Exercice 1 **5 points**

5 points	François achète un grand bouquet de roses pour une fête de famille. Il choisit un bouquet de 35 fleurs, composé de roses et de lilas. Ce bouquet lui coûte 130 €. Les roses sont vendues à 5,2 € l'une, et les lilas à 2,6 € l'un. Combien y a-t-il de fleurs de chaque sorte dans le bouquet ?

Ici, on va résoudre le problème en commençant par le mettre en équations, puis en résolvant.

- Choix des inconnues : on note r le nombre de roses et l le nombre de lilas.
- Le nombre de fleurs donne l'équation $\boxed{r + l = 35}$.

  Le prix du bouquet donne l'équation $\boxed{5,2r + 2,6l = 130}$.
- On résout par substitution (par exemple).
- On isole l'une des deux variables dans l'une des lignes (ici r dans la première équation, on aurait aussi pu isoler l dans la première équation) :

$$\begin{cases} r + l = 35 \\ 5,2r + 2,6l = 130 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{r = 35 - l} \\ 5,2r + 2,6l = 130 \end{cases}$$

- On remplace cette variable dans l'autre équation et on résout :

$$\begin{cases} r = 35 - l \\ 5,2 \times (35 - l) + 2,6l = 130 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 35 - l \\ 182 - 5,2l + 2,6l = 130 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 35 - l \\ 182 - 2,6l = 130 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 35 - l \\ l = \dfrac{130 - 182}{-2,6} = \boxed{20} \end{cases}$$

- On remplace cette valeur dans la première équation :

$$\begin{cases} r = 35 - 20 \\ l = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{r = 15} \\ l = 20 \end{cases}$$

- On vérifie, puis on conclut : il y a $\boxed{\text{15 roses et 20 lilas}}$ dans le bouquet.

Exercice 2 **3 points**

3 points	Soit un triangle IJK rectangle en J avec $\cos\left(\widehat{\text{JIK}}\right) = 0,5$. Donner $\sin\left(\widehat{\text{JIK}}\right)$ et $\tan\left(\widehat{\text{JIK}}\right)$ à 10^{-3} près.

Si le cosinus vaut $0,5$, alors l'angle vaut $\arccos(0,5) = 60°$. On peut donc calculer :
$\sin(60°) \approx \boxed{0,866}$ et $\tan(60°) \approx \boxed{1,732}$.

Exercice 3 **6 points**

6 points	On considère les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ d'équations suivantes : $\mathcal{D}_1 : y = \dfrac{2}{3}x + \dfrac{4}{3}$. $\mathcal{D}_2 : y = -\dfrac{5}{7}x + \dfrac{4}{7}$. Pour chaque droite, déterminer deux points à coordonnées entières qui sont sur cette droite, puis construire ces droites sur le graphique ci-dessous.

On commence par $\mathcal{D}_1$. Pour trouver des points à coordonnées entières, on remplace x par différentes valeurs entières jusqu'à trouver un résultat pour y qui est également un entier :

Pour $x = 0$ on trouve $y = \dfrac{2}{3} \times 0 + \dfrac{4}{3} = \dfrac{4}{3}$ (pas entier).

Pour $x = 1$ on trouve $y = \dfrac{2}{3} \times 1 + \dfrac{4}{3} = \dfrac{2}{3} + \dfrac{4}{3} = \dfrac{6}{3} = 2$, donc on a trouvé le point $\boxed{\text{A}(1; 2)}$.

On peut remarquer que comme la pente est de $\dfrac{2}{3}$, si on a un point à coordonnées entières en $x = 1$, le prochain sera en $x = 4$, sinon on peut faire les calculs pour $x = 2$, $x = 3$ et $x = 4$. Le calcul :

Pour $x = 4$ on trouve $y = \dfrac{2}{3} \times 4 + \dfrac{4}{3} = \dfrac{8}{3} + \dfrac{4}{3} = \dfrac{12}{3} = 4$, donc on a trouvé le point $\boxed{\text{B}(4; 4)}$.

Pour $\mathcal{D}_2$, on fait de même. Pour $x = 0$ on trouve $y = -\dfrac{5}{7} \times 0 + \dfrac{4}{7} = \dfrac{4}{7}$ (pas entier).

Pour $x = 1$ on trouve $y = -\dfrac{5}{7} \times 1 + \dfrac{4}{7} = -\dfrac{5}{7} + \dfrac{4}{7} = -\dfrac{1}{7}$ (pas entier).

Pour $x = 2$ on trouve $y = -\dfrac{5}{7} \times 2 + \dfrac{4}{7} = -\dfrac{10}{7} + \dfrac{4}{7} = -\dfrac{6}{7}$ (pas entier).

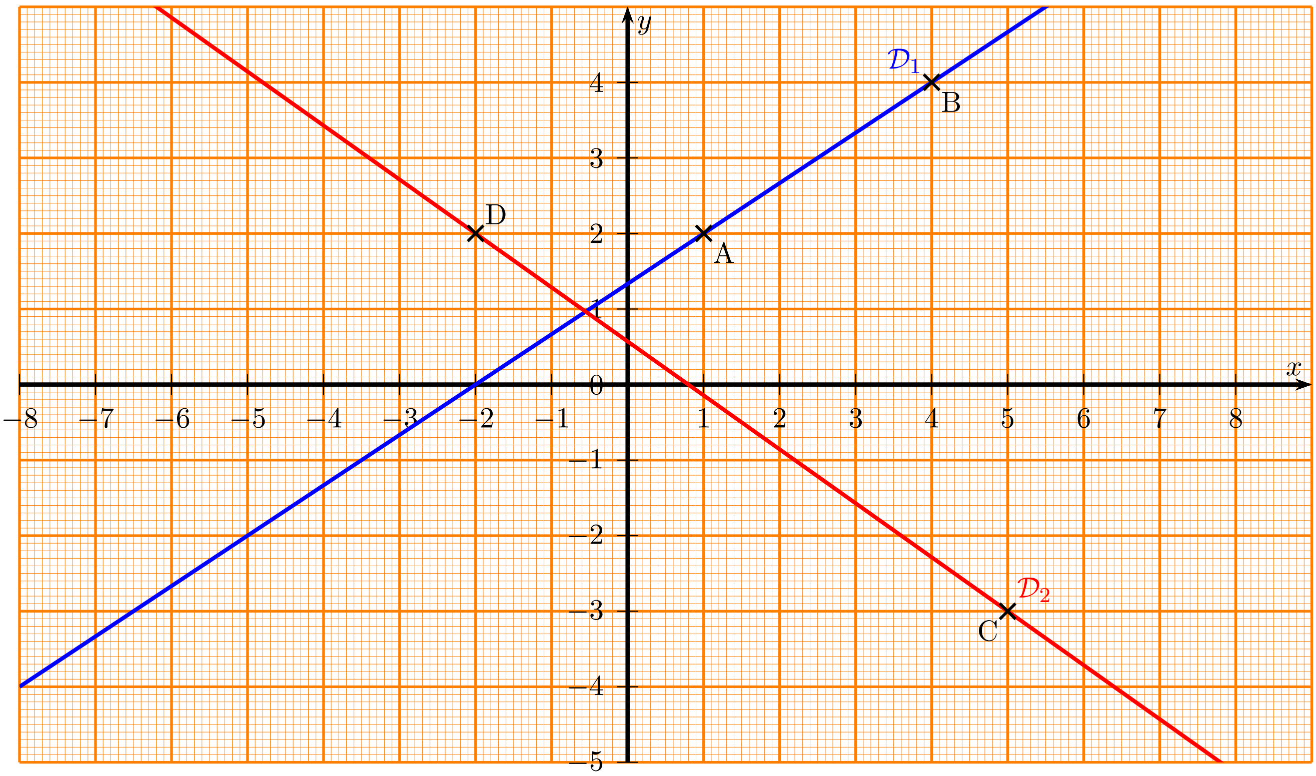
Pour $x = 3$ on trouve $y = -\dfrac{5}{7} \times 3 + \dfrac{4}{7} = -\dfrac{15}{7} + \dfrac{4}{7} = -\dfrac{11}{7}$ (pas entier).

Pour $x = 4$ on trouve $y = -\dfrac{5}{7} \times 4 + \dfrac{4}{7} = -\dfrac{20}{7} + \dfrac{4}{7} = -\dfrac{16}{7}$ (pas entier).

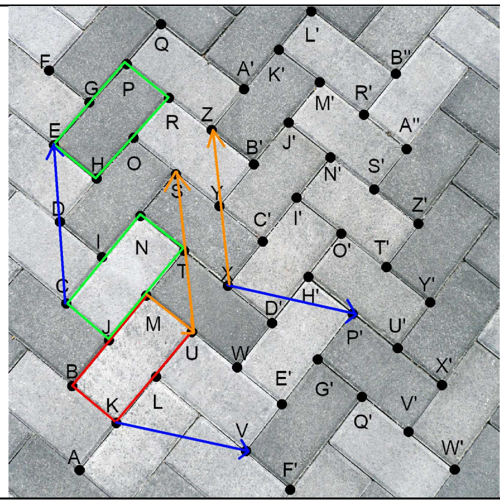
Pour $x = 5$ on trouve $y = -\dfrac{5}{7} \times 5 + \dfrac{4}{7} = -\dfrac{25}{7} + \dfrac{4}{7} = -\dfrac{21}{7} = -3$, donc on a trouvé le point $\boxed{\text{C}(5; -3)}$.

On peut remarquer que comme la pente est de $-\dfrac{5}{7}$, si on a un point à coordonnées entières en $x = 4$, alors il y en avait un avant en $x = -2$ et un après en $x = 12$, sinon on peut faire les calculs pour $x = -1$ et $x = -2$. Le calcul :

Pour $x = -2$ on trouve $y = -\dfrac{5}{7} \times (-2) + \dfrac{4}{7} = \dfrac{10}{7} + \dfrac{4}{7} = \dfrac{14}{7} = 2$, donc on a trouvé le point $\boxed{\text{D}(-2; 2)}$.



Exercice 4 **8 points**

	Dans l'extrait de rue pavée suivant, on considère que tous les rectangles sont de mêmes dimensions 5 cm x 10 cm :	
2 points	1. Nommez deux rectangles qui peuvent être obtenus par translation du rectangle KUMB.	
2 points	2. Nommez le vecteur égal à $\overrightarrow{\text{KV}}$ qui démarre en X.	
2 points	3. La translation de vecteur $\overrightarrow{u}$ permet de transformer le rectangle JTNC en EPRH. Nommez un vecteur égal à $\overrightarrow{u}$.	
2 points	4. Nommer un vecteur égal à $\overrightarrow{\text{MU}} + \overrightarrow{\text{XZ}}$.	

1. Les rectangles $\boxed{\text{JTNC et EPRH}}$ conviennent par exemple (voir rectangles en couleur sur la figure).
2. C'est le vecteur $\boxed{\overrightarrow{\text{XP}'}}$ (en bleu sur la figure).
3. Le vecteur $\boxed{\overrightarrow{\text{CE}}}$ convient par exemple (en bleu sur la figure).
4. Sur la figure on a tracé en orange le vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{\text{XZ}}$ qui démarre en U (pour mettre les deux vecteurs bout à bout), donc $\overrightarrow{\text{MU}} + \overrightarrow{\text{XZ}} = \boxed{\overrightarrow{\text{MS}}}$ (par exemple).

Exercice 5 **5 points**

	Dans un repère du plan, on considère les points A$(-2;-2)$, B$(5;2)$ et C$(5;-4)$.
5 points	Donner une équation des droites (AB) et (BC).

On démarre par (AB). Les points ne sont pas alignés verticalement, donc on va chercher une équation de type $y = ax + b$. On calcule $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{2-(-2)}{5-(-2)} = \dfrac{4}{7}$.

On utilise maintenant un point de la droite, par exemple A (on pourrait aussi prendre B) :

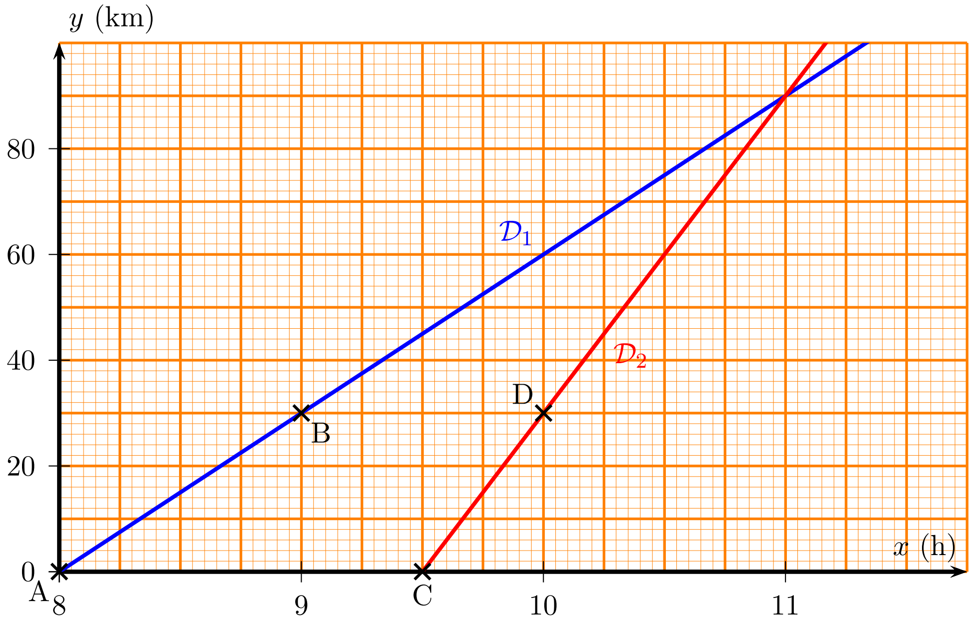
$$\begin{aligned}
y_{\mathrm{A}} &= \frac{4}{7} \times x_{\mathrm{A}} + b && \text{On remplace par les valeurs}\\
-2 &= \frac{4}{7} \times (-2) + b && \text{On effectue le calcul}\\
-2 &= \frac{-8}{7} + b && +\frac{8}{7}\\
-2 + \frac{8}{7} &= b && \text{On met au même dénominateur}\\
-\frac{14}{7} + \frac{8}{7} &= b && \text{On effectue le calcul}\\
-\frac{6}{7} &= b
\end{aligned}$$

Une équation de (AB) est donc $\boxed{y = \frac{4}{7}x - \frac{6}{7}}$.

Pour la droite (BC), les points sont alignés verticalement et l'équation est donc $\boxed{x = 5}$.

Exercice 6 **10 points**

Le graphique ci-dessous représente le déplacement d'un cycliste (droite $\mathcal{D}_1$) et d'un cyclomotoriste (droite $\mathcal{D}_2$) s'éloignant tous les deux de Dieppe, sur la même route. Chacun roule à vitesse constante. Les points A, B, C et D sont sur le quadrillage. Les points A et B sont sur $\mathcal{D}_1$, les points C et D sont sur $\mathcal{D}_2$. y représente le nombre de kilomètres parcourus et x désigne l'heure dans la journée.



3 points	1. Dites pour chacun son heure de départ et sa vitesse.
2 points	2. En déduire une relation entre x et y pour chacun d'entre eux.
2 points	3. Le motocycliste part à 9h30. Quelle est alors l'avance du cycliste sur le motocycliste ? On donnera la valeur exacte en expliquant la démarche utilisée.
3 points	4. Lire graphiquement l'heure à laquelle le cycliste et le motocycliste se croisent. Retrouver cette valeur par le calcul.

1. Le cycliste par à $\boxed{\text{8h}}$ et le motocycliste à $\boxed{\text{9h30}}$ (c'est même donné en question 3).

   Pour calculer leur vitesse, on regarde la pente des droites : pour le cycliste on calcule $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{30-0}{9-8} = 30$ donc $\boxed{\text{30 km/h}}$. Pour le motocycliste on calcule $\dfrac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \dfrac{30-0}{10-9,5} = 60$ donc $\boxed{\text{60 km/h}}$.

2. Pour $\mathcal{D}_1$, la pente vaut 30 donc l'équation est $y = 30x + b$. On utilise maintenant un point de la droite, par exemple A qui est le plus simple :

$$\begin{aligned} y_{\mathrm{A}} &= 30 \times x_{\mathrm{A}} + b && \text{On remplace par les valeurs}\\ 0 &= 30 \times 8 + b && \text{On effectue le calcul}\\ 0 &= 240 + b && -240\\ -240 &= b \end{aligned}$$

Une équation de $\mathcal{D}_1$ est donc $\boxed{y = 30x - 240}$. Pour $\mathcal{D}_2$, la pente vaut 60 donc l'équation est $y = 60x + b$. On utilise maintenant un point de la droite, par exemple C qui est le plus simple :

$$\begin{aligned} y_{\mathrm{C}} &= 60 \times x_{\mathrm{C}} + b && \text{On remplace par les valeurs}\\ 0 &= 60 \times 9,5 + b && \text{On effectue le calcul}\\ 0 &= 570 + b && -570\\ -570 &= b \end{aligned}$$

Une équation de $\mathcal{D}_2$ est donc $\boxed{y = 60x - 570}$.

3. Le cycliste est parti à 8h et le motocycliste à 9h30, il a donc roulé pendant 1h30. Sa vitesse est constante égale à 30 km/h (voir question 1), donc son avance, en kilomètres, est de $30 \times 1,5 = \boxed{45}$.

4. Pour trouver les coordonnées de l'intersection, on peut résoudre le système composé des deux équations de droite. On va procéder par substitution :

   - On n'a rien à faire pour isoler y, donc on remplace y dans la seconde ligne et on résout :

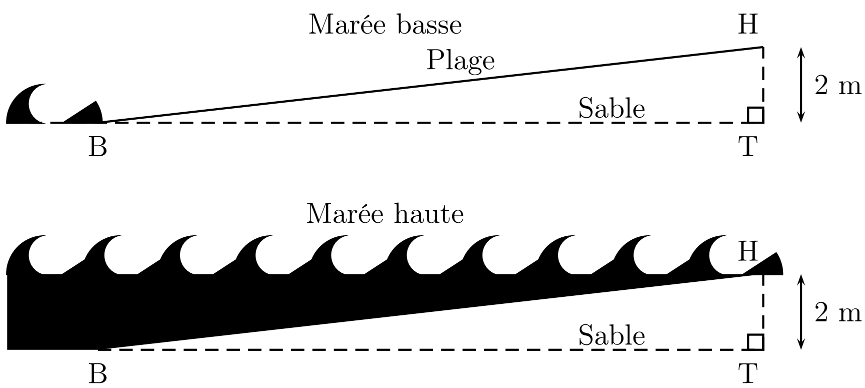
$$\begin{cases} y = 30x - 240 \\ y = 60x - 570 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30x - 240 \\ 30x - 240 = 60x - 570 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30x - 240 \\ -240 = 30x - 570 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30x - 240 \\ 330 = 30x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30x - 240 \\ \boxed{11 = x} \end{cases}$$

   - On remplace cette valeur dans la première équation :

$$\begin{cases} y = 30 \times 11 - 240 \\ 11 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{y = 90} \\ 11 = x \end{cases}$$

   - On vérifie graphiquement : les deux se croisent à $\boxed{11\text{h}}$, à une distance de $\boxed{90 \text{ km}}$ de Dieppe.

Exercice 7 **3 points**

	Le niveau de la mer monte et descend suivant le cycle des marées. Le schéma ci-dessous représente une plage parfaitement lisse. On a HT = 2 m, $\widehat{\mathrm{HBT}} = 10°$ et (HT) $\perp$ (BT). 
3 points	Calculer la longueur BH, en mètres, de plage recouverte par la mer à marée haute. Donner l'arrondi au dixième près.

Dans le triangle BHT rectangle en T, [BH] est l'hypoténuse. On connaît le côté [HT] qui est le côté opposé à l'angle $\widehat{\mathrm{HBT}}$, donc on peut écrire que $\sin\left(\widehat{\mathrm{HBT}}\right) = \dfrac{\mathrm{HT}}{\mathrm{BH}}$. L'énoncé nous dit que $\widehat{\mathrm{HBT}} = 10°$, donc :

$$\begin{aligned} \sin\left(\widehat{\mathrm{HBT}}\right) &= \frac{\mathrm{HT}}{\mathrm{BH}} && \text{On remplace par les valeurs}\\ \sin(10°) &= \frac{2}{\mathrm{BH}} && \times \mathrm{BH}\\ \mathrm{BH} \times \sin(10°) &= 2 && \div \sin(10°)\\ \mathrm{BH} &= \frac{2}{\sin(10°)} \approx \boxed{11,5} \end{aligned}$$