$f(x):=\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt{x}}$ ▸ *Terminé*

a) **3 points** $f(1)=4$ et $f(9)=4$. 1 point.

Graphique de **f** dans pour $1 \leq x \leq 9$: voir ci–contre. 2 points.

b) **3 points** On peut déterminer la pente de la tangente en 1 sur le graphique (voir ci–contre) ou en calculant le nombre dérivé de **f** en 1 :

$\frac{d}{dx}(f(x))|x=1 = {}^-1$. Cette pente $= \mathbf{-1}$.

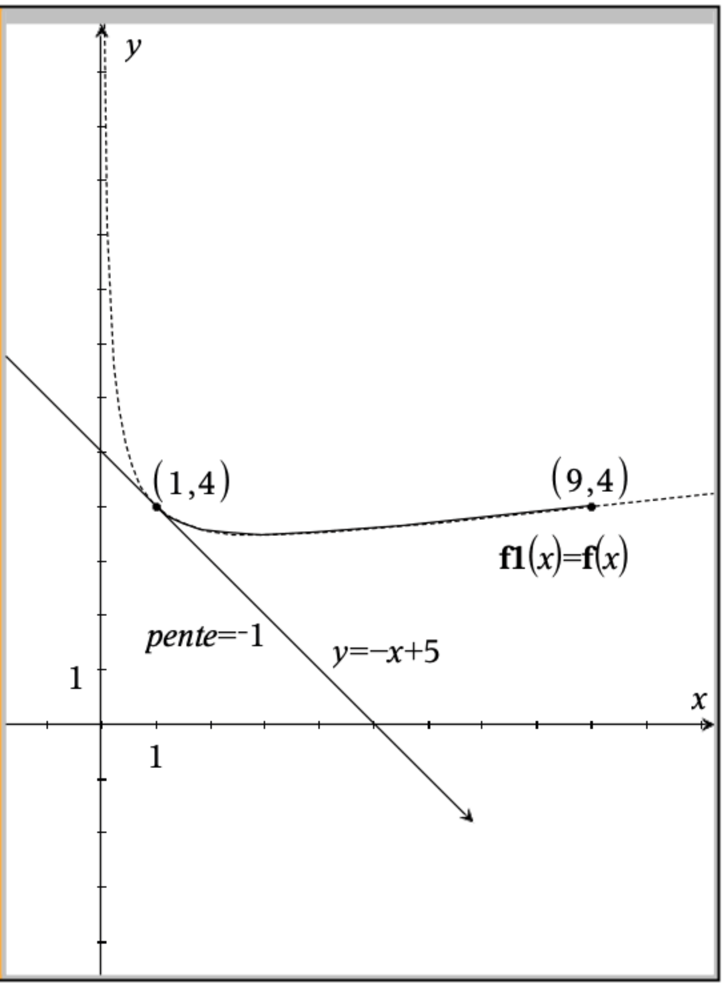
Méthode : 1 point – Résultat : 2 points

c) **4 points** Volume du verre :

$$\pi \cdot \int_1^9 (f(x))^2 \, dx = 2 \cdot (9 \cdot \ln(3)+44) \cdot \pi \approx 339.$$

Application de la formule : 1 point.

Résultat et arrondi : 3 points.



Nombre de coccinelles en fonction du **temps** (en jours) : $f(t):=\frac{15000}{1+39 \cdot e^{-0.75 \cdot t}}$ ▸ *Terminé*

a) **3 points** Nombre de coccinelles après une semaine (7 jours) : $f(7) \approx$ **12452**.

Remplacement de t par 7 : 1 point. – Résultat et conclusion : 2 points.

b) **3 points** Il faut résoudre l'équation f(t) =7500 : $\text{solve}(f(t)=7500,t)$ ▸ $t=4.88475$

Après **environ 4,88 jours**, il y aura 7500 coccinelles.

(Remarque : le résultat arrondi à **5 jours** est acceptable).

Ecriture de l'équation à résoudre : 1 point. – Résolution de l'équation et conclusion : 2 points.

c) On calcule f'(t) : $fp(t):=\frac{d}{dt}(f(t))$ ▸ $\frac{438750. \cdot (2.117)^t}{((2.117)^t+39.)^2}$. Ce résultat est donné par la calculatrice.

En appliquant les règles de dérivation, on obtient un résultat équivalent : $\frac{438750 \cdot e^{-0.75 \cdot t}}{(1+39 \cdot e^{-0.75 \cdot t})^2}$.

Quel que soit t : f'(t)>0. Donc **la fonction f est** strictement **croissante.**

Autre méthode possible pour démontrer la croissance de **f** : le numérateur de f(t) est une constante positive et le dénominateur, de la forme $a+b\cdot \mathbf{e}^{-c\cdot t}$ avec b et c > 0, est strictement décroissant.

Calcul de la dérivée : 1 point. − Démonstration de la croissance de f : 2 points.

Remarque : Les étudiants ne sont pas supposés calculer la dérivée de la question c) sans calculatrice.

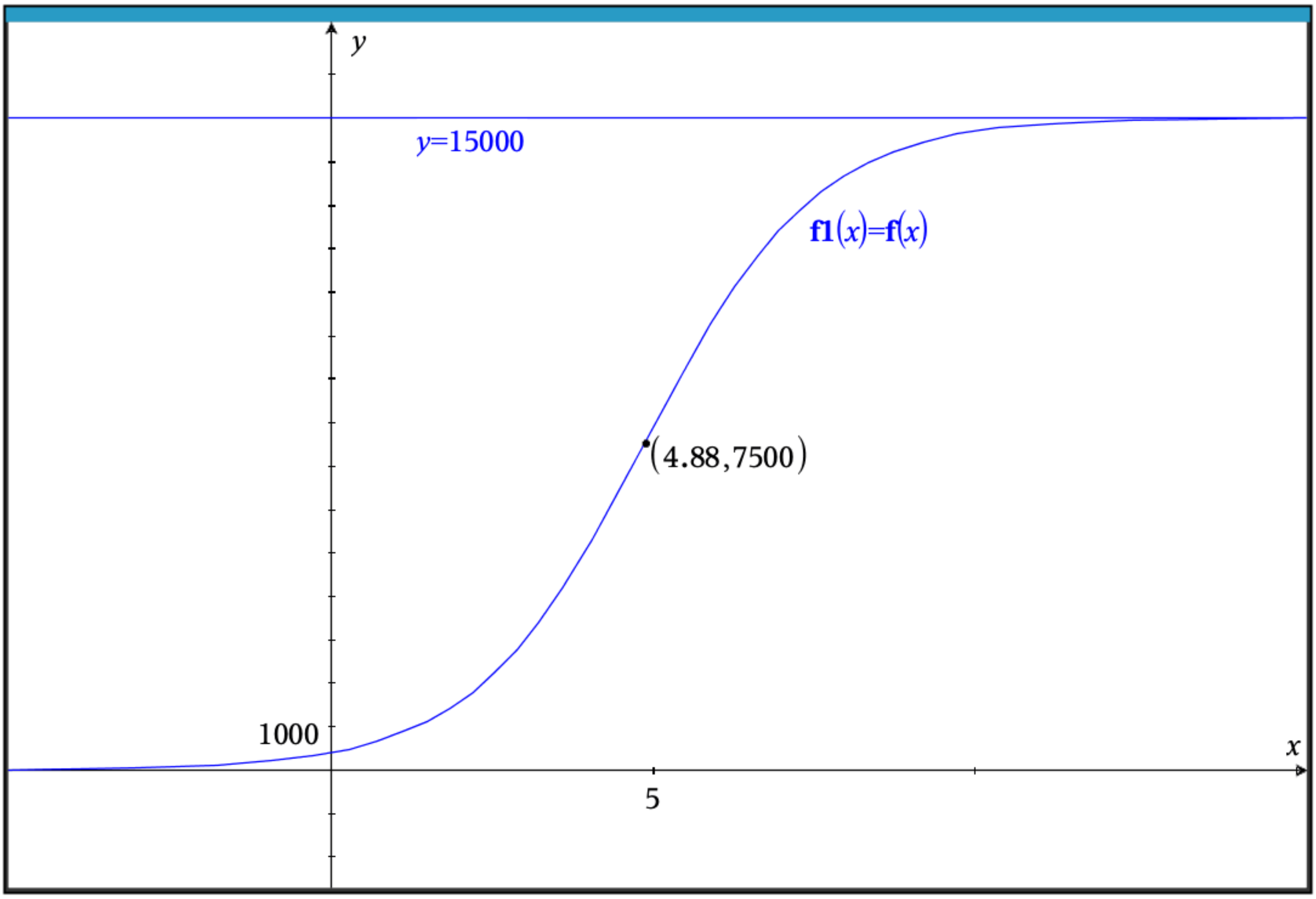
d) 3 points f'(7)= $\mathbf{fp}(7) \approx$ **1587.** 1 point.

Interprétation de ce nombre dérivé : **7 jours après l'introduction des coccinelles, leur population croît à raison de 1587 coccinelles par jour.** 2 points.

e) 3 points $\lim_{t\to\infty} (\mathbf{f}(t)) = 15000$. Autrement dit : $\mathbf{f}(t)\to 15000$ lorsque $t\to\infty$. 1 point.

Interprétation contextuelle du nombre 15000 dans l'expression du nombre de coccinelles en fonction du temps : **La limite supérieure du nombre de coccinelles est de 15000.** 2 points.

Note : Le graphique ci−dessous n'est pas exigé. De nombreux étudiants suivront néanmoins une pratique courante pour afficher le graphique sur la calculatrice. Ils peuvent être ainsi amenés à interpréter le nombre 15000.



Soit X le nombre de véhicules équipés d'un moteur diesel parmi les 500. X suit une loi binomiale avec n=500 et p=0,305.

a) 3 points $P(X=150)$ = binomPdf(500,0.305,150) ▸ **0.037774** ≈ **3,8 %.**

b) 4 points $P(75<X<150)$ = binomCdf(500,0.305,76,149) ▸ **0.387606** ≈ **38,8%.**

a) (*) Reconnaissance de la loi binomiale avec ses paramètres (indication non obligatoire) : 1 point.

Utilisation correcte de binomPdf : 1 point (ou 2 si (*) n'est pas indiquée).

Résultat : 1 point.

----

b) Utilisation de binomCdf : 2 points. Résultat : 2 points.

c) 4 points $P(SUV|diesel)=\frac{(PSUV \cap diesel)}{P(diesel)}=\frac{P(SUV)\cdot P(diesel|SUV)}{P(diesel)}$

$=\frac{0.225\cdot 0.5}{0.305}$ = **0.368852** ≈ **36,9 %.**

d) 4 points Soit D le diamètre d'un piston.

D suit une loi normale avec **µ**:=88.9 mm et **sigma**:=0.27 mm.

$P(88.4<D<89.4)$ = normCdf(88.4,89.4,**µ**,**sigma**) = 0,935953.

Dès lors 1000·0.935953 ≈ **936 pistons sur 1000** que le fabricant peut espérer utiliser.

c) Probabilité demandée et formule : 2 points.

Calcul et résultat : 2 points.

----

d) Utilisation de normCdf et résultat : 2 points.

Conclusion : 2 points.

	A retard_a	B	C	D
=			=OneVar('	
1	2	Title	Statistiqu..	
2	5	$\bar{x}$	6.07143	
3	10	Σx	85.	
4	2	Σx²	783.	
5	3	sx := sn-...	4.53133	
6	6	σx := σn...	4.3665	
7	17	n	14.	
8	0	MinX	0.	
9	4	Q_1X	3.	
10	8	MedianX...	5.	
11	3	Q_3X	9.	
12	5	MaxX	17.	
13	9	SSX := Σ..	266.929	
14	11			

A

a) **3 points**

Moyenne = 6,1 minutes (voir tableur). 1,5 point.

Ecart−type = 4,37 minutes (idem). 1,5 point.

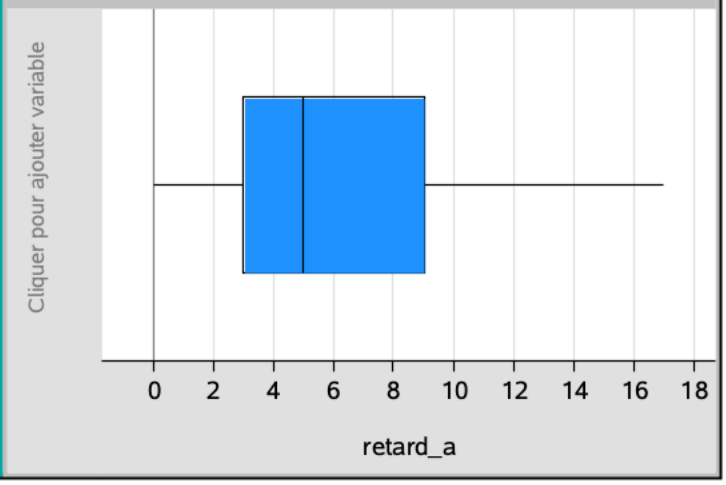
(on peut accepter 4,53 minutes).

b) **3 points**

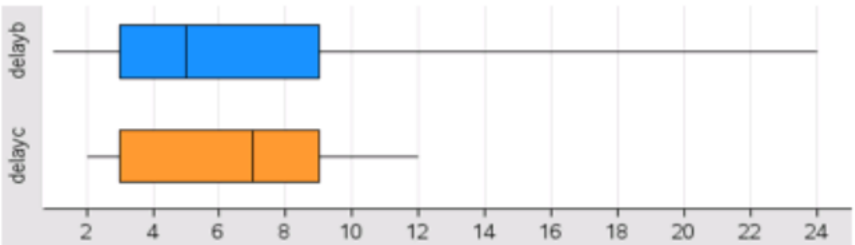
Boîte à moustaches : voir ci−dessous. 2 points.

Ecart interquartile = 6,0 minutes. 1 point.

En effet : stat.Q_3X−stat.Q_1X = 6.



c) **4 points** (1 point par observation et interprétation correcte).



1) La médiane est un indicateur de tendance centrale. La médiane de C (7 min) est plus grande que la médiane de B (5 min) : en gros, les retards des trains sur la ligne C sont plus importants que sur B.

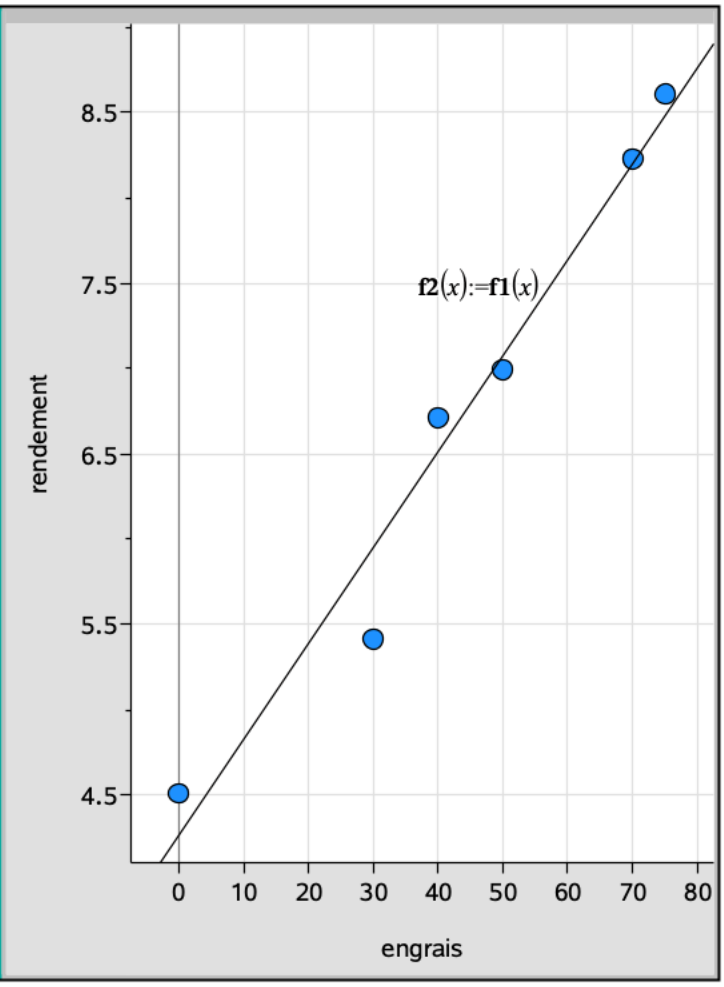
2) B et C ont les mêmes premier et troisième quartiles − et, bien sûr, le même écart interquartile. L'écart interquartile est un indicateur de dispersion. Sur les deux lignes, au moins 50 % des trains ont des retards compris entre 3 min et 9 min.

3) L'étendue est la différence entre la valeur la plus grande et la valeur la plus petite de la série. L'étendue de B (23 min) est plus grande que celle de C (10 min) : les durées des retards sur la ligne B sont plus variables que sur C. (Remarque : le terme "étendue" ne figurant pas explicitement au programme, n'est pas exigé).

4) La valeur maximale de B (24 min) est beaucoup plus grande que celle de C (12 min) : au moins un train de la ligne B a été très en retard (24 min).

	A engrais	B rende...	C	D
=				=LinRegM
1	0	4.51	Title	Régress...
2	30	5.42	RegEqn	m*x+b
3	40	6.71	m	0.056251
4	50	6.99	b	4.26059
5	70	8.23	r²	0.967521
6	75	8.61	r	0.983626
7			Resid	{0.24941..
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				

A1 0



a) 4 points

Voir tableur ci–dessus : $\mathbf{f1}(x)$ ▸ $0.056251\cdot x+4.26059$

Equation de la droite de régression : $\boldsymbol{y=0{,}056251\cdot x+4{,}26059}$

$\boldsymbol{m \approx 0{,}0563}$ $\quad$ $\boldsymbol{b \approx 4{,}2606}$

En cas d'équation correcte (donnée par la calculatrice) avec erreur d'arrondi : 3,5 points.

En cas de copie du modèle donné en b) : 0 point.

----

b) 3 points $\quad \mathbf{f}(x):=0.056\cdot x+4.26$ ▸ *Terminé*

solve$(\mathbf{f}(x)=9,x)$ ▸ $x=84.6429$

Il faut environ 84,6 kg/ha d'engrais pour obtenir un rendement de 9 t/ha.

Equation et résolution : 2 points.

Conclusion : 1 point.

c) 3 points Trois méthodes :

1°) $\Delta y = m\cdot \Delta x = 5\cdot 0.056 = 0.28$.

2°) $\Delta y = \mathbf{f}(x+5)-\mathbf{f}(x) = 0.28$.

3°) Comme le modèle est linéaire, le taux d'accroissement est constant. On peut donc considérer un cas particulier, par exemple : $\mathbf{f}(60)-\mathbf{f}(55) = 0.28$.

Lorsqu'on augmente la quantité d'engrais de 5 kg/ha, on augmente le rendement de 0,28 t/ha.

Méthode : 2 points.

Conclusion : 1 point.