Exercice 1 - Tiré de Métropole, Septembre 2011

Le tableau ci-dessous retrace, sur une dizaine d'années, l'évolution de la consommation moyenne de yaourts, en kg par personne et par an, en France.

Année	1998	2000	2002	2004	2006	2008
Consommation de yaourts en kg par personne	19,4	19,9		21	21,6	21,8

Source : INSEE

1. La consommation de yaourts de 2000 ayant augmenté de 2,5 % entre 2000 et 2002 a été multipliée par $1 + 2,5\ \% = 1,025$.
   Valeur de 2002 $= 1,025 \times$ Valeur de 2000 $= 1,025 \times 19,9 \approx 20,4$
   La consommation de yaourts en 2002 est d'environ $\boxed{\text{20,4 kg}}$.
2. Le taux d'évolution entre 1998 et 2008 vaut $\dfrac{\text{Valeur de 2008} - \text{Valeur de 1998}}{\text{Valeur de 1998}} = \dfrac{21,8 - 19,4}{19,4} \approx 0,124$. Le taux d'évolution est de $\boxed{\text{12,4 \%}}$.
3. Soit t le taux d'évolution annuel moyen.

$$\begin{tikzcd}
1998 \arrow[r, bend left, "+t"] & 1999 \arrow[r, bend left, "+t"] & 2000 \arrow[r, bend left, "+t"] & 2001 \arrow[r, bend left, "+t"] & 2002 \arrow[r, bend left, "+t"] & 2003 \arrow[r, bend left, "+t"] & 2004 \arrow[r, bend left, "+t"] & 2005 \arrow[r, bend left, "+t"] & 2006 \arrow[r, bend left, "+t"] & 2007 \arrow[r, bend left, "+t"] & 2008
\end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd}
1998 \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] \arrow[rrrrrrrrrr, bend right, "\times(1+t)^{10}"'] & 1999 \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & 2000 \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & 2001 \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & 2002 \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & 2003 \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & 2004 \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & 2005 \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & 2006 \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & 2007 \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & 2008
\end{tikzcd}$$

   Entre 1998 et 2008, il y a eu dix évolutions, la consommation de yaourts a été multipliée par $(1+t)^{10}$. D'après la question précédente, le coefficient multiplicateur global est $1,124$.
   Donc $(1+t)^{10} = 1,124$.
   C'est équivalent à $1 + t = 1,124^{\frac{1}{10}}$.
   En enlevant 1 de chaque côté, cela donne $t = 1,124^{\frac{1}{10}} - 1 \approx 0,012$.
   Le taux d'évolution annuel moyen est de $\boxed{\text{1,2 \%}}$.

Exercice 2 - Antilles-Guyanne, Juin 2012

Entre 2009 et 2010 une entreprise a vu son chiffre d'affaire diminuer de 23 %.
Entre 2010 et 2011 son chiffre d'affaires à augmenté de 6,15 %.
En 2009 le chiffre d'affaires était de 572 128 €.

1. On doit multiplier le chiffre d'affaires de 2009 pour obtenir le chiffre d'affaires de 2010 par $\boxed{\text{b. 0,77}}$.
   Le coeffficient multiplicateur est $(1+t)$ ici $t = -0,23$ car il s'agit d'une diminution.
2. Le taux d'évolution entre 2011 et 2012 pour que le chiffre d'affaires de 2012 soit le même que celui de 2010 est $\boxed{\text{b. -5,79 \%}}$
   Appelons t est le taux d'évolution entre 2011 et 2012, et voyons plusieurs méthodes :

(a) En calculant les chiffres d'affaires intermédiaires (attention à ne pas arrondir les calculs intermédiaires pour ne pas avoir d'erreur d'arrondi)

$$\begin{tikzcd} 2009 \arrow[r, bend left, "-23\%"] & 2010 \arrow[r, bend left, "+6{,}15\%"] & 2011 \arrow[r, bend left, "+t"] & 2012 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} 2009 \arrow[r, bend left, "\times 0{,}77"] & 2010 \arrow[r, bend left, "\times 1{,}0615"] & 2011 \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & 2012 \end{tikzcd}$$

Ainsi le chiffre d'affaires de 2010 est de $0,77 \times 572\ 128$ € $= 440\ 538,56$ €.

Le chiffre d'affaires de 2011 est donc de $1,0615 \times 440\ 538,56$ € $= 467\ 631,6814$ €

On veut que le chiffre d'affaires de 2012 soit le même que celui de 2010, c'est à dire $440\ 538,56$ €. Donc le taux d'évolution 2011-2012 vaut $\frac{440\ 538{,}56-467\ 631{,}6814}{467\ 631{,}6814} \approx 0,0579$ soit $5,79\%$.

(b) Sans calculer de chiffre d'affaires :

$$\begin{tikzcd} 2010 \arrow[r, bend left, "+6{,}15\%"] \arrow[rr, bend right, "+0"'] & 2011 \arrow[r, bend left, "+t"] & 2012 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} 2010 \arrow[r, bend left, "\times 1{,}0615"] \arrow[rr, bend right, "\times 1"'] & 2011 \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & 2012 \end{tikzcd}$$

On veut que les chiffres d'affaires de 2010 et de 2012 soient égaux. Donc le t que l'on cherche est, si l'on se rappelle les cours de 1STG, le taux réciproque du taux $6,15\%$. Le mieux n'est pas de retenir la formule, mais de refaire le raisonnement :

Puisque les chiffres d'affaires sont égaux, c'est que le coefficient multiplicateur entre 2010 et 2012 vaut 1 ! Mais le coefficient multiplicateur entre 2010 et 2012, c'est aussi $(1,0615)\times(1+t)$ (puisque les coefficients multiplicateurs 2010/2011 et 2011/2012 se multiplient entre eux).

On veut donc trouver t pour que $(1,0615)(1+t) = 1$.
En divisant de chaque côté par $1,0615$ il vient $1+t = \frac{1}{1{,}0615}$.
En retranchant 1 de chaque côté il vient enfin $t = \frac{1}{1{,}0615} - 1 \approx 0,0579$.

3. Le taux d'évolution global entre 2009 et 2011 est $\boxed{\text{d. -18,26 \%}}$

   C'est le même genre de schéma que précédemment : les coefficients multiplicateurs 2009/2010 et 2010/2011 se multiplient entre eux pour donner le coefficient 2009/2011 qui est donc de $(1-0,23)(1+0,0615) = 0,817355$.

   Si on appelle t le taux 2009/2011, on a donc $1+t = 0,817355$.
   En retranchant 1 de chaque côté, il vient $t \approx -0,1826$

4. Le taux moyen semestriel entre 2009 et 2010 est $\boxed{\text{c. -12,25 \%}}$

   Il faut faire attention à ce qu'on demande : on demande un taux semestriel. Il y a bien sûr 2 semestres par an, donc si on appelle t le taux moyen semestriel, on a le schéma suivant :

$$\begin{tikzcd} \text{2009 sem 1} \arrow[r, bend left, "+t"] \arrow[rr, bend right, "-23\%"'] & \text{2009 sem 2} \arrow[r, bend left, "+t"] & \text{2010 sem 1} \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} \text{2009 sem 1} \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] \arrow[rr, bend right, "\times 0{,}77"'] & \text{2009 sem 2} \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & \text{2010 sem 1} \end{tikzcd}$$

   On a donc comme précédemment $(1+t)^2 = 0,77$.
   C'est équivalent à $1+t = 0,77^{\frac{1}{2}}$ (Remarque : $0,77^{\frac{1}{2}} = \sqrt{0,77}$).
   D'où $t = \sqrt{0,77} - 1 \approx -0,1225$