Correction du Bac blanc

Exercice 1 :

1) Réponse b) $y = 4$ En effet c'est une droite horizontale qui admet 4 pour ordonnée à l'origine.
2) Réponse c) $y = x - 3$
   En effet c'est une droite qui monte (donc coefficient directeur positif) et d'ordonnée à l'origine -3)
3) Réponse a) $y = -2x + 12$
   En effet c'est une droite admettant pour coefficient directeur -2 et passant par le point de coordonnées (6 ; 0).
4) Réponse b) $\begin{cases} x > 1 \\ y < 4 \\ y > x - 3 \\ y < -2x + 12 \end{cases}$

Exercice 2 :

Partie 1 :

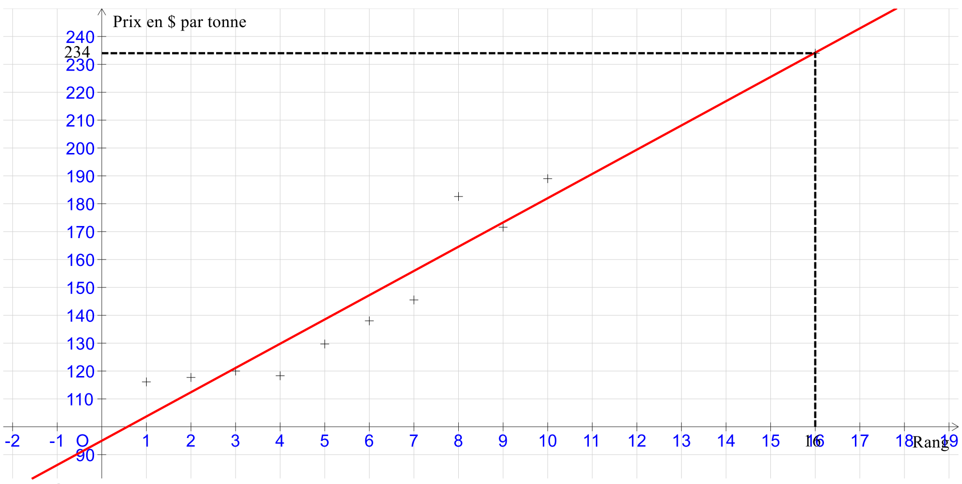
1) $\frac{117,7-116,1}{116,1} \approx 0,014 \approx 1,4\%$
   Le taux d'évolution du prix du blé entre le 1er trimestre 2005 et le 2e trimestre 2005 est donc de 1,4%

2) a) $\frac{189-116,1}{116,1} \approx 0,628 \approx 62,8\%$
   Le taux d'évolution global du prix du blé entre le 1er trimestre 2005 et le 2e trimestre 2007 est de 62,8%

   b) Entre le 1er trimestre 2005 et le 2e trimestre 2007, il y a neuf trimestres.
   $(1+t_M)^9 = 1 + \frac{62,8}{100}$
   $(1+t_M)^9 = 1,628$
   $1 + t_M = 1,869^{\frac{1}{9}}$
   $t_M = 1,628^{\frac{1}{9}} - 1$
   $t_M \approx 0,056$
   $t_M \approx 5,6\%$
   Entre le 1er trimestre 2005 et le 2e trimestre 2007 , le prix du blé à augmenté en moyenne de 5,6% par trimestre.

Partie 2 :

1) D'après la calculatrice, la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés est :
   $y = 8,70x + 94,97$

2) 

3) Le 4ème trimestre de 2008 correspond à $x = 16$. Graphiquement, si $x = 16$ alors $y \approx 234$
   On peut donc à l'aide de cette droite, estimer le prix du blé au 4ème trimestre de 2008 à 234$

Partie 3 :

1) Augmenter une quantité de 5% revient à multiplier cette quantité par 1,05. Par conséquent dans la cellule C12, il faut rentrer la formule : " $= C11 * 1{,}05$".

2) a) La valeur dans la cellule C12 est donnée par : $189 \times 1{,}05 = 198{,}45$

   b) La cellule C17 se situe 5 lignes en dessous de la cellule C12, par conséquent la valeur dans cette cellule est donnée par : $189 \times 1{,}05^6 = 253{,}3$

Exercice 3 :

1) Dans la cellule B3, il faut entrer la formule : " $= B2 + 200$" pour obtenir par recopie vers le bas, les valeurs des termes de la suite (U_n), étant donné que pour passer d'un terme au suivant on ajoute 200.
   Dans la cellule C3, il faut entrer la formule : " $= C2 * 1{,}03$" pour obtenir par recopie vers le bas, les valeurs des termes de la suite (V_n), étant donné que pour passer d'un terme à l'autre on augmente de 3%

2) a) Pour la suite (U_n), on passe toujours d'un terme au suivant en ajoutant 200, par conséquent la suite (U_n) est suite arithmétique de raison 200 et de premier terme $U_0 = 100$.

   b) Pour la suite (V_n), on passe toujours d'un terme au suivant en ajoutant 3% et donc par conséquent en multipliant par $1{,}03$, par conséquent la suite (V_n) est suite géométrique de raison $1{,}03$ et de premier terme $V_0 = 2000$.

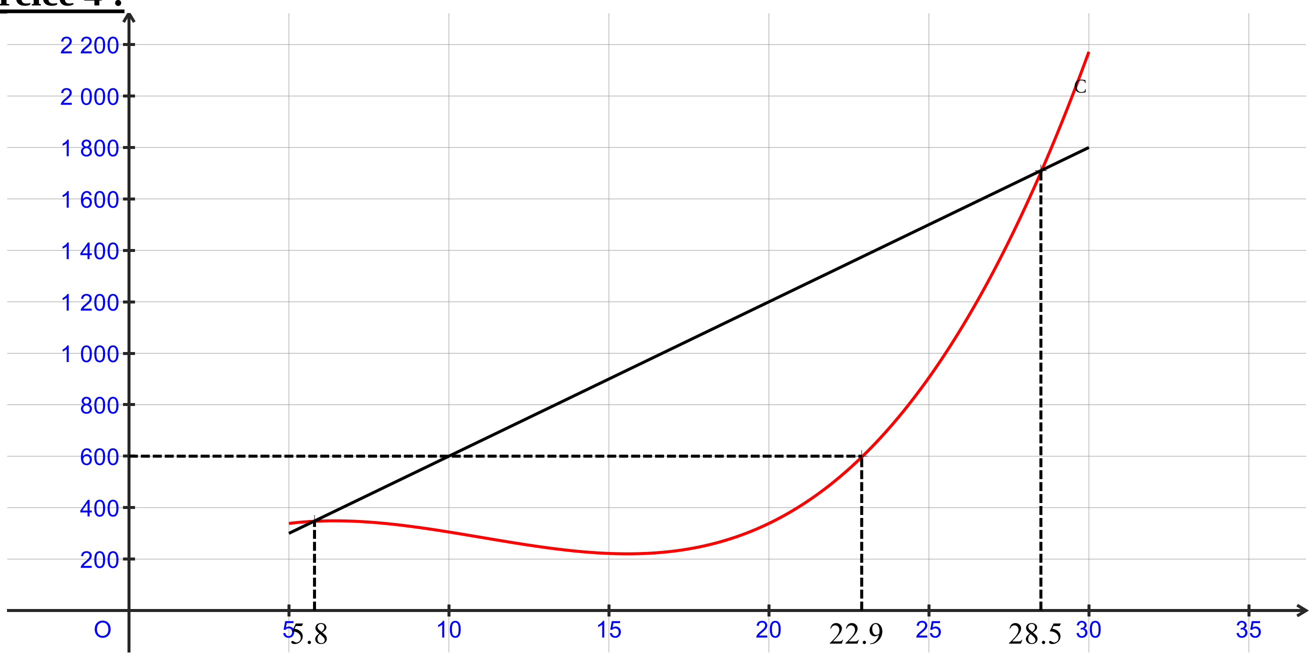
3) Les capitaux acquis par Ulysse et Victor à l'âge de 5 ans correspondent respectivement aux termes U_5 et V_5. D'après le tableau de l'énoncé, on a $U_5 = 1100$ et $V_5 = 2185{,}45$. Il apparait clairement qu'a cette âge, Victor est environ deux fois plus riche qu'Ulysse par conséquent l'affirmation est vraie.

4) a) (U_n) étant une suite arithmétique de raison 200 et de premier terme $U_0 = 100$.
   On a alors : $U_n = U_0 + 200 \times n$, ce qui donne $U_n = 100 + 200n$

   (V_n) étant suite géométrique de raison $1{,}03$ et de premier terme $V_0 = 2000$.
   On a alors $V_n = V_0 \times 1{,}03^n$, ce qui donne $V_n = 2000 \times 1{,}03^n$

   b) Les capitaux acquis par Ulysse et Victor à l'âge de 18 ans correspondent respectivement aux termes U_{18} et V_{18}.
   $U_{18} = 100 + 200 \times 18 = 3700$ $\qquad$ $V_{18} = 2000 \times 1{,}03^{18} \approx 3404{,}87$
   Il apparait clairement que seul Ulysse disposera d'un capital supérieur à 3500€. Par conséquent, seul Ulysse pourra acheter la moto.

Exercice 4 :



Partie A : étude du prix de revient moyen.

1) Le prix de revient moyen d'un kg de produit lorsqu'on en fabrique 5 kg par semaine est donné par : $U(5) = \frac{1}{3}5^3 - 11 \times 5 + 100 + \frac{72}{5} \approx 101{,}07$ ce prix est donc de 101,07€.

2)

x	5	10	15	16,5	17	18,5	20	25	30
$U(x)$	101,07	330,53	1064,80	1420,24	1554,90	1850,00	2550,27	5036,21	8772,40

Partie B : étude graphique du bénéfice :

Le laboratoire s'intéresse maintenant au coût total de production, exprimé en euros et modélisé par la fonction C dont l'expression est

$$C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 11x^2 + 100x + 72 \qquad \text{où } x \text{ appartient à l'intervalle } [5; 30].$$

La courbe représentative de la fonction C sur l'intervalle $[5; 30]$ est donnée en annexe.

1) Par lecture graphique, le coût total de production est de 600 € pour une production de 22,9kg.

2) a) Chaque kilo de produit étant vendu 60€, la recette engendrée par la vente de x kilo de produit est : $R(x) = 60x$

c) Pour réaliser un bénéfice, la recette doit être supérieure aux coûts de production. Par lecture graphique, on peut donc estimer que la quantité de produit à vendre doit se trouver dans l'intervalle]5,8 ; 28,5[pour que l'entreprise réalise un bénéfice.

Partie C : étude algébrique du bénéfice :

1) D'après la calculatrice, il semblerait que la fonction B soit croissante sur l'intervalle [5 ; 20], puis décroissante sur l'intervalle [20 ; 30].

2) $B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 11x^2 - 40x - 72$ on a donc :

$B'(x) = -\frac{1}{3} \times 3x^2 + 11 \times 2x - 40 \times 1 - 0$

$B'(x) = -x^2 + 22x - 40$

De plus : $-(x-2)(x-20) = -(x^2 - 20x - 2x + 40)$

$= -x^2 + 22x - 40$

$= B'(x)$

On a donc bien montré que $B'(x) = -(x-2)(x-20)$.

3) Pour étudier les variations de B sur l'intervalle $[5; 30]$, il est nécessaire d'étudier le signe de $B'(x)$.

Valeurs de x	5		20		30
Signe de $(x-2)$		+		+	
Signe de $(x-20)$		-	0	+	
Signe de $B'(x) = -(x-2)(x-20)$		+	0	-	
Variations de $B(x)$	-38,67	↗	861,33	↘	-372

$(x-2) = 0$ équivaut à $x = 2$
2 n'appartient pas à $[5; 30]$

$(x-2) > 0$ équivaut à $x > 2$
donc $(x-2) > 0$ *sur* $[5; 30]$

$(x-20) = 0$ équivaut à $x = 20$

$(x-20) > 0$ équivaut à $x > 20$

$B(x) = -\frac{1}{3} \times 5^3 + 11 \times 5^2 - 40 \times 5 - 72$
$B(x) \approx -38{,}67$

$B(x) = -\frac{1}{3} \times 20^3 + 11 \times 20^2 - 40 \times 20 - 72$
$B(x) \approx 861{,}33$

$B(x) = -\frac{1}{3} \times 30^3 + 11 \times 30^2 - 40 \times 30 - 72$
$B(x) = -372$

4) a) Par lecture du tableau de variations précédent, il est nécessaire de produire 20kg de produit pour avoir un bénéfice maximal, ce bénéfice est alors de 861,33€.

b) L'objectif de vente est fixé entre 15 kg et 24 kg, par conséquent x varie dans l'intervalle [15 ; 24].
Sur cet intervalle, d'après le tableau de variations précédent, la fonction est croissante sur [15 ; 20] puis décroissante sur [20 ; 24]. Le minimum de la fonction B se situe donc pour $x = 15$ ou pour $x = 24$.
On a $B(15) = 678$ et $B(24) = 696$.
Il apparait donc que le bénéfice minimum envisageable est de 678 € , atteint pour 15 kg de produit.