Exercice 1 - Antilles-Guyane, 20 juin 2012 **10 points**

1. U_1 représente le capital, en euros, avec le placement A le 15 juin 2013. Dans le placement A, il y a une augmentation de 2,5 % chaque année, donc entre le 15 juin 2012 et le 15 juin 2013, le capital a été multiplié par $1 + \dfrac{2,5}{100} = 1,025$: $U_1 = 2\ 500 \times 1,025 = \boxed{2\ 562,5}$
   V_1 représente le capital, en euros, avec le placement B le 15 juin 2013. Dans le placement B, il y a une augmentation de 65€ chaque année, donc : $V_1 = 2\ 500 + 65 = \boxed{2\ 565}$
2. (a) Dans le placement A, chaque année le capital augmente de 2,5 %. Ainsi, pour aller de U_n à U_{n+1}, il y a un taux d'évolution de 2,5 %, qui correspond donc à un coefficient multiplicateur de : $1 + 2,5\ \% = 1 + 0,025 = 1,025$.
   On vient de montrer que (U_n) est $\boxed{\text{une suite géométrique de raison 1,025 et de terme initial } U_0 = 2\ 500}$.
   Dans le placement A, chaque année le capital augmente de 65€. Ainsi, pour aller de V_n à V_{n+1}, il faut ajouter 65.
   On vient de montrer que (V_n) est $\boxed{\text{une suite arithmétique de raison 65 et de terme initial } V_0 = 2\ 500}$.

   (b) On peut ici appliquer nos formules de première STG : $U_n = U_0 \times raison^n = \boxed{2\ 500 \times 1,025^n}$ et $V_n = V_0 + n \times raison = \boxed{2\ 500 + 65n}$.
3. (a) On peut tout simplement rentrer $Y1 = 2500 \times 1,025 \wedge X$ et $Y2 = 2500 + 65X$ et lire les valeurs :

Date	Rang de l'année	U_n	V_n
15 juin 2012	0	2 500	2 500
15 juin 2013	1	2 563	2 565
15 juin 2014	2	2 627	2 630
15 juin 2015	3	2 692	2 695
15 juin 2016	4	2 760	2 760
15 juin 2017	5	2 829	2 825

   (b) Noé aura 18 ans le 15 juin 2017. A cette date, c'est $\boxed{\text{le placement A}}$ qui lui fournira (légèrement) plus de capital.
4. En rentrant les mêmes formules qu'à la question précédente, on s'aperçoit que :
   $U_{13} \approx 3\ 446 < 3\ 500$ et $U_{14} \approx 3\ 532 > 3\ 500$ donc c'est pour $n = 14$, c'est à dire au $\boxed{\text{15 juin 2026}}$ que le placement A donnera une somme disponible qui dépasse pour la première fois 3 500€.
   $V_{15} = 3\ 475 < 3\ 500$ et $V_{16} = 3\ 540 > 3\ 500$ donc c'est pour $n = 16$, c'est à dire au $\boxed{\text{15 juin 2028}}$ que le placement B donnera une somme disponible qui dépasse pour la première fois 3 500€.

Exercice 2 - Métropole, Septembre 2010 **10 points**

1. Les traits de construction permettent de lire que :
   (a) le coût de production de 40 vases fabriqués est d'environ $\boxed{1\ 700€}$.
   (b) la production d'environ $\boxed{\text{34 vases}}$ correspond à un coût total de 1 300€.
2. (a) On vend chaque vase 50€. Ainsi pour x vases, les recettes sont de $\boxed{R(x) = 50x}$.
   (b) Graphiquement, il faut que la courbe des recettes soit au-dessus de la courbe des dépenses pour réaliser un bénéfice. On lit que c'est pour un nombre de vases $\boxed{\text{compris entre 10 et 50}}$.
3. (a) Le bénéfice, en euros, réalisé par la fabrication et la vente de x vases, est la différence entre les recettes et les dépenses. Il vaut donc :
   $B(x) = R(x) - C(x) = 50x - (x^2 - 10x + 500) = 50x - x^2 + 10x - 500 = -x^2 + 60x - 500$.

   $B(x) = (-1) \times x^2 + 60 \times x - 500.$

   (b) $B'(x) = (-1) \times 2x + 60 \times 1 - 0$

   $\boxed{B'(x) = -2x + 60}$.

   1 : Ecrire chaque terme comme produit d'un nombre par une fonction de référence.

   2 : Dériver : dans chaque terme garder le nombre et dériver la fonction de référence.

   3 : Simplifier.

(c) <u>Signe de B'(x), méthode 1 :</u>

Place du $+$:

$$\begin{array}{rcll} -2x+60 & > & 0 & \\ -2x & > & -60 & -60 \\ x & < & 30 & \div(-2) \end{array}$$

Place du $-$:

$$\begin{array}{rcll} -2x+60 & < & 0 & \\ -2x & < & -60 & -60 \\ x & > & 30 & \div(-2) \end{array}$$

Place du 0 :

$$\begin{array}{rcll} -2x+60 & = & 0 & \\ -2x & = & -60 & -60 \\ x & = & 30 & \div(-2) \end{array}$$

<u>Signe de B'(x), méthode 2 :</u>

B' est une fonction affine. Son tableau de signes est donc sous la forme "+ 0 −" ou "− 0 +". Il suffit de ne résoudre qu'une seule des inéquations pour déduire l'intégralité du tableau de signes.
On présente ici un autre cheminement pour résoudre l'inéquation, qui consiste à "mettre" les x à droite pour ne pas avoir à faire de division par un nombre négatif et donc à ne pas avoir à changer le sens de l'inégalité.

$$\begin{array}{rcll} -2x+60 & > & 0 & \\ 60 & > & 2x & +2x \\ 30 & > & x & \div 2 \end{array}$$

Ainsi le tableau de signes de B'(x) est le suivant sur $[0\,;\,60]$:

x	0		30		60
Sgn. $-2x+60$		$+$	0	$-$	

(d) La fonction B est croissante là où sa dérivée est positive, décroissante là où sa dérivée est négative. On en déduit le tableau de variations suivant (on a complété les valeurs avec la calculatrice) :

x	0		30		60
Var B	-500	$\nearrow$	400	$\searrow$	-500

(e) On voit que les bénéfices sont maximaux lorsque x = 30 (et valent 400€). Il faut donc fabriquer et vendre $\boxed{\text{30 vases}}$ pour réaliser un bénéfice maximal.