AIDE À LA CORRECTION

MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES

PARTIE A

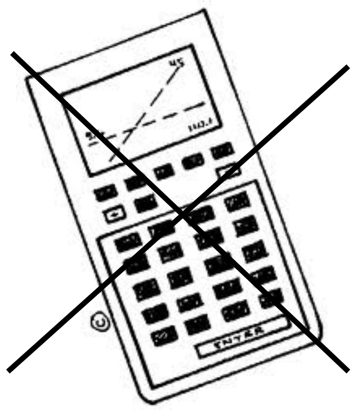
DATE : 7 juin 2022, après-midi

DURÉE DE L'EXAMEN :

1 heure (60 minutes)

MATÉRIEL AUTORISÉ :

Examen sans support technologique
Crayon pour les graphiques
Formelsammlung / Formula booklet / Recueil de formules



REMARQUES PARTICULIÈRES :

- Il est indispensable que les réponses soient accompagnées des explications nécessaires à leur élaboration.
- Les réponses doivent mettre en évidence le raisonnement qui amène aux résultats ou solutions.
- Lorsque des graphes sont utilisés pour trouver une solution, la réponse doit inclure des esquisses de ceux-ci.

- Sauf indication contraire dans la question, la totalité des points ne pourra être attribuée à une réponse correcte en l'absence du raisonnement et des explications qui permettent d'arriver aux résultats ou solutions.

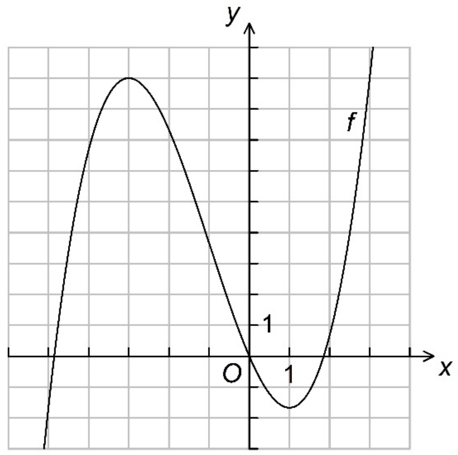
- Lorsqu'une réponse est incorrecte, une partie des points pourra cependant être attribuée lorsqu'une méthode appropriée et/ou une approche correcte ont été utilisées.

PARTIE A		
	Page 1/6	Barème
1) On considère la fonction *f* définie par $f(x)=1-e^{2x+3}$. **Déterminer le zéro de la fonction *f*.**		**5 points**
On résout l'équation $f(x)=0 \Leftrightarrow 1-e^{2x+3}=0 \Leftrightarrow e^{2x+3}=1 \Leftrightarrow 2x+3=\ln(1)$ $\Leftrightarrow 2x+3=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{2}$. Le zéro de la fonction *f* est $-\dfrac{3}{2}$.		
Écriture de l'équation à résoudre : 1 point. Résolution de l'équation et conclusion : 4 points.		
2) On considère la fonction *f* définie par $f(x)=x^2-x+2$. **Établir une équation de la tangente au graphique de *f* au point d'abscisse $x=1$.**		**5 points**
Une équation de cette tangente est $y=f'(1)\cdot(x-1)+f(1)$. $f(1)=1-1+2=2$ et $f'(x)=2x-1 \Rightarrow f'(1)=2-1=1$. Dès lors cette équation devient : $y=x-1+2 \Leftrightarrow y=x+1$.		
Application de la formule de la tangente : 1 point. Calcul de $f(1)$ et $f'(1)$: 2 points. Équation de la tangente : 2 points.		

PARTIE A

	Page 2/6	Barème

3) La figure ci-dessous montre le graphique d'une fonction polynomiale *f*.



Déterminer les valeurs de *x* telles que $f'(x) = 0$ et déterminer les intervalles dans lesquels $f'(x) > 0$. — **5 points**

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow$ la tangente au graphique de *f* est parallèle à l'axe des abscisses $\Leftrightarrow x = -3$ ou $x = 1$.

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow$ la pente de la tangente au graphique de *f* est positive

$\Leftrightarrow x < -3$ ou $x > 1$.

Les intervalles correspondants sont $\left]-\infty, -3\right[$ et $\left]1, +\infty\right[$.

Valeurs de *x* telles que $f'(x) = 0$: 2 points.
Intervalles dans lesquels $f'(x) > 0$: 3 points.

4) On considère la fonction *f* définie par $f(x) = \dfrac{3}{x-2} + 5$, $x > 2$.

Déterminer la primitive *F* de *f* telle que $F(3) = 12$. — **5 points**

L'ensemble des primitives *F* de *f* est défini par

$$F(x) = \int \left(\frac{3}{x-2} + 5 \right) dx = 3\ln(x-2) + 5x + C \text{ , } C \in \mathbb{R} .$$

$F(3) = 12 \Leftrightarrow 3\ln(3-2) + 5 \cdot 3 + C = 12 \Leftrightarrow C = 12 - 15 \Leftrightarrow C = -3.$

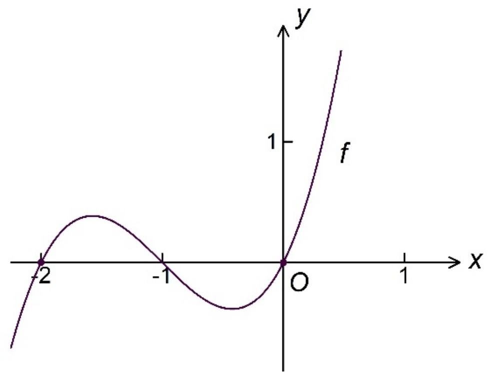
La primitive *F* de *f* telle que $F(3) = 12$ est donc définie par

$F(x) = 3\ln(x-2) + 5x - 3$, $x > 2$.

Intégration : 2 points.
Calcul de la constante : 2 points.
Écriture de la primitive : 1 point.

PARTIE A	
	Page 3/6	**Barème**

5) **La figure ci-dessous montre le graphique de la fonction *f* définie par $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x$.**



Déterminer l'aire de la surface délimitée par le graphique de *f* et l'axe des abscisses pour $-2 \leq x \leq 0$. — **5 points**

Soit A cette aire : $A = \int_{-2}^{-1}(x^3 + 3x^2 + 2x)dx - \int_{-1}^{0}(x^3 + 3x^2 + 2x)dx =$

$$\left[\frac{x^4}{4} + x^3 + x^2\right]_{-2}^{-1} - \left[\frac{x^4}{4} + x^3 + x^2\right]_{-1}^{0} =$$

$$\left(\frac{1}{4} - 1 + 1\right) - (4 - 8 + 4) - 0 + \left(\frac{1}{4} - 1 + 1\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

Écriture de A comme différence de deux intégrales : 1 point.
Intégration : 2 points.
Calculs et résultat : 2 points.

6) **On lance une pièce de monnaie.**

Calculer la probabilité d'obtenir exactement 2 **fois face en** 4 **lancers.** — **5 points**

Soit X le nombre de fois qu'on obtient face.

X suit une loi binomiale avec $n = 4$ et $p = \frac{1}{2}$.

$$P(X = 2) = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}.$$

Identification de la binomiale et de ses paramètres : 2 points.
Application de la binomiale : 2 points.
Calculs et résultat : 1 point.

PARTIE A

	Page 4/6	Barème

7) Joan et David passent leur permis de conduire. Leurs résultats sont indépendants.
La probabilité que Joan obtienne son permis de conduire est de 0,8**.**
La probabilité que Joan et David obtiennent tous les deux leur permis de conduire est de 0,6**.**

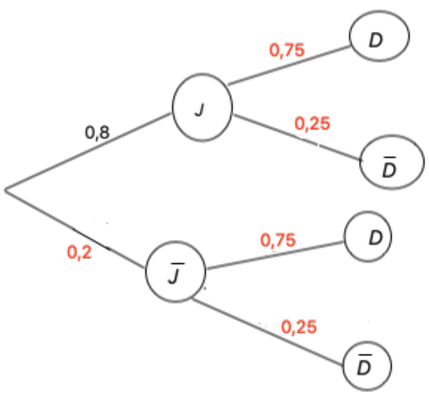
Calculer la probabilité qu'ils ratent tous les deux leur permis de conduire. — **5 points**

Soient les événements :
J : "Joan obtient son permis de conduire" et
D: "David obtient son permis de conduire".
J et D sont indépendants $\Leftrightarrow P(J \cap D) = P(J) \cdot P(D)$.

$$P(J) = 0{,}8 \text{ et } P(J \cap D) = 0{,}6 \Rightarrow P(D) = \frac{0{,}6}{0{,}8} = \frac{3}{4} = 0{,}75.$$

- $\bar{J}$ et $\bar{D}$ sont également indépendants
  $$\Leftrightarrow P(\bar{J} \cap \bar{D}) = P(\bar{J}) \cdot P(\bar{D}) = (1-0{,}8)\left(1-\frac{3}{4}\right) = 0{,}2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20} = 0{,}05.$$
- Ou : $\bar{J} \cap \bar{D} = \overline{J \cup D} \Leftrightarrow P(\bar{J} \cap \bar{D}) = 1 - P(J \cup D)$.
  Mais $P(J \cup D) = P(J) + P(D) - P(J \cap D) = 0{,}8 + 0{,}75 - 0{,}6 = 0{,}95$.
  Dès lors $P(\bar{J} \cap \bar{D}) = 1 - 0{,}95 = 0{,}05$.

Dans les outils suivants qui peuvent être utilisés, les données sont écrites en noir et les résultats déduits en rouge.
On utilise un arbre :



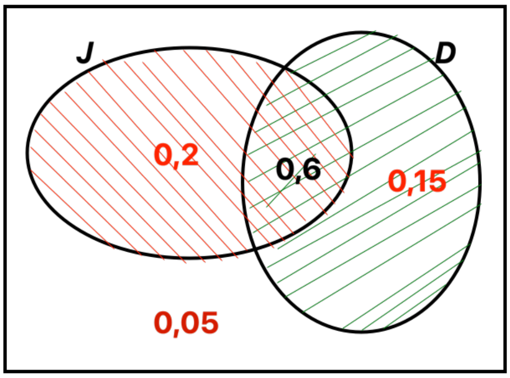
$P(J) \cdot P(D) = 0{,}6$

$P(\bar{J}) \cdot P(\bar{D}) = 0{,}05$

PARTIE A

	Page 5/6	Barème

On utilise un diagramme de Venn :

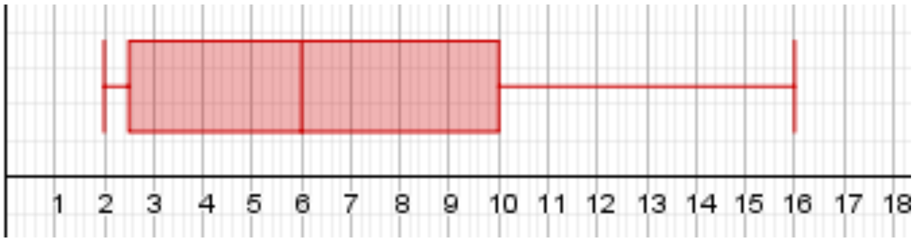


On utilise un tableau à double entrée :

	J	$\bar{J}$	Total
D	0,6	0,15	0,75
$\bar{D}$	0,2	0,05	0,25
Total	0,8	0,2	1

Dès lors, la probabilité que Joan et David ratent tous les deux leur permis de conduire est de $\frac{1}{20}$ ou 0,05.

Applications de la formule des événements indépendants : 1 point.
Calcul de $P(D)$: 1 point.
Calcul de la probabilité que Joan et David ratent tous les deux leur permis de conduire : 3 points.

<table>
<tr><th colspan="3">PARTIE A</th></tr>
<tr><td></td><td>Page 6/6</td><td>Barème</td></tr>
<tr><td colspan="2">8) Donner un exemple de liste de neuf nombres entiers qui puisse être représentée par la boîte à moustaches ci-dessous.

</td><td>5 points</td></tr>
<tr><td colspan="2">Créons une liste rangée dans l'ordre croissant de 9 entiers
$n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_7, n_8, n_9$.
On observe sur la boîte à moustaches que
le minimum est 2, donc $n_1 = 2$,
le maximum est 16, donc $n_9 = 16$,
la médiane est 6, donc $n_5 = 6$ (la médiane d'une liste de 9 valeurs est la 5^e valeur de la liste ordonnée),
le 1^{er} quartile $q_1 = 2{,}5$, donc $n_2 = 2$ and $n_3 = 3$ (avec 4 valeurs à gauche de la médiane, q_1 est la moyenne arithmétique de la 2^e et de la 3^e valeurs de la liste ordonnée),
le 3^e quartile $q_3 = 10$, donc $n_7 = n_8 = 10$ ou $n_7 = 9$ et $n_8 = 11$ ou
$n_7 = 8$ et $n_8 = 12$ ou $n_7 = 7$ et $n_8 = 13$ ou $n_7 = 6$ et $n_8 = 14$
(avec 4 valeurs à droite de la médiane, … raisonnement similaire à celui utilisé pour q_1).
Dès lors $3 \le n_4 \le 6$ et $6 \le n_6 \le n_7$.
Exemple de liste : 2 , 2 , 3 , 4 , 6 , 7 , 10 , 10 , 16 .</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Il suffit d'un exemple correct avec justifications des 5 descripteurs :
minimum et maximum : 2 points,
médiane : 1 point,
1^{er} et 3^e quartiles : 2 points.</td><td></td></tr>
</table>