Exercice 1 — 4,5 points

1. L'action de juin 2000 ayant baissé de 11,6 % entre juin et juillet, elle a été multipliée par :
   $1 + (-11,6\ \%) = 1 - 0,116 = 0,884$.
   Valeur de juillet $= 0,884 \times$ Valeur de juin $= 0,884 \times 127 = 112,268$
   En arrondissant au centime, la valeur de l'action en juillet est de 112,27 € : $\boxed{\text{réponse d}}$.
2. L'action de septembre ayant baissé de 8 % entre septembre et octobre, elle a été multipliée par :
   $1 + (-8\ \%) = 1 - 0,08 = 0,92$. On peut faire le schéma suivant :

   $$action_{septembre} \xrightarrow{\times 0,92} 97$$

   On en déduit donc :

   $$\begin{aligned} 97 &= action_{septembre} \times 0,92 && \text{On divise par } 0,92 \text{ de chaque côté} \\ \frac{97}{0,92} &= action_{septembre} && \text{On donne une valeur approchée au centime} \\ 105,43 &\approx action_{septembre} \end{aligned}$$

   C'est donc $\boxed{\text{la réponse b}}$.
3. Le taux d'évolution entre janvier et octobre vaut :
   $\dfrac{\text{Valeur de octobre } - \text{Valeur de janvier}}{\text{Valeur de janvier}} = \dfrac{97-258}{258} \approx -0,6240$.
   Le taux d'évolution est d'environ -62,4 % : $\boxed{\text{réponse a}}$.
4. Soit t le taux d'évolution mensuel moyen.

   $$\begin{tikzcd}[column sep=small] \text{janvier} \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] \arrow[rrrrrrrrr, bend right, "\times(1+t)^9"'] & \text{février} \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & \text{mars} \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & \text{avril} \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & \text{mai} \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & \text{juin} \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & \text{juillet} \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & \text{août} \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & \text{septembre} \arrow[r, bend left, "\times(1+t)"] & \text{octobre} \end{tikzcd}$$

   Entre janvier et octobre, il y a eu neuf évolutions, la valeur de l'action a été multipliée par $(1+t)^9$.
   D'après la question précédente, le coefficient multiplicateur global est $1 + (-62,4\ \%) = 0,376$.
   Donc $(1+t)^9 = 0,376$.
   C'est équivalent à $1 + t = 0,376^{\frac{1}{9}}$.
   En enlevant 1 de chaque côté, cela donne $t = 0,376^{\frac{1}{9}} - 1 \approx -0,103$.
   Le taux d'évolution annuel moyen est d'environ -10,3 % : $\boxed{\text{réponse d}}$.
5. Si on prend comme base 100 la valeur de l'action au mois de janvier, on a alors un calcul de proportionnalité à effectuer :

Mois	janvier	août
Valeur de l'action	258	109
Indice de la valeur de l'action	100	?

   Ainsi l'indice de la valeur de l'action en août par rapport à la valeur de l'action en janvier se calcule par un produit en croix : $I_{\text{août/janvier}} = \dfrac{100 \times 109}{258} \approx 42,2$: $\boxed{\text{réponse a}}$.

Exercice 2 **4 points**

Partie A : première hypothèse

1. Pour avoir une formule recopiable, il suffit de formuler la case C3 en fonction de la case C2. Puisque son chiffre d'affaires augmente de 75€ chaque mois, il suffit d'ajouter 75 à C2 pour avoir C3. Donc une formule est $\boxed{\text{=C2 + 75}}$.
   On peut aussi se rendre compte que la suite des chiffres d'affaires est arithmétique, donc la valeur au mois associé à n vaut $600 + 75n$ c'est à dire qu'on peut aussi entrer $\boxed{\text{=600 + 75 * B3}}$ (ou $\boxed{\text{=\$C\$2 + 75 * B3}}$)
2. Pauline peut espérer obtenir un chiffre d'affaires de $\boxed{\text{1 200€}}$ en septembre et de $\boxed{\text{1 275€}}$ en octobre.

Partie B : seconde hypothèse

1. (a) L'énoncé fait l'hypothèse que chaque année, le chiffre d'affaires de Pauline augmente de 9 %. Ainsi, pour aller de u_n à u_{n+1}, il y a un taux d'évolution de 9 %, qui correspond donc à un coefficient multiplicateur de 1 + 9 % = 1 + 0,09 = 1,09. On vient de démontrer que (u_n) est une suite géométrique de raison 1,09 et de premier terme $u_0 = 600$.
   (b) On peut donc écrire $u_n = u_0 \times raison^n = \boxed{600 \times 1,09^n}$.
   (c) En utilisant le résultat précédent, on peut calculer $u_8 = 600 \times 1,09^8 \approx \boxed{1195,54}$;
   $u_9 = 600 \times 1,09^9 \approx \boxed{1303,14}$.
2. Remplissons le tableau de l'annexe et regardons où Pauline fait le meilleur chiffre d'affaires à chaque fois. Pour cela, on rentrera dans la calculatrice $Y1 = 600 + X * 75$ et $Y2 = 600 * 1,09 \wedge X$, et on regardera la table de valeurs.
   On s'aperçoit donc que pour $n = 0$ les deux hypothèses sont équivalentes, pour $1 \leq n \leq 8$, l'hypothèse de la partie A est meilleure, et pour $n \geq 9$, l'hypothèse de la partie B est meilleure.

Partie C : calcul du bénéfice

Les bénéfices valent les recettes moins les dépenses, c'est à dire ici le chiffre d'affaires de l'hypothèse B moins les charges. On peut donc rentrer dans E2 la formule $\boxed{= D2 - 850}$.

Exercice 3 **4 points**

1. Cf. annexe.
2. Les points du nuage sont presque alignés, on peut donc envisager un ajustement affine.
3. Calculons les coordonnées du point moyen G de cette série statistique. Le point moyen a pour coordonnées $(\overline{x}\ ;\ \overline{y})$:
   $\overline{x} = \dfrac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4$
   $\overline{y} = \dfrac{975 + 1\ 025 + 1\ 100 + 1\ 225 + 1\ 275 + 1\ 350 + 1\ 450}{7} = 1200$
   Les coordonnées de G sont : $\boxed{(4\ ;\ 1200)}$
4. (a) L'outil droite de régression de la calculatrice donne pour équation $\boxed{y = 80,4x + 878,6}$.
   (b) Afin de tracer $\mathcal{D}$, on a besoin de deux points. On sait déjà que $G \in \mathcal{D}$ (puisque c'est la droite de régression ; si on a oublié ce fait, on peut trouver un autre point sur $\mathcal{D}$). On n'a donc besoin que d'un point supplémentaire.
   Si je choisis $x = 0$, je calcule alors $y = 80,4 \times 0 + 878,6 = 878,6$. Je sais donc que le point $(0; 878,6)$ est également sur $\mathcal{D}$. Je n'ai plus qu'à relier. Cf. annexe.

5. (a) Si on a tracé le graphique en paysage, on pouvait lire graphiquement le nombre de spectateurs prévus le dixième jour (à condition de bien prendre 800 tout en bas du graphique, cf. annexe).
Si on a tracé en portrait, cela dépasse du graphique et il faut faire un calcul. On connaît le numéro du jour, représenté par x. On calcule donc $y = 80,4 \times 10 + 878,6 \approx 1\ 683$.
Le directeur peut prévoir $\boxed{1\ 683}$ spectateurs le dixième jour de représentation du spectacle.
   (b) Cette fois-ci, le graphique nous est inutile puisque le 2 000 dépasse très lagement de ce qui est visible. y correspond au nombre de spectateurs, on veut donc résoudre :

$$\begin{array}{rl}
y \geq 2000 & \\
& \text{On remplace à l'aide de l'ajustement} \\
80,4x + 878,6 \geq 2000 & \\
& -878,6 \\
80,4x \geq 1121,4 & \\
& \div 80,4 \\
x \geq \dfrac{1121,4}{80,4} & \\
& \text{On donne une valeur approchée} \\
x \geq 13,95 &
\end{array}$$

Le premier entier plus grand que $13,95$ est 14. Donc la salle affichera complet $\boxed{\text{le } 14^{\text{e}} \text{ jour}}$.
Ce jour-là, il y aurait du y avoir $y = 80,4 \times 14 + 878,6 \approx 2\ 004$ spectateurs. Le directeur devra donc refuser $\boxed{4 \text{ personnes}}$.

Exercice 4 **2,5 points**

1. Dans l'équation $y = x - 2$, le coefficient directeur est 1 et l'ordonnée à l'origine est -2. Graphiquement on voit tout de suite qu'il n'y a qu'une seule droite qui a pour ordonnée à l'origine -2 (qui passe par le point $(0; -2)$) : c'est $\boxed{\text{la droite } (D_2)}$.
2.
   - Les points qui vérifient $x \geq 3$ sont à droite de l'abscisse 3, je hachure à gauche de la droite (D_3).
   - Les points qui vérifient $y \leq 3$ sont en-dessous de l'ordonnée 3, je hachure au-dessus de la droite (D_1).
   - $y \leq x - 2$: on a vu que cette équation était liée à (D_2). Pour savoir quel côté hachurer, je choisis un point qui n'est pas sur (D_2). Par exemple le point $O(0; 0)$. Pour ce point $y_O = 0$ qui est supérieur à $x_O - 2 = -2$. Ainsi O ne respecte pas l'inégalité, il faut hachurer de ce côté de (D_2).
   - $2x + y \geq 0$: cela correspond à l'équation $2x + y = 0$ c'est à dire $y = -2x$. On voit que c'est l'équation de (D_4). Pour savoir quel côté hachurer, je choisis un point qui n'est pas sur (D_4). Par exemple le point $P(1; 1)$. Pour ce point $2x_P + y_P = 3$ qui est supérieur à 0. Ainsi P ne respecte pas l'inégalité, il faut hachurer de ce côté de (D_4).

   Cf. annexe.

Exercice 5 **5 points**

Partie A

1. (a) D'après le graphique, la production de 40 kg de la substance coûte $\boxed{300€}$ à l'usine et la production de 80 kg lui coûte $\boxed{720€}$.
   (b) D'après le graphique, la production maximale pour laquelle le coût n'excède pas 340€ est de $\boxed{45 \text{ kg}}$.
2. (a) La fonction g est affine (elle est même linéaire), sa représentation graphique est donc une droite. Prenons deux points :
Si je choisis $x = 0$, je calcule alors $g(0) = 9 \times 0 = 0$. Je sais donc que le point $(0; 0)$ est sur $\mathcal{C}_g$.
Si je choisis $x = 20$, je calcule alors $g(20) = 9 \times 20 = 180$. Je sais donc que le point $(20; 180)$ est également sur $\mathcal{C}_g$. Je n'ai plus qu'à relier. Cf. annexe.

(b) Pour qu'il y ait un bénéfice positif, il faut qu'il y ait plus de recettes que de dépenses. Donc que la courbe de g soit au-dessus de la courbe de f. Graphiquement, on voit que c'est pour une quantité produite et vendue $\boxed{\text{comprise entre 20 kg et 80 kg}}$.

Partie B

1. Le bénéfice vaut les recettes (dont la valeur est $g(x)$) moins les dépenses (dont la valeur est $f(x)$). C'est-à-dire ici :
   $B(x) = g(x) - f(x) = 9x - (0,075x^2 + 1,5x + 120) = 9x - 0,075x^2 - 1,5x - 120 = -0,075x^2 + 7,5x - 120$.
   On retrouve bien la valeur donnée par l'énoncé.
2. Nous voulons dériver $B(x) = -0,075x^2 + 7,5x - 120$.

$$B(x) = -0,075 \times x^2 + 7,5 \times x - 120.$$

$$B'(x) = -0,075 \times 2x + 7,5 \times 1 - 0.$$

$$\boxed{B'(x) = -0,15x + 7,5}.$$

1 : Ecrire chaque terme de B comme produit d'une constante par une fonction de référence.

2 : Dériver : dans chaque terme garder la constante et dériver la fonction de référence.

3 : Simplifier.

3. Etude du signe :

Place du $+$:

$$\begin{aligned} -0,15x + 7,5 &> 0 \\ -0,15x &> -7,5 && \text{(}-7,5\text{)} \\ x &< \frac{-7,5}{-0,15} && \div(-0,15) \\ x &< 50 && \text{Simplification} \end{aligned}$$

Place du $-$: De la même manière :

$$\begin{aligned} -0,15x + 7,5 &< 0 \\ x &> 50 \end{aligned}$$

Place du 0 : De la même manière :

$$\begin{aligned} -0,15x + 7,5 &= 0 \\ x &= 50 \end{aligned}$$

Ainsi le tableau de signes de $B'(x)$ est le suivant sur $[0 \ ; \ 90]$:

x	0		50		90
Sgn. $B'(x)$		+	0	−	

La fonction B est croissante là où sa dérivée est positive, décroissante là où sa dérivée est négative. A l'aide du tableau de signes de B', on en déduit donc le tableau de variations suivant (on a complété les valeurs à l'aide de la calculatrice) :

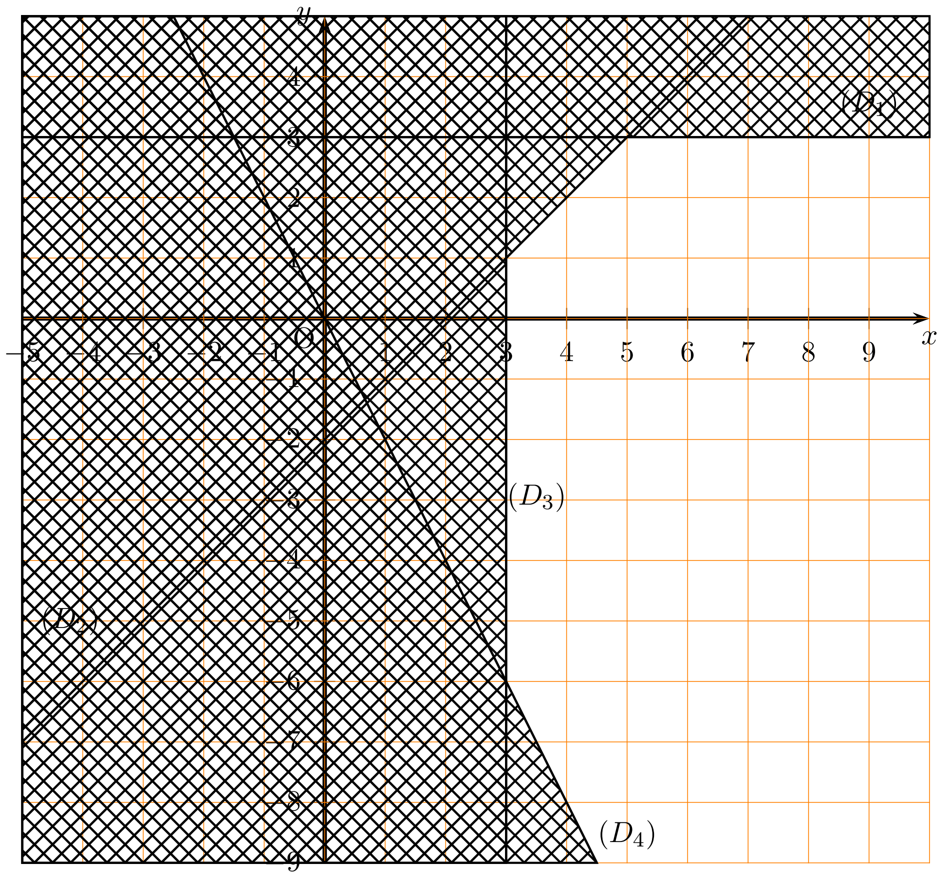
x	0		50		90
Var $B(x)$	-120	↗	$67,5$	↘	$-52,5$

4. On voit sur le tableau que l'atelier doit produire et vendre $\boxed{\text{50 kg de substance}}$ pour réaliser un bénéfice maximal. Ce bénéfice maximal est de $\boxed{\text{67,5 €}}$.

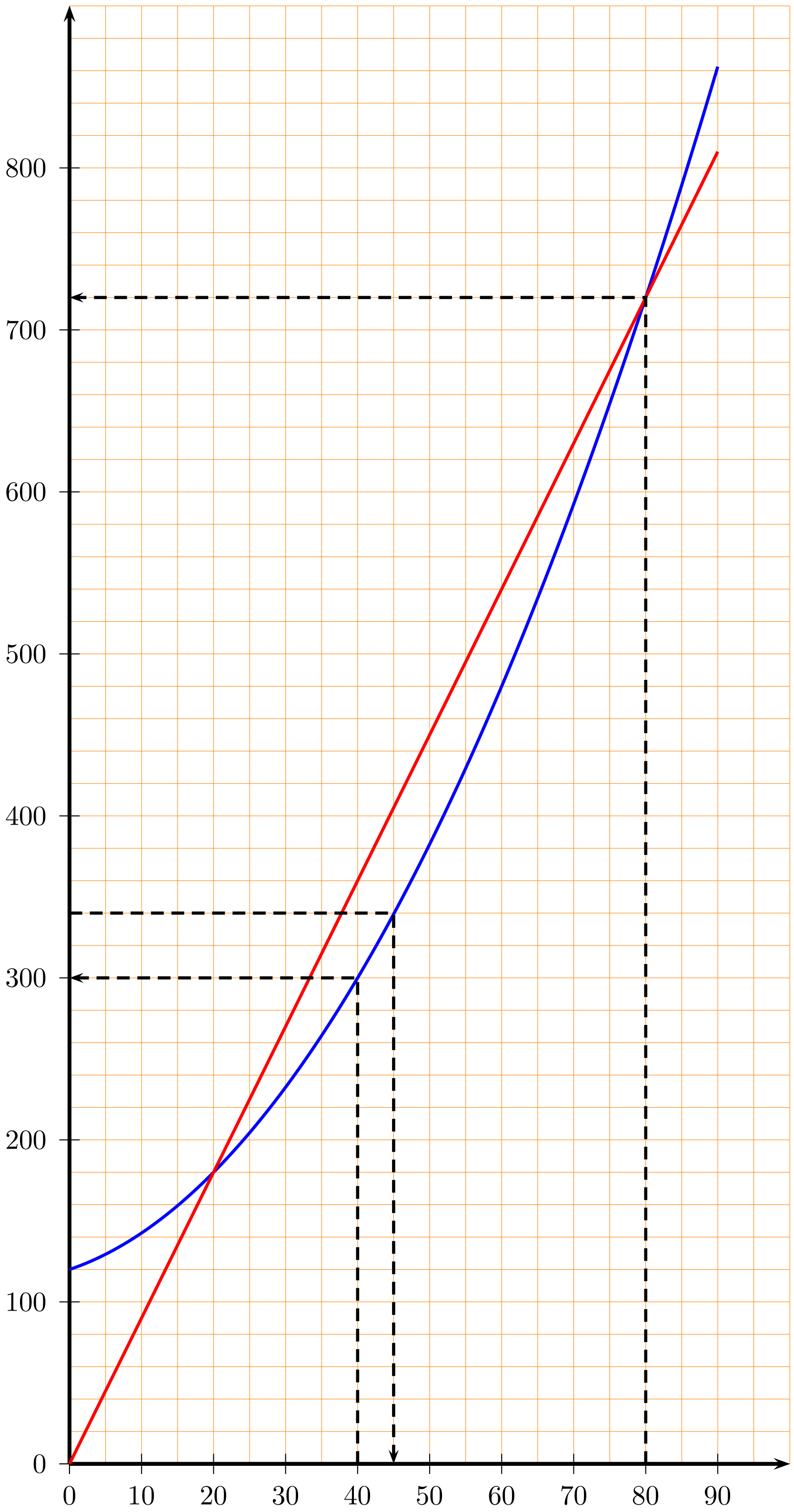
Annexe à l'exercice 2

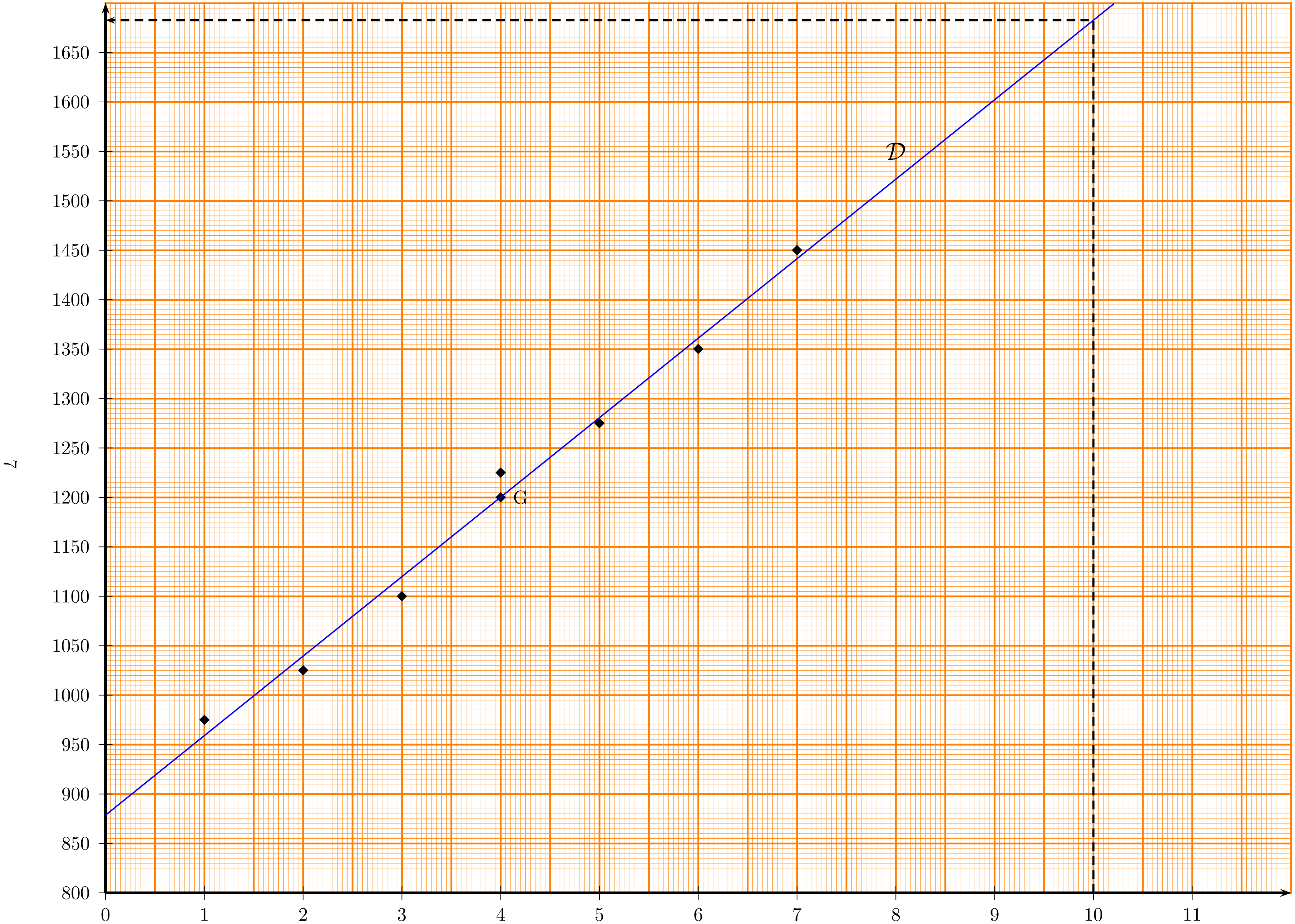
	A	B	C	D	E
1	mois	valeur de n	1$^{\text{re}}$ hypothèse	2$^{\text{e}}$ hypothèse	bénéfices mensuels
2	janvier	0	600	600,00	$-250,00$
3	février	1	675	654,00	
4	mars	2	750	712,86	
5	avril	3	825	777,02	
6	mai	4	900	846,95	
7	juin	5	975	923,17	
8	juillet	6	1 050	1 006,26	
9	août	7	1 125	1 096,82	
10	septembre	8	1 200	1 195,54	
11	octobre	9	1 275	1 303,14	
12	novembre	10	1 350	1 420,42	
13	décembre	11	1 425	1 548,26	
14	janvier	12	1 500	1 687,60	
15	février	13	1 575	1 839,48	
16	mars	14	1 650	2 005,04	
17	avril	15	1 725	2 185,49	
18	mai	16	1 800	2 382,18	
19	juin	17	1 875	2 596,58	

Annexe à l'exercice 4
À compléter et à rendre avec la copie



Annexe à l'exercice 5
À compléter et à rendre avec la copie





1650
1600
1550
1500
1450
1400
1350
1300
1250
1200
1150
1100
1050
1000
950
900
850
800
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
$\mathcal{D}$
G