MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES
PARTIE B

DATE : JJ/MM/AAAA

DURÉE DE l'ÉPREUVE : 120 minutes

EXAMEN AVEC OUTIL TECHNOLOGIQUE

MATÉRIELS AUTORISÉS :

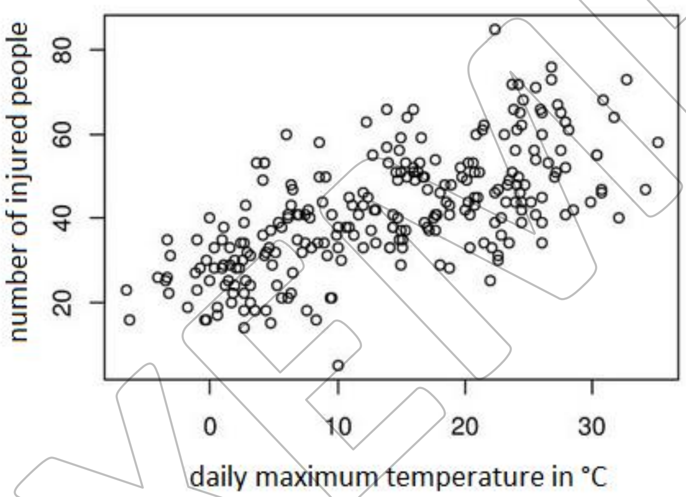
Outil technologique

Recueil de formules

Notes :

- Comme il s'agit d'un modèle de document, la page de couverture est susceptible de changer.
- Cet exemple d'épreuve ne doit être utilisé que pour voir comment des questions peuvent être créées à partir du programme d'études en se concentrant sur les compétences plutôt que strictement sur le contenu.
- Les mots-clés figurant dans le programme d'études sont mis en évidence en gras pour aider le candidat à voir sur quelle compétence porte la question et l'aider ainsi à répondre à la question.

PARTIE B	
Question 1/2	**Points**
Les températures moyennes par mois ont été enregistrées en 2002 au Grand-Duché de Luxembourg. On sait que janvier 2002 a été le mois le plus froid avec 1,6°C et que la température moyenne la plus élevée a été mesurée en juin 2002 avec 18,6°C.	
a) **Justifier** qu'en Europe, les températures moyennes mensuelles pour quelques années consécutives peuvent être modélisées avec un modèle périodique.	2
b) **Donner** l'amplitude et la période de ce modèle.	2
c) **Déterminer** les paramètres a, b, c et d dans le modèle du type : $$T(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$$ qui décrit les données où T est la température moyenne et x est le mois, en commençant par $x = 1$ pour janvier 2002.	5
Les précipitations ont été observées un jour précis en mars 2002. Les précipitations de ce jour peuvent être modélisées par la fonction R définie par : $$R(t) = 0.002t^3 - 0.064t^2 + 0.512t, 0 \leq t \leq 24$$ où $R(t)$ est le taux de précipitation en mm/h et t est le temps en heures.	
d) **Décrire**, à l'aide d'un court texte descriptif, cette journée en termes de précipitations. La réponse doit se concentrer sur les moments où il pleut le plus et les moments où il pleut le moins.	3
Un cylindre de verre vide a été placé à l'extérieur pendant cette journée pour mesurer la quantité de pluie qui était tombée.	
e) **Tracer** le graphique d'une fonction qui indique la hauteur de l'eau dans ce cylindre de verre.	3
f) **Calculer** la quantité totale de pluie de ce jour en millimètres (mm).	2

Question 1/2 suite	Points
L'année 2002 a connu 195 jours de pluie et 170 jours sans pluie au Grand-Duché de Luxembourg. On peut supposer que tous les jours ont la même probabilité d'être un jour de pluie. Un an plus tard, les météorologues veulent savoir s'il y a eu plus de pluie en 2003. Malheureusement, certaines données ont été perdues et ils ne disposent que d'un petit échantillon de 30 jours consécutifs.	
g) **Calculer** la probabilité qu'il pleuve un jour choisi au hasard si l'on suppose que le nombre total de jours de pluie dans les deux années reste constant et que les jours de pluie sont également répartis sur toute l'année.	1
h) **Utiliser** un test statistique de type test d'hypothèse nulle pour déterminer combien de jours il doit pleuvoir pour que les météorologues puissent dire qu'il y a eu plus de pluie en 2003 qu'en 2002 pour un seuil de signification de 5%.	5
Le nuage de points suivant montre la température maximale et le nombre de blessés causés par les accidents de la circulation à Berlin sur une longue période. 	
i) **Décrire** la corrélation entre ces deux valeurs.	1
j) **Expliquer** pourquoi le nombre de blessés peut être corrélé de cette manière avec la température maximale.	1

PARTIE B

Question 2/2 — Points

Un jour donné dans un centre de test Covid-19, 19 personnes présentant des symptômes ont été testées et 6 d'entre elles ont eu un résultat positif. Le même jour, 87 personnes sans symptôme ont été testées dont 85 ont eu un résultat négatif.

a) **Montrer** que la probabilité d'obtenir un résultat positif dépend du fait qu'une personne présente ou non des symptômes. — 2

Pour protéger les données personnelles, les échantillons de tests sont étiquetés avec un code formé de deux lettres (choisie dans l'alphabet de 26 lettres) et quatre chiffres (de 0 à 9). Les mêmes lettres et chiffres peuvent être choisis plus d'une fois.

b) **Calculer** le nombre total de codes différents pouvant être créés avec ce système. — 2

Après plusieurs mois, les statistiques ont montré que 1,7% des personnes sans symptôme sont testées positives. Une entreprise comptant 20 employés (tous sans symptôme) demande à tous ses employés de se faire tester.

c) **Donner** deux hypothèses, qui doivent être faites pour modéliser cette situation avec une distribution binomiale. — 2

d) **Calculer** la probabilité qu'au moins un des employés soit testé positif. — 3

Une autre entreprise située dans un autre pays envoie également tous ses employés passer un test Covid-19. On suppose que la situation peut être modélisée par une distribution binomiale donnée par la formule

$$B(84; 0{,}02; k) = \binom{84}{k} \cdot 0{,}02^k \cdot 0{,}98^{84-k}.$$

e) **Interpréter** les valeurs 84, 0,02 et 0,98 dans le contexte donné. — 3

Le 5 mars 2020, un homme de retour d'Italie est la première personne au Grand-Duché de Luxembourg à avoir été testée positive au Covid-19. Ce jour est donc marqué comme le jour 0 dans la statistique. Le tableau suivant montre le nombre total de personnes infectées enregistrées au Luxembourg dans les jours qui ont suivi l'apparition du premier cas.

Jour	0	1	2	3	4	5	6
Nombre	1	3	4	5	5	7	7

f) **Tracer** un nuage de points de ces valeurs ainsi qu'un modèle de régression linéaire et un modèle de régression exponentiel. — 3

g) **Donner** les équations qui décrivent les deux modèles de régression de la question f). — 2

h) **Expliquer** pourquoi il est difficile de décider, à ce stade précoce, si la propagation du virus est mieux modélisée par un modèle linéaire ou par un modèle exponentiel. — 2

Question 2/2 suite	Points

Après sept jours supplémentaires, d'autres modèles A et B ont été proposés pour faire de meilleures prédictions, où t est donné en jours :

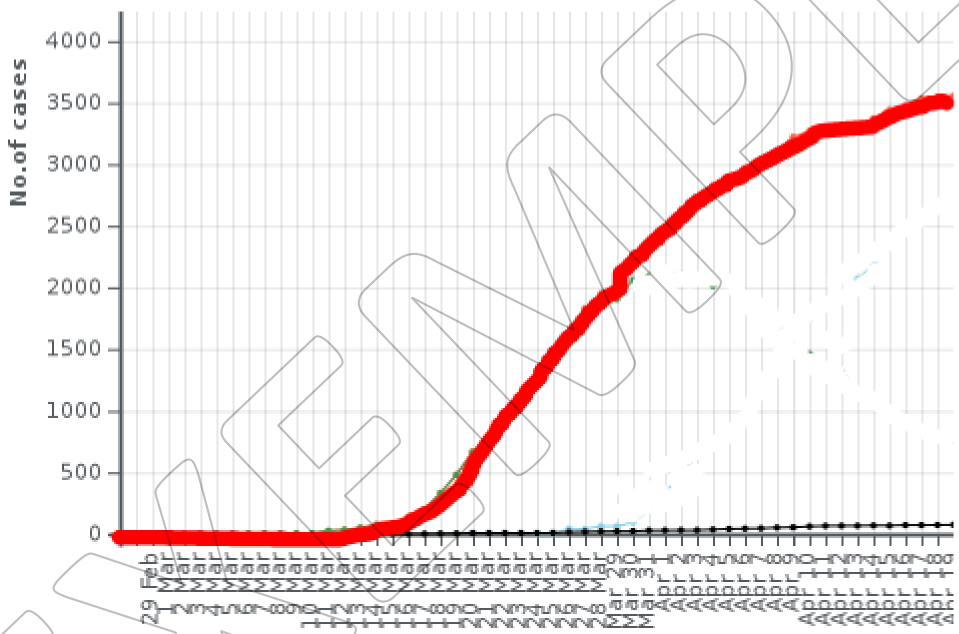
$$A(t) = 1.35567 \cdot 1.46977^t$$

$$B(t) = 12.4396 \cdot t - 34{,}8571$$

Au 16ème jour, 670 cas de Covid-19 ont été enregistrés au Grand-Duché de Luxembourg.

i) **Calculer** le nombre prévisionnel de personnes infectées le 16ème jour avec le modèle A, puis avec le modèle B et **comparer** ces nombres avec le nombre réellement observé. **Décider** du modèle le mieux adapté à cette situation et **justifier** la réponse. — 2

Le diagramme suivant montre l'évolution du nombre total d'infections enregistrées pour les quatre premières semaines au Grand-Duché de Luxembourg.



j) **Donner** deux raisons possibles pour lesquelles la courbe s'aplatit à un stade ultérieur. — 2

La courbe peut être modélisée par la fonction C définie par

$$C(t) = \frac{3404}{1 + 193 \cdot e^{-0.233 \cdot t}}$$

k) **Déterminer** le jour où le taux d'infection est le plus élevé. — 2