

Exercice 1 - Antilles-Guyane, 20 juin 2012

10 points

Les grands-parents de Noé décident de lui ouvrir un compte épargne pour son treizième anniversaire, le 15 juin 2012. On leur propose deux types de placement :

Placement A : ils placent 2 500€ à intérêts composés au taux annuel de 2,5 %.

Placement B : ils placent 2 500€ sur un compte qui leur rapporte chaque année 65€.

Noé et ses grands-parents souhaitent comparer les deux placements.

On note U_n le capital exprimé en euros avec le placement A le 15 juin (2012 + n).

On note V_n le capital exprimé en euros avec le placement B le 15 juin (2012 + n).

Ainsi on a : $U_0 = V_0 = 2500$.

1. Calculer U_1 et V_1 . Que représentent ces nombres pour Noé ?
2. (a) Donner la nature des suites (U_n) et (V_n) . Justifier.
(b) Exprimer U_n en fonction de n , et exprimer V_n en fonction de n .
3. (a) Remplir le tableau suivant, en arrondissant les données à un euro près :

Date	Rang de l'année	U_n	V_n
15 juin 2012	0	2 500	2 500
15 juin 2013	1		
15 juin 2014	2		
	3		
	4		
	5		

- (b) Quel est le placement le plus intéressant si Noé décide de disposer de son argent à ses 18 ans ?
4. Pour chacun des placements, à l'aide de la calculatrice, déterminer la date à partir de laquelle la somme disponible dépassera pour la première fois 3 500€.

Exercice 2 - Métropole, Septembre 2010

10 points

Un artisan fabrique des vases qu'il met en vente. On suppose que tous les vases fabriqués sont vendus.

L'artisan veut faire une étude sur la production d'un nombre de vases compris entre 0 et 60. Il estime que le coût de production de x vases fabriqués est modélisé par la fonction C dont l'expression est

$$C(x) = x^2 - 10x + 500,$$

où x appartient à l'intervalle $[0; 60]$.

Chaque vase est vendu 50€.

Sur le graphique donné en annexe, \mathcal{C} est la courbe représentative de la fonction C et \mathcal{D}_2 est la droite d'équation : $y = 50x$.

1. Par lecture graphique, déterminer :
(a) le coût de production de 40 vases fabriqués.
(b) la production, à une unité près, qui correspond à un coût total de 1 300€.
2. On note $R(x)$ la recette, en euros, correspondant à la vente de x vases fabriqués.
(a) Exprimer $R(x)$ en fonction de x .
(b) Déterminer graphiquement le nombre de vases que l'artisan doit fabriquer pour réaliser un bénéfice.
3. (a) Montrer que le bénéfice, en euros, réalisé par la fabrication et la vente de x vases, est donné par la fonction B dont l'expression est
 $B(x) = -x^2 + 60x - 500$, où x appartient à l'intervalle $[0; 60]$.
(b) Calculer $B'(x)$.
(c) Déterminer le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[0; 60]$.
(d) Dresser le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0; 60]$.
(e) En déduire le nombre de vases à fabriquer et à vendre pour réaliser un bénéfice maximal.

Annexe

