Exercice 1 : conversions

1.
$$\begin{aligned} A &= 11100110_{(2)} \\ &= 0\times 2^0 + 1\times 2^1 + 1\times 2^2 + 0\times 2^3 + 0\times 2^4 + 1\times 2^5 + 1\times 2^6 + 1\times 2^7 \\ &= 2+4+32+64+128 \\ &= \boxed{230} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 111000101001011_{(2)} \\ &= 1\times 2^0 + 1\times 2^1 + 0\times 2^2 + 1\times 2^3 + 0\times 2^4 + 0\times 2^5 + 1\times 2^6 + 0\times 2^7 + 1\times 2^8 + 0\times 2^9 \\ &\quad +0\times 2^{10} + 0\times 2^{11} + 1\times 2^{12} + 1\times 2^{13} + 1\times 2^{14} \\ &= 1+2+8+64+256+4\ 096+8\ 192+16\ 384 \\ &= \boxed{29\ 003} \end{aligned}$$

2. $16 = 2^4$ donc $2^8 = 16^2$, $2^{12} = 16^3$, $2^{16} = 16^4$

n	0	1	2	3	4
16^n	1	16	256	4 096	65 536

$$\begin{aligned} C &= E3A_{(16)} \\ &= 10\times 16^0 + 3\times 16^1 + 14\times 16^2 \\ &= 10+48+3\ 584 \\ &= \boxed{3\ 642} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= B304_{(16)} \\ &= 4\times 16^0 + 0\times 16^1 + 3\times 16^2 + 11\times 16^3 \\ &= 4+0+768+45\ 056 \\ &= \boxed{45\ 828} \end{aligned}$$

3. $E = 79_{(10)}$
La plus grande puissance de 2 inférieure à 79 est $2^6 = 64$. On peut l'y mettre 1 fois. Donc $a_6 = 1$. $79 - 1\times 2^6 = 15$.
La plus grande puissance de 2 inférieure à 15 est $2^3 = 8$. On peut l'y mettre 1 fois. Donc $a_3 = 1$. $15 - 1\times 2^3 = 7$.
La plus grande puissance de 2 inférieure à 7 est $2^2 = 4$. On peut l'y mettre 1 fois. Donc $a_2 = 1$. $7 - 1\times 2^2 = 3$.
La plus grande puissance de 2 inférieure à 3 est $2^1 = 2$. On peut l'y mettre 1 fois. Donc $a_1 = 1$. $3 - 1\times 2^1 = 1$.
La plus grande puissance de 2 inférieure à 1 est $2^0 = 1$. On peut l'y mettre 1 fois. Donc $a_0 = 1$. $1 - 1\times 2^0 = 0$.
Il ne reste plus rien, on a terminé : $\boxed{79_{(10)} = 1001111_{(2)}}$.

$F = 25897_{(10)}$
Dans 25 897 on peut mettre $1\times 2^{14} = 16\ 384$ donc $a_{14} = 1$ et il reste 9 513.
Dans 9 513 on peut mettre $1\times 2^{13} = 8\ 192$ doncc $a_{13} = 1$ et il reste 1 321.
Dans 1 321 on peut mettre $1\times 2^{10} = 1\ 024$ donc $a_{10} = 1$ et il reste 297.
Dans 297 on peut mettre $1\times 2^8 = 256$ donc $a_8 = 1$ et il reste 41.
Dans 41 on peut mettre $1\times 2^5 = 32$ donc $a_5 = 1$ et il reste 9.
Dans 9 on peut mettre $1\times 2^3 = 8$ donc $a_3 = 1$ et il reste 1.
Dans 1 on peut mettre $1\times 2^0 = 1$ donc $a_0 = 1$ et il reste 0.
Il ne reste plus rien, on a terminé : $\boxed{25897_{(10)} = 110010100101001_{(2)}}$.

4. Pour convertir de la base 2 à la base 16, il suffit de grouper par 4 bits en partant de la droite :

1	1100	1101
1	C	D

Ainsi, $\boxed{G = 1CD_{(16)}}$

111	0001	0100	1011
7	1	4	B

Ainsi, $\boxed{H = 714B_{(16)}}$

5.

A	2
1010	0010

Ainsi, $\boxed{I = 10100010_{(2)}}$

D	4	D
1101	0100	1101

Ainsi, $\boxed{J = 110101001101_{(2)}}$

6. $K = 83_{(10)}$
$83 = 41 \times 2 + 1$ donc $a_0 = 1$.
$41 = 20 \times 2 + 1$ donc $a_1 = 1$.
$20 = 10 \times 2 + 0$ donc $a_2 = 0$.
$10 = 5 \times 2 + 0$ donc $a_3 = 0$.
$5 = 2 \times 2 + 1$ donc $a_4 = 1$.
$2 = 1 \times 2 + 0$ donc $a_5 = 0$.
$1 = 0 \times 2 + 1$ donc $a_6 = 1$.
Le quotient est nul, on a terminé :
$\boxed{83 = 1010011_{(2)}}$.

$L = 1073_{(10)}$
$1073 = 536 \times 2 + 1$ donc $a_0 = 1$.
$536 = 268 \times 2 + 0$ donc $a_1 = 0$.
$268 = 134 \times 2 + 0$ donc $a_2 = 0$.
$134 = 67 \times 2 + 0$ donc $a_3 = 0$.
$67 = 33 \times 2 + 1$ donc $a_4 = 1$.
$33 = 16 \times 2 + 1$ donc $a_5 = 1$.
$16 = 8 \times 2 + 0$ donc $a_6 = 0$.
$8 = 4 \times 2 + 0$ donc $a_7 = 0$.
$4 = 2 \times 2 + 0$ donc $a_8 = 0$.
$2 = 1 \times 2 + 0$ donc $a_9 = 0$.
$1 = 0 \times 2 + 1$ donc $a_{10} = 1$.
Le quotient est nul, on a terminé :
$\boxed{1073 = 10000110001_{(2)}}$.

Exercice 2 : sans la calculatrice

Il est évident que $160 = 10 \times 16$ donc $\boxed{M = A0_{(16)}}$

$$\begin{array}{r|l} 33445 & 16 \\ \cline{2-2} -32 & 2090 \\ \cline{1-1} 14 & \\ -0 & \\ \cline{1-1} 144 & \\ -144 & \\ \cline{1-1} 05 & \\ -0 & \\ \cline{1-1} 5 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2090 & 16 \\ \cline{2-2} -16 & 130 \\ \cline{1-1} 49 & \\ -48 & \\ \cline{1-1} 10 & \\ -0 & \\ \cline{1-1} 10 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 130 & 16 \\ \cline{2-2} -128 & 8 \\ \cline{1-1} 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 8 & 16 \\ \cline{2-2} -0 & 0 \\ \cline{1-1} 8 & \end{array}$$

$\boxed{N = 82A5_{(16)}}$

Exercice 3 : théorie des opérations en binaire

Lorsqu'un ordinateur 64 bits effectue la somme de deux nombres codés dans des registres 64 bits, il a besoin de $\boxed{\text{65 bits}}$ (au cas où il y aurait une retenue lors de l'addition des deux bits de plus gros poids). Dans ce cas là, le résultat donné par l'ordinateur sera faux, puisque tronqué sur 64 bits (il faudrait rajouter 2^{64} au résultat donné pour avoir le bon résultat). On peut néanmoins s'en rendre compte puisqu'il existe un $\boxed{\text{"flag" de dépassement de capacité}}$ qui vaudra alors 1.