

Exercice 1 - Tiré de BTS Informatique & Gestion, Décembre 2002, Nouvelle-Calédonie

Dans un ensemble E muni d'une structure d'algèbre de Boole, on considère l'expression

$$A = a b \bar{c} + \bar{a} \bar{b} c + \bar{a} b \bar{c} + a \bar{b} \bar{c} + \bar{a} \bar{b} \bar{c}.$$

1. (a) Représenter A dans un tableau de Karnaugh.
En déduire une simplification de A .
- (b) Retrouver par le calcul le résultat précédent.
2. On considère l'opérateur « implication », noté \longrightarrow , défini par : $(x \longrightarrow y) = \bar{x} + y$.
 - (a) Calculer : $(x \longrightarrow 0)$.
 - (b) Démontrer que : $x + y = ((x \longrightarrow 0) \longrightarrow y)$,
puis que : $\bar{x} \bar{y} = (((x \longrightarrow 0) \longrightarrow y) \longrightarrow 0)$.
 - (c) Déduire des questions précédentes une écriture de A à l'aide des variables a , b , c de la constante 0 et du seul opérateur « implication » [les opérateurs $+$, $.$, complémentation, sont exclus].

Exercice 2 - Adapté de BTS Services informatiques aux organisations, Mai 2013, Métropole

Le but de cet exercice est d'étudier la dépréciation d'un modèle d'ordinateur en fonction du temps écoulé, exprimé en trimestres, depuis sa mise sur le marché.

L'entreprise conceptrice de ce modèle souhaite déterminer l'évolution trimestrielle du prix de vente de cet ordinateur, exprimé en euros. On appelle n le nombre de trimestres écoulés depuis la mise sur le marché de ce produit. Ainsi, à la mise sur le marché, on a $n = 0$.

Deux modélisations ont été retenues par cette entreprise.

Partie A : 1^{re} modélisation

Le prix de vente initial à la mise sur le marché de ce modèle d'ordinateur est de 795 €. Chaque trimestre, le prix de vente de ce modèle diminue de 10 % en raison des progrès technologiques.

On note (u_n) la suite telle que, pour tout entier naturel n , u_n désigne le prix de vente, exprimé en euros, de ce modèle d'ordinateur, n trimestres après sa mise sur le marché.

1. Donner u_0 puis calculer u_1 et u_2 .
2. Déterminer la nature de la suite (u_n) et préciser ses éléments caractéristiques.
3. Résoudre l'inéquation $795 \times 0,9^x < 300$. En déduire le nombre de trimestres minimum à partir duquel le prix de vente d'un tel ordinateur devient strictement inférieur à 300 €.

Partie B : 2^e modélisation

Le prix de vente, exprimé en euros, de ce modèle d'ordinateur au bout de n trimestres écoulés depuis sa mise sur le marché, noté v_n est donné par :

$$v_n = 525e^{-0,25n} + 270.$$

1. Vérifier que le prix de vente de ce modèle d'ordinateur à sa mise sur le marché est de 795 €.
2. Déterminer le nombre minimal de trimestres écoulés depuis sa mise sur le marché à partir duquel le prix de vente de ce modèle d'ordinateur deviendra inférieur ou égal à 300 €.

Partie C : comparaison des deux modèles

1. Déterminer les prix de vente, dans chacune des modélisations, 5 trimestres après la mise sur le marché du modèle d'ordinateur.
2. Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$. En déduire, à très long terme, laquelle des deux modélisations donne le prix de vente le plus bas.