Partie A

1. Pour regarder où $f(x) = 0$, il faut regarder où la courbe de f coupe l'axe des abscisses (car $(x; 0) \in \mathcal{C} \Leftrightarrow f(x) = 0$).
   On voit donc que l'équation $f(x) = 0$ a $\boxed{\text{deux solutions}}$ (environ 1 et $3,5$).
2. On sait que $f'(x)$ est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}$ au point de $\mathcal{C}$ d'abscisse x.
   Chercher où $f'(x) = 0$ revient donc à chercher où la tangente à $\mathcal{C}$ a un coefficient directeur nul, c'est à dire où cette tangente est parallèle à l'axe des abscisses (donc horizontale ici).
   On voit graphiquement que la tangente est horizontale en $x = 2$ donc $\boxed{\mathcal{S} = \{2\}}$.
3. $f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}$ au point de $\mathcal{C}$ d'abscisse 1. C'est donc le coefficient directeur de la droite tracée en pointillés.
   Pour avoir le coefficient directeur d'une droite, il suffit de prendre deux points A et B et d'appliquer la formule $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
   Les points $A(0; 2)$ et $B(1; 0)$ sont sur la droite, donc le coefficient directeur vaut $\dfrac{0-2}{1-0} = \boxed{-2}$.

Partie B

1. Nous voulons dériver $f(x) = 2x - 2 - 4\ln(x)$.

   $$f(x) = 2 \times x - 2 - 4 \times \ln(x).$$
   $$f'(x) = 2 \times 1 - 0 - 4 \times \frac{1}{x}$$
   $$\boxed{f'(x) = 2 - \frac{4}{x}}.$$

   1 : Ecrire chaque terme de f comme produit d'une constante par une fonction de référence.

   2 : Dériver : dans chaque terme garder la constante et dériver la fonction de référence.

   3 : Simplifier.

   Nous allons développer l'expression de l'énoncé pour retrouver l'expression de f' calculée :
   $$\frac{2(x-2)}{x} = \frac{2x-4}{x} = \frac{2x}{x} - \frac{4}{x} = 2 - \frac{4}{x} = f'(x)$$
   Nous venons bien de démontrer que $\boxed{\dfrac{2(x-2)}{x} = f'(x)}$.
2. Pour avoir le tableau de variations de f, il nous faut le tableau de signes de f'. Nous allons donc utiliser un tableau de signes.
   - 2 est toujours positif
   - $x - 2 > 0$ On additionne 2 de chaque côté $x > 2$
   - $x > 0$

   Nous devons étudier le signe sur $[0; +\infty[$, dans la ligne des x on va donc aller de 0 à $+\infty$:

x	0		2		$+\infty$
Sgn. 2			$+$		
Sgn. $x-2$		$-$	0	$+$	
Sgn. x	0		$+$		
Sgn. $f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
Var. f	‖	↘	$2 - 4\ln(2)$	↗	

Pour la valeur approchée de α, on procède par encadrements successifs (balayage). On rentre $Y1 = 2x - 2 - 4\ln(x)$ dans la calculatrice, puis on regarde des tables de valeurs :

- On a lu sur le graphique que $3 < \alpha < 4$, donc dans la table de valeurs on va aller de 3 à 4 par pas de 0,1 :
  $f(3,5) \approx -0,01 < 0$ et $f(3,6) \approx 0,08 > 0$ donc $3,5 < \alpha < 3,6$
- Donc dans la table de valeurs on va maintenant aller de 3,5 à 3,6 par pas de 0,01 :
  $f(3,51) \approx -0,002 < 0$ et $f(3,52) \approx 0,005 > 0$ donc $\boxed{3,51 < \alpha < 3,52}$
- Donc dans la table de valeurs on va maintenant aller de 3,51 à 3,52 par pas de 0,001 :
  $f(3,512) \approx -0,0007 < 0$ et $f(3,513) \approx 0,0001 > 0$ donc $\boxed{3,512 < \alpha < 3,513}$

Partie C

1. Dérivons $C(x) = x^2 + 2x - 4x\ln(x)$. Pour cela on reconnaît $x^2 + 2x$ qu'on sait dériver de suite, et on reconnaît $4x \times \ln(x)$ qui est un produit $u \times v$ avec :

$$\left\{\begin{array}{lcl} u(x) & = & 4x \\ v(x) & = & \ln(x) \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{lcl} u'(x) & = & 4 \\ v'(x) & = & \dfrac{1}{x} \end{array}\right.$$

Ainsi $C'(x) = 2x + 2 - \left(4 \times \ln(x) + 4x \times \dfrac{1}{x}\right) = 2x + 2 - (4\ln(x) + 4) = 2x + 2 - 4\ln(x) - 4 = 2x - 2 - 4\ln(x)$

2. On reconnaît donc que $C'(x) = f(x)$. L'étude faite dans la partie B permet de déduire le signe de f et donc le tableau de variations de C suivant :

x	1		α		6
Sgn. $f(x)$	0	$-$	0	$+$	

La fonction C est croissante là où sa dérivée est positive, décroissante là où sa dérivée est négative. A l'aide du tableau de signes de C' (le même que celui de f), on en déduit donc le tableau de variations suivant (on a complété les valeurs à l'aide de la calculatrice) :

x	1		α		6
Var $C(x)$	3	$\searrow$	$\approx 1,71$	$\nearrow$	≈ 5

3. On voit sur le tableau que le minimum de coût de production est pour α milliers de boitiers produits par jour. Puisque $\alpha \approx 3,512$, il faut produire $\boxed{\text{environ 3 512}}$ boitiers par jour pour que le coût de production d'un boitier soit minimum.