrag auf den entsprechenden Feldern.

Die Zufallsvariable X gibt den Gewinn des Spielers an.

3 points — 1. Bestimme die Wahrscheinlichkeitsverteilung für X.

2 points — 2. Zeige durch Rechnung, dass das Spiel nicht fair ist.

3 points — 3. Ändere den Eurobetrag auf dem roten Feld so ab, damit das Spiel fair wird (Der Einsatz beträgt nach wie vor 3 €).

Exercise 196 Calc. : ✗

Une urne contient deux boules blanches et quatre boules noires indiscernables au toucher. On tire deux boules de l'urne sans remise.

Quelle est la probabilité d'avoir exactement une boule blanche ? Justifier.

Exercise 197 Calc. : ✗

Un jeu consiste à lancer quatre fois de suite une pièce de monnaie équilibrée.

1. Quelle est la probabilité de ne pas tomber sur « Pile » ?
2. Quelle est la probabilité de tomber au moins trois fois sur « Pile » ? Justifier.

Exercise 198 Calc. : ✓

À « la ferme de Ker Loïc », on produit des œufs de différentes catégories. La probabilité qu'un œuf soit de la catégorie « Gros et Extra » est égale à 0,24. On remplit au hasard une boite de douze œufs. On suppose le choix des œufs indépendants les uns des autres.

1. Quelle est la probabilité pour que la boite contienne exactement 5 œufs de la catégorie « Gros et Extra » ? Justifier le raisonnement.
2. Quelle est la probabilité pour que la boite contienne au moins un œuf de la catégorie « Gros et Extra » ?

Exercise 199 Calc. : ✓

Dans une urne,il y a vingt boules portant le nombre -5, cinq boules portant le nombre 0, quatre boules portant le nombre 1 et une boule portant le nombre 2. On tire au hasard une boule et on note le nombre. Soit X la variable aléatoire égale au nombre porté par la boule tirée

1. Compléter le tableau définissant la loi de probabilité de X

xi				
$P(X = xi)$				

2. Calculer l'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X.

Exercise 200 Calc. : ✓

Une agence de voyages veut organiser des circuits touristiques comprenant dans un ordre ordonné, les 6 villes grecques : Athènes, Delphes, Olympe, Corinthe, Sparte et Nauplie.

1. Combien y a-t-il de circuits possibles ?

Cette agence propose aussi des excursions permettant de visiter 2 villes parmi les 6 citées précédemment : les excursions du type par exemple Olympe-Delphes et Delphes-Olympe sont considérées comme différentes.

2. Combien y a-t-il d'excursions possibles ?

Exercise 201 Calc. : ✗

4 points — Un grand panier contient 4 boules rouges et 3 boules vertes. On tire successivement deux boules de ce panier sans remise.
Quelle est la probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes ? Justifier.

Exercise 202 Calc. : ✗

4 points — Soit X une variable aléatoire qui suit la loi de probabilités suivante :

x_i	-1	0	3	6
$P(X = x_i)$	$0,3$	$0,2$	$0,4$	$\dots$

1. Que vaut $P(X = 6)$?
2. Déterminer l'espérance mathématique de cette variable aléatoire. Justifier.

Exercise 203 Calc. : ✗

2 points — On veut faire une commission de 3 personnes parmi un groupe de 5 personnes. De combien de façons cela est-il possible ? Justifier.

Exercise 204 Calc. : ✗

2 points — Combien de mots (ayant un sens ou non) de 4 lettres différentes peut-on former à partir des lettres M A T H ? Justifier.

Exercise 205 Calc. : ✓

12 points — Une entreprise agricole fournit des pommes ; 8% des pommes sont abîmées. Vous achetez un panier de 20 pommes choisies au hasard dans la production. On note X la variable comptant le nombre de pommes abîmées dans le panier.

1. Justifiez que X suit une loi binomiale dont vous préciserez les paramètres.
2. Calculez la probabilité qu'il y ait 10 pommes abîmées dans le panier.
3. Calculez la probabilité qu'il y ait au moins une pomme abîmée dans le panier.
4. Calulez la probabilité qu'il y ait entre 2 et 5 pommes abîmées dans le panier.

Exercise 206 Calc. : ✓

2 points — 1. Vous avez préparé une activité différente par jour pour un camp sportif du lundi au vendredi. Combien de façons y a-t-il d'organiser la semaine ?

2 points — 2. Combien existe-t-il de mots de 4 lettres différentes (avec ou sans signification) ?

2 points — 3. Un coffre-fort est protégé par une combinaison à 4 chiffres. Combien y a-t-il de codes possibles ?

2 points — 4. Vous devez former un groupe de 4 personnes choisies parmi 15. Combien y a-t-il de choix possibles ?

Exercise 207 Calc. : ✗

4 points — A et B sont deux évènements indépendants tels que $P(\mathrm{A}) = 0,2$ et $P(\mathrm{B}) = 0,3$.
Calculer $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})$. Justifier.

Exercise 208 — Calc. : ✗

4 points

Une urne contient 5 boules noires et 3 boules blanches. On tire successivement et sans remise 2 boules de l'urne.
Déterminer la probabilité de l'événement : « la $2^{\text{ième}}$ boule tirée est noire sachant que la première l'est aussi ». Justifier.

Exercise 209 — Calc. : ✗

2 points

Lors d'une course équestre comportant 20 partants, la probabilité de gagner le quinté (5 chevaux) dans le désordre est combien de fois supérieure à la probabilité de gagner le quinté dans l'ordre ? Expliquer votre raisonnement.

Exercise 210 — Calc. : ✓

Une enquête a montré que 75% des candidats ont travaillé très sérieusement pour présenter l'épreuve théorique du permis de conduire.

Lorsqu'un candidat a travaillé très sérieusement, il obtient le code dans 80% des cas.
Par contre, lorsqu'un candidat n'a pas beaucoup travaillé, il n'obtient pas le code dans 70% des cas.

On note T l'événement : « le candidat a travaillé très sérieusement »
R l'événement : « le candidat a obtenu le code ».

On interroge au hasard un candidat qui vient de passer l'épreuve théorique.

1. (a) Calculer la probabilité de l'événement « le candidat a travaillé sérieusement et a obtenu le code ». — 2 points
   (b) Montrer que $P(\mathrm{R}) = 0,675$. — 4 points
2. Le candidat interrogé vient d'échouer. Quelle est la probabilité qu'il ait travaillé très sérieusement ? — 4 points

Exercise 211 — Calc. : ✗

4 points

Une loi de probabilité est définie par le tableau suivant :

Résultat	-1	0	2
Probabilité	$1/4$	0	a

1. Que vaut a ?
2. Quelle est l'espérance de cette loi de probabilités ?

Exercise 212 — Calc. : ✗

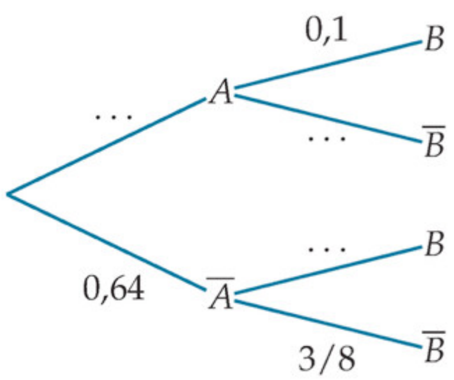
3 points

Avec une pièce de monnaie équilibrée, quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois « PILE » en deux lancers ?

Exercise 213 — Calc. : ✗

5 points

1. Compléter l'arbre
2. Calculer $P(\mathrm{B})$
3. Calculer $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$



Exercise 214 Calc. : ✓

	L'agence de voyages de l'Union européenne organise sur une semaine, des circuits touristiques comprenant dans un ordre ordonné 8 capitales différentes.
4 points	1. Combien y a-t-il de circuits touristiques possibles comprenant dans un ordre ordonné, les 8 villes-étapes suivantes : Berlin, Bruxelles, Budapest, Madrid, Paris, Prague, Rome et Vienne ?
4 points	2. Combien y a-t-il de circuits touristiques possibles comprenant dans un ordre ordonné, les 8 villes-étapes suivantes : Berlin, Bruxelles, Budapest, Madrid, Paris, Prague, Rome et Vienne sachant que le circuit commencera par Bruxelles et finira par Paris.
4 points	3. Cette agence propose aussi pour un week-end, des excursions permettant de visiter 2 villes parmi les 27 capitales de l'Union européenne. Les excursions du type par exemple Paris–Bruxelles et Bruxelles–Paris sont considérées comme différentes. Combien y a-t-il d'excursions possibles ?

Exercise 215 Calc. : ✓

	Dans un sac, il y a : • vingt boules portant le nombre -5, • cinq boules portant le nombre 0, • quatre boules portant le nombre 1 • et une boule portant le nombre 2. On tire au hasard une boule et on note le nombre. Soit X la variable aléatoire égale au nombre porté par la boule tirée.
8 points	1. Dresser le tableau définissant la loi de probabilité de X.
2 points	2. Calculer l'espérance $E(X)$ de la variable aléatoire X.

Exercise 216 Calc. : ✓

	Dans un certain sport, on considère que 5% des sportifs se dopent. Un test anti-dopage répond aux spécificités suivantes : Si un sportif se dope, le test est positif dans 98% des cas ; Si un sportif ne se dope pas, le test est négatif dans 99% des cas ;
4 points	1. Déterminer la probabilité qu'un sportif pris au hasard soit controlé positif avec ce test.
4 points	2. Un sportif pris au hasard a été controlé négatif. Déterminer la probabilité qu'il se dope.

Exercise 217 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=943`) Calc. : ✗

	On tire à pile ou face trois fois d'affilée. On considère les événements suivants : A : « On tombe au moins deux fois sur face ». B : « On tombe sur pile moins de trois fois ». C : « On tombe sur pile ou sur face exactement trois fois ».
3 points	1. Les événements A et B sont-ils indépendants ?
3 points	2. Les événements A et C sont-ils indépendants ?
3 points	3. Les événements B et C sont-ils indépendants ?

Exercise 218 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=944`) Calc. : ✗

4 points	Six sprinters s'affrontent en finale. De combien de manières différentes peut- on constituer un podium avec une médaille d'or, une médaille d'argent et une médaille de bronze ?

Exercise 219 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=948`) Calc. : ✓

	On utilise un test rapide pour déterminer si un patient est atteint d'une maladie spécifique. Chez une personne malade, la maladie est correctement diagnostiquée avec une probabilité de 96%. Chez une personne en bonne santé, la maladie est mal diagnostiquée — un faux positif — dans 2% des cas. La maladie touche 0,4% de la population.
3 points	1. Un patient effectue un test. Quelle est la probabilité qu'il soit positif ?
4 points	2. Le résultat du test est positif. Quelle est la probabilité que la personne concernée soit réellement malade ?

Exercise 220 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=949`) Calc. : ✓

	Quand on joue à la roulette au casino, on n'est pas obligé de miser sur l'un des 37 numéros de 0 à 36. On peut également miser sur la couleur rouge ou noire. Dans la suite de l'exercice, on considère une mise de 100 €.
	1. Si on parie sur le rouge et que la bille atterrit dans l'un des 18 compartiments rouges, on double sa mise.
3 points	Calculer l'espérance de la variable aléatoire X : « gain effectué en misant sur le rouge ».
3 points	2. Comparer cette valeur avec l'espérance de la variable aléatoire Y : « gain effectué en misant sur un numéro en particulier ». Si la bille atterrit dans la case misée, on remporte 36 fois sa mise.

Exercise 221 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=950`) Calc. : ✓

	Dans un groupe de 10 coureurs et 15 non-coureurs, un chercheur du CHU sélectionne cinq personnes pour une étude sur les maladies cardio-vasculaires.
3 points	1. Combien de groupes possibles peut-on constituer si aucune distinction n'est faite entre les coureurs et les non-coureurs lors du choix ?
3 points	2. Combien de groupes possibles peut-on constituer si on veut qu'exactement trois coureurs participent à l'étude ?
4 points	3. Quelle est la probabilité que, étant donnée une sélection aléatoire des participants à l'étude, exactement trois coureurs appartiennent au groupe ?

Exercise 222 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=976`) Calc. : ✗

	In a box of 4 matches one is shorter than the others. Four players pick a match one after the other. Whoever picks the short match loses.
4 points	1. Show, with the aid of a tree diagram the probabilities of each player getting the short match.
4 points	2. Give the following probabilities : • The first player loses : • The second player loses : • The third player loses : • The fourth player loses :
2 points	3. Does it have an effect on the outcome whether you are the first to choose the match or the last ?

Exercise 223 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=977`) Calc. : ✗

In a box of chocolates, we find 24 different chocolates. 18 chocolates are made from milk chocolate and 6 are made from white chocolate. Two thirds of the milk chocolates have a marzipan filling. In total there are 16 chocolates with a marzipan filling in the box.

5 points

1. Complete the following two-way table.

Chocolate / Marzipan	Milk Chocolate	White Chocolate	Total
With			
Without			
Total			

2 points

2. If a chocolate is picked at random from the full box, calculate the probability that it would be a white chocolate one without a marzipan filling.

2 points

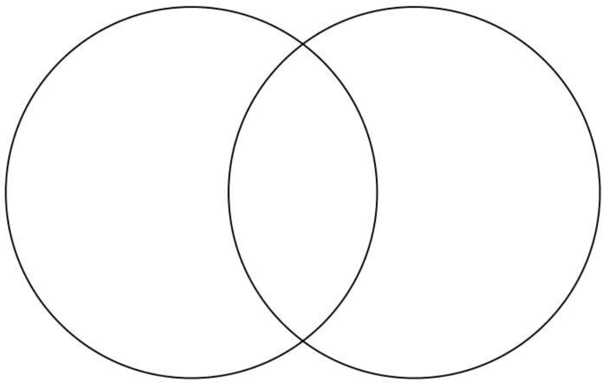
3. Given that a chocolate chosen at random from the full box is a white chocolate, calculate the probability that it has a marzipan filling.

Exercise 224 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=983`) Calc. : ✓

110 participants are taking part in a day-long conference. There are two different lectures being given on two different themes ; politics and the economy. 62 sign up for the politics lecture. There are 51 participants who will go to the politics lecture and the economy lecture. 32 people will attend neither lecture.

3 points

1. Use the following sets to complete the following Venn diagram :
   P : The participant is attending the politics lecture.
   E : The participant is attending the economy lecture.



3 points

2. A person is chosen at random from the crowd to do an interview. What is the probability that this person :
   (a) Will have attended the politics lecture or the economy lecture ?
   (b) Will have attended the economics lecture, but not the politics lecture

3 Statistiques

Exercise 225 Calc. : ✓

Un grand distributeur de jouets reçoit son stock d'un fournisseur possédant trois ateliers A, B et C. Les jouets sont contrôlés pour vérifier s'ils sont conformes aux normes de l'Union Européenne.

Sur un échantillon de 2 000 jouets de la livraison, on a :

- 8,4% des jouets ne sont pas conformes ;
- 45% des jouets proviennent de l'atelier B ;
- parmi les jouets provenant de l'atelier B, 6% ne sont pas conformes ;
- 25% des jouets non conformes proviennent de l'atelier A ;
- 264 jouets provenant de l'atelier C sont conformes.

1. Compléter le tableau ci-dessous :

Provenance / Contrôle	A	B	C	Total
Conforme				
Non conforme				
Total				2 000

2. Dans cet échantillon, quelle est la fréquence des jouets conformes ?
3. Dans cet échantillon, quelle est la fréquence des jouets provenant d'un atelier différent de A ?
4. Parmi les jouets provenant de l'atelier A, quelle est la fréquence des jouets conformes ?
5. Parmi les jouets non conformes, quelle est la fréquence des jouets provenant de l'atelier A ?

Exercise 226 Calc. : ✓

Le tableau ci-dessous retrace, entre 2010 et 2017, l'évolution du prix moyen d'une bande dessinée.

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Prix moyen d'une bande dessinée, en €	15,4	13,7		15,8	17,6		17,3	18,5

Les prix seront arrondis au dixième d'euro et les taux seront arrondis au dixième de pourcent.

1. Retrouver le prix moyen d'une bande dessinée en 2012, sachant que ce prix a augmenté de 2,5 % entre 2011 et 2012.
2. Retrouver le prix moyen d'une bande dessinée en 2015, sachant que ce prix a baissé de 3 % entre 2015 et 2016.
3. Calculer le taux d'évolution entre 2010 et 2017.
4. En déduire le taux d'évolution annuel moyen entre 2010 et 2017.
5. Si on remonte plus loin dans le temps, entre 1980 et 2010, le prix a été multiplié par 2,3. Quel a été le taux d'évolution entre 1980 et 2010 ?

Exercise 227 Calc. : ✓

1. Le prix d'un article après une réduction de 25% est de 80€. Quel est son prix normal (avant réduction) ?
2. La population d'une ville a augmenté de 15% en 7 ans. Quelle est le taux d'évolution annuel moyen sur les sept années ?
3. Une étude sur la santé d'un échantillon de lycéens enregistre s'ils portent des lunettes ou pas. On interroge 1 000 lycéens dont la moitié de filles; on compte 440 lycéens portant des lunettes. Parmi les filles, 46% portent des lunettes.
   (a) Complétez le tableau suivant avec les effectifs correspondants :

	Portent des lunettes	Ne portent pas de lunettes	Totaux
Filles			
Garçons			
Totaux			

   (b) Quel est le pourcentage de filles qui portent des lunettes dans l'échantillon ?
   (c) Parmi ceux qui ne portent pas de lunettes, quel est le pourcentage de garçons ?

Exercise 228 Calc. : ✓

1. Le trafic mensuel sur une autoroute était de 534 000 voitures en 2017; ce nombre était en augmentation de 15% par rapport à 2012. Quel était le trafic mensuel sur cette autoroute en 2012 ?
2. Le prix d'un article a augmenté de 5% chaque année pendant 6 ans. Quelle est l'augmentation globale sur les six années ?
3. Une entreprise enregistre le nombre d'employés qui font ou ne font pas d'heures supplémentaires. Il y a 500 salariés dans l'entreprise, dont 45% de femmes. 60% des femmes et 64% des hommes font des heures supplémentaires.
   (a) Complétez le tableau suivant avec les effectifs correspondants :

	Font des heures supplémentaires	Ne font pas d'heures supplémentaires	Totaux
Femmes			
Hommes			
Totaux			

   (b) Quel est le pourcentage de femmes qui font des heures supplémentaires dans l'entreprise ?
   (c) Parmi les employés qui ne font pas d'heures supplémentaires, quel est le pourcentage d'hommes ?

Exercise 229 Calc. : ✗

The results of 11 students in a test are as follows :
3,7,8,8,10,9,10,12,14,7,1

2 points — 1. Calculate the 5 number summary.

1 point — 2. State the interquartile range.

2 points — 3. Test for outliers and say if any numbers are outliers.

Exercise 230 Calc. : ✓

	The depths of snow at a ski resort are collected every year for 12 years on 31st January. All data is in centimetres. 30, 75, 125, 55, 60, 75, 65, 65, 45, 120, 70, 110. Calculate the following :
1 point	1. The modal depth of snow.
1 point	2. The mean.
1 point	3. The median.
2 points	4. Find the five number summary.
2 points	5. From this calculate the range and interquartile range.
3 points	6. Show the data in a box and whisker plot.

Exercise 231 Calc. : ✗

5 points	The heights in cm of 7 plants are recorded as follows : 16, 17, 20, 23, 24, 25, 85 Identify any outliers in this data and calculate an adjusted mean.

Exercise 232 Calc. : ✓

3) Tabela przedstawia wzrost pewnej rośliny w cm. Oblicz średnie tempo zmian. Podaj interpretację wyniku. 5 pkt

Czas (tygodnie)	Wysokość (cm)
4	9
6	13,5
8	18

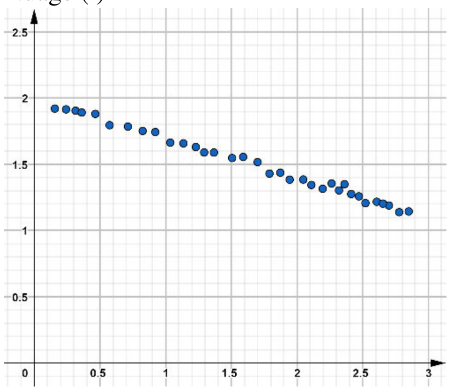
Jaka będzie wysokość rośliny po 10 tygodniach ?

Exercise 233 Calc. : ✗

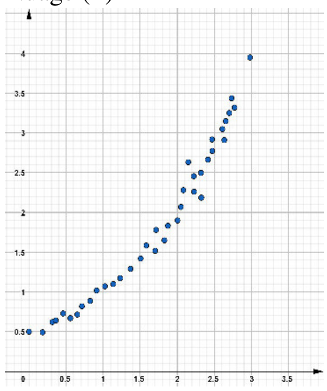
6 points

Pour chacun des nuages de points suivants, **indiquer**, parmi les modèles proposés, lequel serait le plus approprié pour ajuster les données représentées : modèles linéaires, quadratiques, exponentiels ou périodiques.

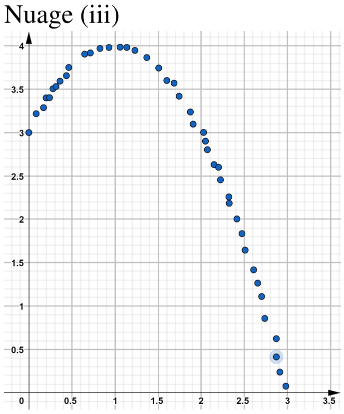
Nuage (i)



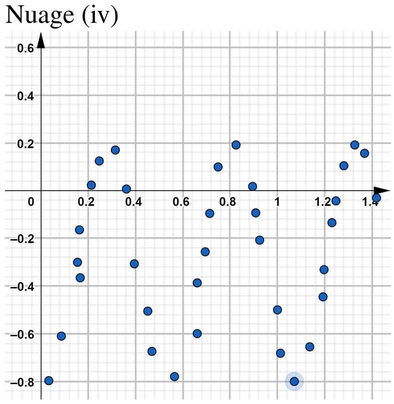
Nuage (ii)



Nuage (iii)



Nuage (iv)



Exercise 234 Calc. : ✗

Consider the data set described by the following frequency table :

4 points 1. Calculate its Mode, Median, Range and Inter-Quartile range.

4 points 2. Draw a Box-Plot that represents this data set.

Scores	Frequency
10	1
20	3
30	4
50	6
70	1

Exercise 235 Calc. : ✓

Australian biologist, Professor Fry, conducted a study on the length of the Golden Lancehead viper, a venomous snake, living on Snake Island in Brazil.
He measured the length size of a sample of snakes and recorded his data into the following table.
(Length values in table were rounded to the nearest cm).

Length (cm)	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
Frequency	20	31	52	56	65	68	72	90	80	82	38	19	12	9	6

2 points 1. Calculate the mean, median, mode and range for this data set.

2 points 2. Calculate Q1 and Q3 for this data set.

1 point 3. Calculate the standard deviation for this data set.

2 points 4. Give an interpretation of the standard deviation.

2 points 5. What percentage of the snakes measured 80 cm ?

2 points 6. What percentage of the snakes measured less than 80 cm ?

Exercise 236 Calc. : ✓

	Professor Fry invested a sum of money in a bank account at the start of the year. The bank gives him the same interest rate every year. At the start of the 5^{th} year, his investment will be worth 236 150 € and at the start of the 10^{th} year his investment will be worth 287 313 €.
5 points	1. Find the interest rate he gets.
5 points	2. Find the original amount of money he put into the account.

Exercise 237 Calc. : ✓

	Nadège prévoit une augmentation de 8% par an de son chiffre d'affaire. En 2005, son chiffre d'affaire était de $v_0 = 510$ k€.
3 points	1. Quelle est la nature de la suite qui modélise le chiffre d'affaire annuel de Nadège ? Préciser son premier terme et sa raison.
2 points	2. Donner le terme général v_n en fonction de n.
2 points	3. Calculer le chiffre d'affaires de Nadège en 2012.

Exercise 238 Calc. : ✓

	Monsieur Raoul a placé un capital durant huit ans, au taux annuel de 6,5% à intérêts composés. Son capital acquis est de 3310 euros.
2 points	Calculer le capital de départ.

4 Algèbre

Exercise 239 Calc. : ✗

Soit u une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -3$ et de raison $d = 0,5$.

1. Calculez u_1 et u_2.
2. Donnez l'expression u_n en fonction de n.
3. En déduire u_{20}.
4. Pour quelles valeurs de n a-t-on $u_n > 4$?

Exercise 240 Calc. : ✓

Pour se remettre en forme après le confinement, une personne décide de se mettre à des exercices de gymnastique. Lors des 15 premiers jours de son entraînement, voici le programme :

- le jour où elle décide de démarrer les exercices, 10 minutes d'exercices de gymnastique
- d'une journée à la suivante, elle rajoute 2 minutes d'exercices de gymnastique

On note u la suite qui détermine le temps, en minutes, d'exercices de gymnastique, n jours après le début de son entraînement. $n = 0$ correspond donc au jour où elle a démarré les exercices.

1. Déterminez u_0, u_1 et u_2.
2. Quelle est la nature de la suite u ? Quelle est sa raison ?
3. Donnez l'expression de u_n en fonction de n.
4. Quel sera le temps d'exercices de gymnastique le dernier jour de son programme, c'est-à-dire 14 jours après le début de son entraînement ?
5. Quel est le temps total cumulé d'exercices sur les 15 jours de ce programme ?

Exercise 241 Calc. : ✓

Le prix d'un m^2 de terre agricole était de 10€ en 2010. Il augmente chaque année de 2,7%.
On note u_n le prix d'un m^2 de terre agricole en 2010+n.

1. Calculez u_0, u_1, u_2.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Sa raison ?
3. Donnez l'expression de u_n en fonction de n.
4. Quel sera le prix en 2022 d'un m^2 de terre agricole ?
5. En quelle année le prix d'un m^2 de terre agricole dépassera-t-il 15€ ?

Exercise 242 Calc. : ✓

Le contrat d'entretien que l'on vous propose pour votre voiture est le suivant : la première année (2020) il coûte 150€ et ce prix augmente chaque année de 12€.
On note u_n le coût annuel d'entretien pour l'année 2020+n.

1. Déterminez u_0, u_1, u_2.
2. Quelle est la nature de (u_n) ? Sa raison ?
3. Donnez l'expression de u_n en fonction de n.
4. Quel sera le coût de l'entretien pour l'année 2025 ?
5. En quelle année le coût annuel d'entretien dépassera-t-il 230€ ?
6. Calculez la facture totale du contrat d'entretien de 2020 à 2025.

Exercise 243 Calc. : ✓

Vous placez 3 000€ en mars 2015 sur un compte à un taux de 4,1% avec intérêts composés.
On note u_n la somme disponible sur le compte en mars 2015+n.

1. Calculez u_0, u_1, u_2.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Sa raison ? Son terme initial ?
3. Donnez l'expression de u_n en fonction de n.
4. Quelle sera la somme disponible en mars 2020 ?
5. En quelle année la somme disponible dépassera-t-elle 8 000€ ?

Exercise 244 Calc. : ✓

Une entreprise a conclu un contrat d'assurance en 2014. Le coût de la première année est de 1 300€, et chaque année il augmente de 70€.
On note u_n le coût annuel de l'assurance pour l'année 2014+n.

1. Déterminez u_0, u_1, u_2.
2. Quelle est la nature de (u_n) ? Sa raison et son terme initial ?
3. Donnez l'expression de u_n en fonction de n.
4. Quel sera le coût de l'assurance pour l'année 2020 ?
5. En quelle année le coût annuel de l'assurance dépassera-t-il 1 600€ ?
6. Calculez la facture totale du contrat d'assurance de 2014 à 2020.
7. En quelle année la facture totale du contrat d'assurance dépassera-t-elle 15 000€ ?

Exercise 245 Calc. : ✗

	The 3rd term of a sequence of numbers is 10 and the 5th term is 16. Given that the sequence follows an arithmetic progression calculate :
2 points	1. The 1st term and the common difference.
3 points	2. The sum of the first 10 terms.

Exercise 246 Calc. : ✓

	The 2^{nd} term of a geometric sequence is 120 and the 4^{th} term is 30.
3 points	1. Show that the common ratio is $\frac{1}{2}$.
3 points	2. Find the sum of the first 7 terms of the sequence.
2 points	3. Find the sum to infinity of the sequence.

Exercise 247 Calc. : ✓

4 points	The 1^{st} term of an arithmetic sequence is 5 and the common difference is 2. How many terms of this sequence must be added together before the sum is greater than 666 ? Draw a sketch to show this question to obtain full marks.

Exercise 248 Calc. : ✗

	Two parabolas y_a and y_b are plotted on the same graph where $\begin{cases} y_a = x^2 - 4x \\ y_b = 16 - x^2 \end{cases}$
5 points	Calculate the coordinates for any points of intersection.

Exercise 249 Calc. : ✗

5 points	A recursive sequence calculates the next term in the sequence from the previous number. Calculate the terms u_2, u_3 and u_4 for the sequence $\begin{cases} u_1 = 8 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n \end{cases}$ and state explicitly what type of sequence this is. Hence calculate the sum to infinity for this sequence.

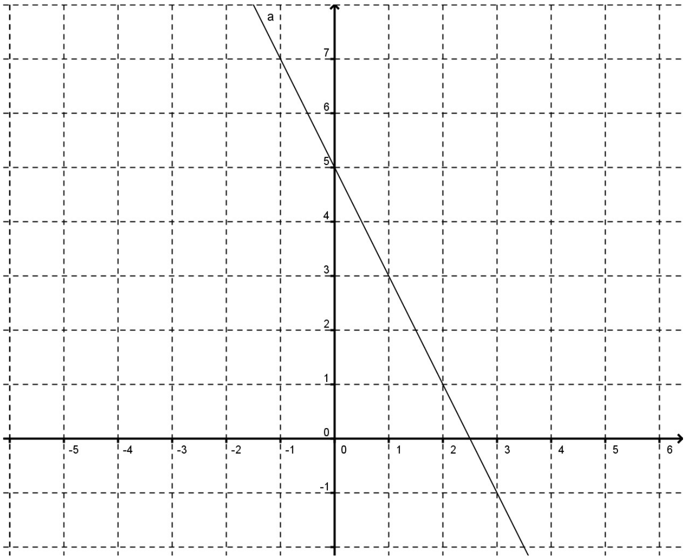
Exercise 250 Calc. : ✓

	You must justify your answers by writing all calculations that are relevant to your solutions.
5 points	1. The 4th term of a geometric series is 10 and the 7th term is 80. Use this information to find the common ratio and the first term for this series and hence find the sum of the first 15 terms.
5 points	2. A different series begins by adding the following numbers $$14 + 19 + 24 + \ldots$$ How many terms of this series must be added together in order to exceed the sum of the first 15 terms of the geometric series ?

Exercise 251 Calc. : ✗

9 points

1. Écrire l'équation de la droite ci-dessous.



2. Ecrire l'équation de la droite parallèle à la droite d'équation $y = 3x + 2$ passant par l'origine des axes.
3. Ecrire l'équation de la droite perpendiculaire à la droite d'équation $y = -2x + 2$ passant par le point $(-1; 1)$.

Exercise 252 Calc. : ✗

6 points

Soit (u_n) une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -1$ et de raison $r = \frac{1}{2}$.

1. Calculez u_1 et u_2.
2. Exprimez u_n en fonction de n.
3. Calculez la somme des 20 premiers termes.

Soit (v_n) une suite géométrique de raison $q = -2$ et de premier terme $v_0 = 1$.

4. Calculez v_1 et v_2.
5. Exprimez v_n en fonction de n.
6. Calculez v_6.

Exercise 253 Calc. : ✗

5 points

1. A sequence has general formula $u_n = 15 + 3(n - 1)$
   (a) What type of sequence is it ? (State u_1 and r or d).
   (b) Calculate its 21st term.

5 points

2. A geometric sequence has the first term equal to 10 and the common ratio equal to -2.
   (a) Write a recurrence formula to describe this sequence.
   (b) Calculate the terms u_2, u_3 and u_4.

Exercise 254 Calc. : ✗

	A town's population is growing linearly. In 2018 the population was 5 000. By 2020 the population had increased to 7 400.
3 points	1. Give the function $P(t)$ where P is the population and t is the number of years since 2018.
2 points	2. Use your function $P(t)$ to predict the population in 2025.
2 points	3. According to this model in which year will the population reach 19 400 ?

Exercise 255 Calc. : ✓

	Le premier mois d'ouverture, en janvier, un restaurateur a reçu 110 clients. Il fait l'hypothèse commerciale de servir chaque mois, au cours des 11 mois suivants, 22 couverts de plus que le mois précédent. On note $c_1 = 110$ le nombre de couverts servis en janvier et c_n le nombre de couverts servis les mois suivants.
3 points	1. Quelle est la nature de la suite (c_n) ? Préciser son premier terme et sa raison.
2 points	2. Exprimer c_n en fonction de n.
2 points	3. Calculer le nombre de couverts servis au mois de décembre
2 points	4. Calculer le nombre total de couverts servis en un an.

Exercise 256 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=978`) Calc. : ✗

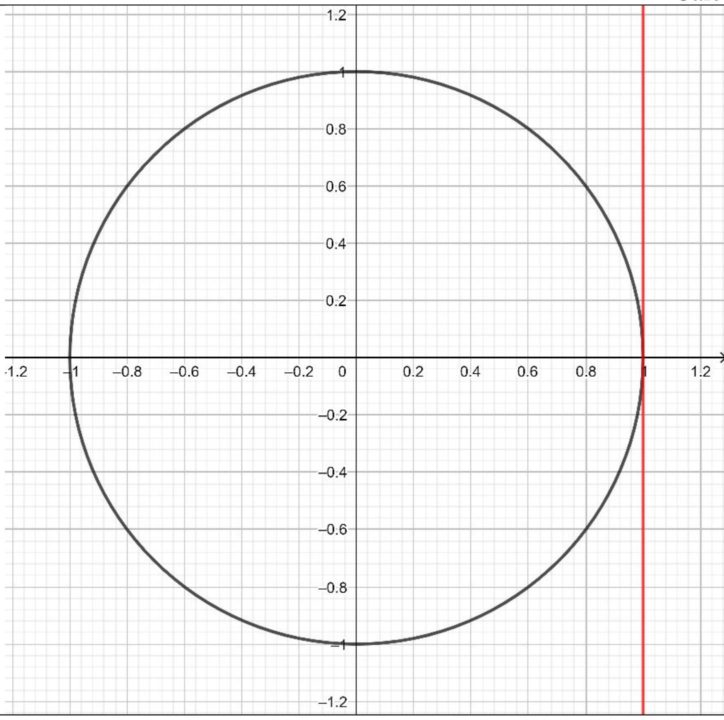
	Solve the following equations :
2 points	1. $3(x-2) = 6$
2 points	2. $-5x + 3 = 2x + 10$
2 points	3. $4 = -2(x+3)$
2 points	4. $1 = 3(x-2) + 3 - 2x$
2 points	5. $x^2 - 2x - 3 = 0$
2 points	6. $x^2 - 4x + 4 = 0$

Exercise 257 (in other languages at `http://www.barsamian.am/Php/exo?id=984`) Calc. : ✓

4 points	Deduce an equation for the line which passes through the points A$(-5,3)$ and B$(2,1)$.

5 Géométrie

Exercise 258 Calc. : ✗

	La figura rappresenta la circonferenza goniometrica. Sapendo che $\text{sen}(\alpha) = \frac{3}{5}$:	
2 points	1. Costruisci gli angoli che soddisfano la condizione data ;	
3 points	2. Ricava il valore della tangente di tali angoli ;	
4 points	3. Costruisci graficamente i valori trovati delle tangenti.	

Exercise 259 Calc. : ✓

	Un angolo α del primo quadrante è tale che $$\tan(\alpha) = 3$$
2 points	1. Ricava sen (α) e $cos(\alpha)$ approssimando i valori a tre cifre decimali.
4 points	2. Calcola l'angolo α in gradi approssimando a due cifre decimali.