

MATHEMATIK 3 STUNDEN

TEIL B

DATUM: TT/MM/JJJJ

DAUER DER PRÜFUNG: 120 Minuten

PRÜFUNG MIT TECHNOLOGISCHEM HILFSMITTEL

ERLAUBTE HILFSMITTEL:

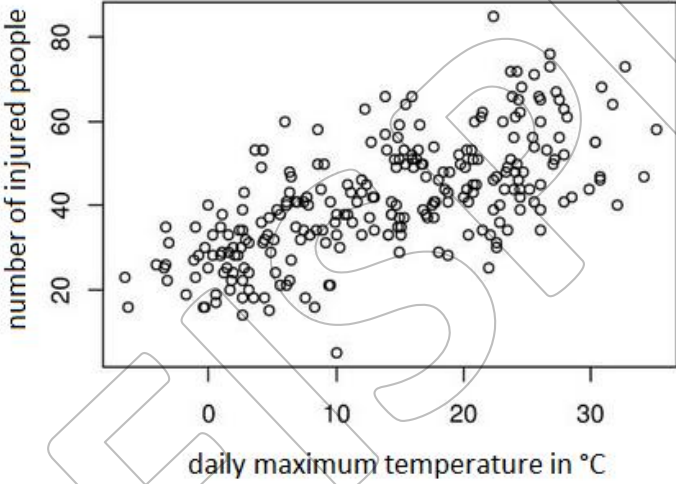
Technologisches Hilfsmittel

Formelsammlung

Anmerkungen:

- Da es sich um ein Musterpapier handelt, kann sich das Deckblatt noch ändern.
- Diese Beispielarbeit sollte nur dazu dienen, um zu sehen, wie Fragen aus dem Lehrplan erstellt werden können, die sich auf Kompetenzen und nicht auf den reinen Inhalt konzentrieren.
- Die Schlüsselwörter, die im Lehrplan zu finden sind, sind fett hervorgehoben, um dem/der Kandidaten/in die Erkenntnis zu erleichtern, auf welche Kompetenz sich die Frage konzentriert, und so bei der Beantwortung der Frage zu helfen.

TEIL B	
Frage 1/2	Punkte
<p>Im Jahr 2002 wurden im Großherzogtum Luxemburg die monatlichen Durchschnittstemperaturen aufgezeichnet. Es ist bekannt, dass der Januar 2002 mit 1,6°C der kälteste Monat war, und die höchste Durchschnittstemperatur im Juni 2002 mit 18,6°C gemessen wurde.</p> <p>a) Begründen Sie, dass in Europa die monatlichen Durchschnittstemperaturen für einige aufeinanderfolgende Jahre mit einem periodischen Modell modelliert werden können.</p> <p>b) Geben Sie die Amplitude und die Periode dieses Modells an.</p> <p>c) Bestimmen Sie die Parameter a, b, c und d im Modell T mit:</p> $T(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$ <p>das die gegebenen Daten beschreibt, wobei x der Monat ist, beginnend mit $x = 1$ für Januar 2002 und $T(x)$ die durchschnittliche Temperatur ist.</p> <p>An einem bestimmten Tag im März 2002 wurde die Niederschlagsmenge beobachtet. Die Niederschlagsmenge an diesem Tag kann durch die Funktion R modelliert werden mit</p> $R(t) = 0.002t^3 - 0.064t^2 + 0.512t, 0 \leq t \leq 24$ <p>wobei t die Zeit in Stunden ist und $R(t)$ die Niederschlagsmenge in mm/h .</p> <p>d) Beschreiben Sie anhand einer kurzen Textbeschreibung diesen Tag in Bezug auf die Niederschlagsmenge. Ihre Antwort sollte sich auf die Zeiten mit dem meisten und dem geringsten Niederschlag konzentrieren.</p> <p>Ein leerer Glaszylinder wurde an diesem Tag nach draußen gestellt, um zu ermitteln wie viel Regen gefallen war.</p> <p>e) Skizzieren Sie den Graphen einer Funktion, der die Höhe des Wassers in diesem Glaszylinder darstellt.</p> <p>f) Berechnen Sie die Gesamtmenge des Regens an diesem Tag in mm.</p>	<p>2</p> <p>2</p> <p>5</p> <p>3</p> <p>3</p> <p>2</p>

Frage 1/2 Fortsetzung	Punkte
<p>Das Jahr 2002 hatte im Großherzogtum Luxemburg 195 Regentage und 170 Tage ohne Regen. Es kann davon ausgegangen werden, dass alle Tage die gleiche Chance haben, ein Regentag zu sein. Ein Jahr später wollen Meteorologen untersuchen, ob es im Jahr 2003 mehr Regen gab. Leider sind einige Daten verloren gegangen, so dass sie nur eine kleine Stichprobe von 30 aufeinanderfolgenden Tagen genommen haben.</p> <p>g) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass es an einem zufälligen Tag regnet, wenn wir annehmen, dass die Gesamtzahl der Regentage in beiden Jahren konstant bleibt und die Regentage gleichmäßig über das ganze Jahr verteilt sind.</p> <p>h) Verwenden Sie ein NHST-Verfahren, um herauszufinden, an wie vielen Tagen es regnen muss, damit die Meteorologen sagen können, dass es 2003 im Vergleich zu 2002 mehr geregnet hat, wenn das Signifikanzniveau bei 5% liegt.</p>	<p>1</p> <p>5</p>
<p>Das folgende Diagramm zeigt die Höchsttemperatur und die Anzahl der Verletzten durch Verkehrsunfälle in Berlin im Langzeitvergleich.</p>  <p>i) Beschreiben Sie die Korrelation zwischen den beiden Werten.</p> <p>j) Erklären Sie, warum die Anzahl der Verletzten möglicherweise mit der maximalen Temperatur korreliert.</p>	<p>1</p> <p>1</p>

TEIL B

Frage 2/2

Punkte

In einer Covid-19-Teststation wurden an einem bestimmten Tag 19 Personen mit Symptomen getestet und 6 von ihnen hatten ein positives Ergebnis. Am gleichen Tag wurden 87 Personen ohne Symptome getestet, von denen 85 negativ getestet wurden.

- a) **Zeigen** Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, ein positives Ergebnis zu erhalten, davon abhängt, ob eine Person Symptome hat oder nicht.

2

Zum Schutz persönlicher Daten sind die Testergebnisse mit einem Code versehen, der 2 Buchstaben (aus einem Alphabet mit 26 Buchstaben) und 4 Ziffern (0-9) enthält. Die gleichen Buchstaben und Ziffern dürfen mehrfach gewählt werden.

- b) **Berechnen** Sie die Gesamtzahl der verschiedenen Codes, die von diesem System erstellt werden können.

2

Nach mehreren Monaten hat die Statistik gezeigt, dass 1,7 % der Personen ohne Symptome positiv getestet werden. Ein Unternehmen, mit 20 Mitarbeitern (alle ohne Symptome), weist alle an, sich testen zu lassen.

- c) **Nennen** Sie zwei Annahmen, die getroffen werden müssen, um diese Situation mit einer Binomialverteilung zu modellieren.
- d) **Berechnen** Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer der Mitarbeiter positiv getestet wird.

2

3

Ein anderes Unternehmen in einem anderen Land schickt ebenfalls alle seine Mitarbeiter zu einem Covid-19-Test. Es wird angenommen, dass die Situation durch eine Binomialverteilung modelliert werden kann mit der Formel

$$B(84; 0,02; k) = \binom{84}{k} \cdot 0,02^k \cdot 0,98^{84-k}.$$

- e) **Interpretieren** Sie die Werte 84, 0,02 und 0,98 in dem gegebenen Kontext.

3

Am 5. März 2020 ist ein aus Italien zurückgekehrter Mann die erste Person im Großherzogtum Luxemburg, die positiv mit COVID-19 getestet wurde. Daher ist dieser Tag in der Statistik als Tag 0 markiert. Die folgende Tabelle zeigt die Gesamtzahl der registrierten infizierten Personen im Großherzogtum Luxemburg in den Tagen nach Auftreten des ersten Falles.

Tag	0	1	2	3	4	5	6
Nummer	1	3	4	5	5	7	7

- f) **Zeichnen** Sie ein Streudiagramm dieser Werte zusammen mit einem linearen und einem exponentiellen Regressionsmodell.
- g) **Geben** Sie die Gleichungen an, die die beiden Regressionsmodelle in Frage f) beschreiben.
- h) **Erklären** Sie, warum es so schwierig ist, zu entscheiden, ob die Ausbreitung des Virus in diesem frühen Stadium am besten mit einem linearen oder einem exponentiellen Modell modelliert wird.

3

2

2

Frage 2/2 Fortsetzung

Punkte

Nach weiteren sieben Tagen wurden andere Modelle erstellt, die bessere Vorhersagen machten, wobei t in Tagen angegeben ist:

$$A(t) = 1.35567 \cdot 1.46977^t$$

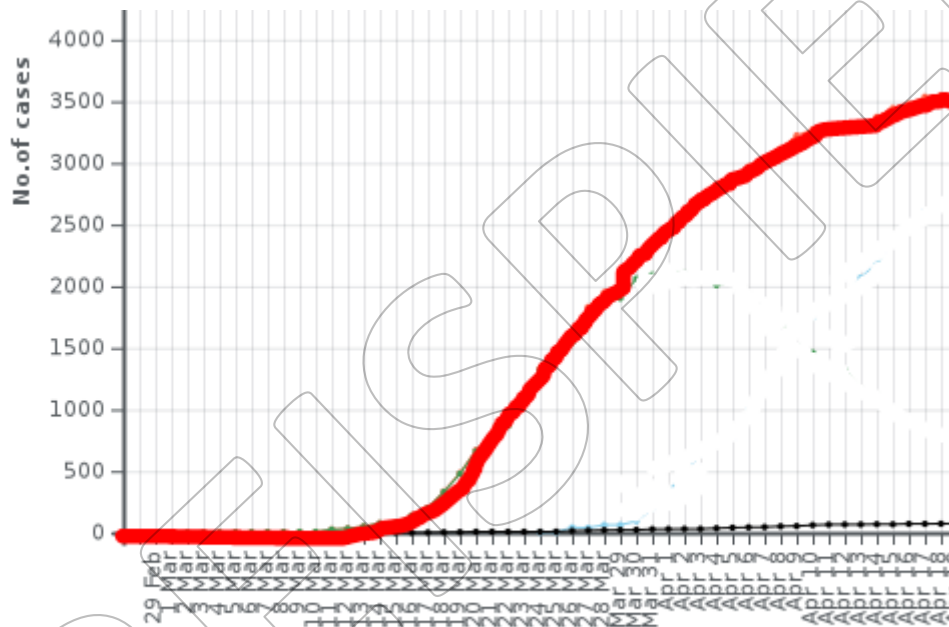
$$B(t) = 12.4396 \cdot t - 34,8571$$

Am 16. Tag gab es im Großherzogtum Luxemburg 670 registrierte Fälle von COVID-19.

- i) **Berechnen** Sie die vorhergesagte Anzahl der infizierten Personen an Tag 16 mit Modell A und Modell B und **vergleichen** Sie diese mit der tatsächlichen Anzahl. **Entscheiden** Sie, welches Modell für diese Situation offensichtlich besser geeignet ist und **begründen** Sie Ihre Antwort.

2

Das folgende Diagramm zeigt den Verlauf der Gesamtzahl der registrierten Infektionen für die ersten 4 Wochen im Großherzogtum Luxemburg.



- j) **Nennen** Sie zwei mögliche Gründe, warum die Kurve im späteren Verlauf abflacht.

2

Die Kurve kann durch die Funktion C modelliert werden mit

$$C(t) = \frac{3404}{1 + 193 \cdot e^{-0.233 \cdot t}}$$

- k) **Ermitteln** Sie den Tag mit der höchsten Infektionsrate durch Berechnung.

2