Traduction des exercices de
`http://www.barsamian.am/mathsexams/exam?id=232`

Exercice 1 Calc. : ✓

Pour cet exercice, on rappelle les formules suivantes :

- le volume du solide de révolution généré en faisant tourner l'aire sous le graphique de $y = f(x)$ autour de l'axe des abscisses entre les droites d'équation $x = a$ et $x = b$ est donné par :

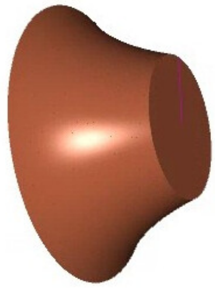
$$V = \int_a^b \pi\,(f(x))^2\,\mathrm{dx}$$

- la longueur d'un arc le long du graphique de $y = f(x)$ de $x = a$ à $x = b$ est donnée par :

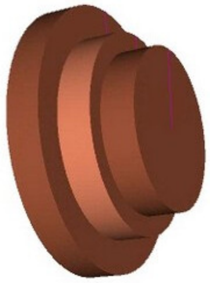
$$s = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,\mathrm{dx}$$

- le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par $\pi r^2 h$.

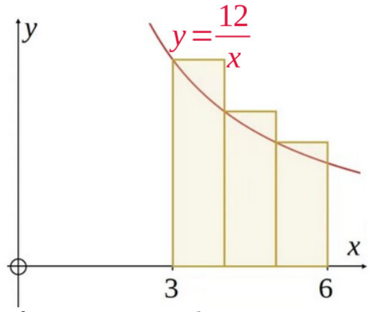
Un menuisier utilise un tour, qui est une machine pour façonner le bois afin qu'il ait toujours une section circulaire.
Il souhaite produire le solide final montré à droite :



Il commence avec 3 cylindres collés ensemble comme indiqué.



Les cylindres d'origine correspondent au volume de révolution créé en faisant tourner les « rectangles de gauche » montrés dans le graphique de droite, où la courbe est donnée par $y = \dfrac{12}{x}$ et les trois rectangles sont égale en largeur entre $x = 3$ et $x = 6$.
L'unité de longueur pour x et y est 1 cm.

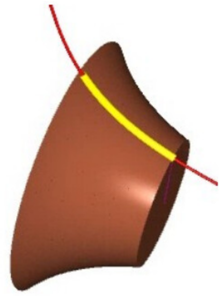


Le solide lisse final correspond au volume de révolution créé en faisant tourner la zone exacte sous la courbe autour de l'axe des abscisses, également entre $x = 3$ et $x = 6$.

Donnez vos réponses en cm^3 au dixième près :

3 points — a) **Calculer** le volume total des cylindres d'origine.

3 points — b) **Calculer** le volume de bois restant dans le solide lisse final.



Le menuisier décorera le solide avec un arc en or pur qui suit la courbe $y = \dfrac{12}{x}$ comme indiqué.
La ligne dorée coûte 2 € par mètre de long.

4 points — c) **Calculer** la longueur de l'arc d'or au millième de cm, et donc **estimer** le coût total de l'or au centime près si le menuisier décore 30 copies du solide.

Le menuisier étiquette le solide J, puis produit neuf autres formes solides similaires de différentes tailles en les étiquetant de A à I.
Il avait l'intention d'utiliser le même type de bois pour les nouveaux solides que pour J, mais après avoir terminé les travaux, il se rend compte qu'il a utilisé un bois plus dense pour deux d'entre eux, et il ne sait pas lesquels.
Il calcule le volume et trouve la masse de chacun des nouveaux solides, enregistrant les résultats dans le tableau présenté à la page suivante.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Volume (cm^3)	80,5	63,4	90,8	53,4	71,7	105,6	88,8	66,9	99,7	
Masse(g)	36,0	28,5	45,5	24,0	32,5	47,5	44,5	30,0	45,0	

3 points — d) Utiliser la calculatrice pour **trouver** (avec des coefficients au centième près) une équation de la droite de régression et le coefficient de corrélation pour les solides A à I.

3 points — e) **Identifier** lesquels des solides de A à I sont faits de bois plus dense. Après les avoir supprimés des données, trouver (à nouveau au centième près) une équation de la droite de régression et le coefficient de corrélation pour les sept solides restants.

3 points — f) J a une masse de 34 g. **Déterminer** une approximation du volume, en cm^3 au dixième près, de J à partir de votre réponse en e) et comparer avec la réponse donnée en b). **Commenter** ces résultats.

On rappelle que la densité est calculée en masse par unité de volume, en l'occurrence en grammes/cm^3.

3 points — g) **Expliquer** comment utiliser la droite de régression pour calculer la densité du bois pour les huit solides fabriqués à partir du même type de bois.

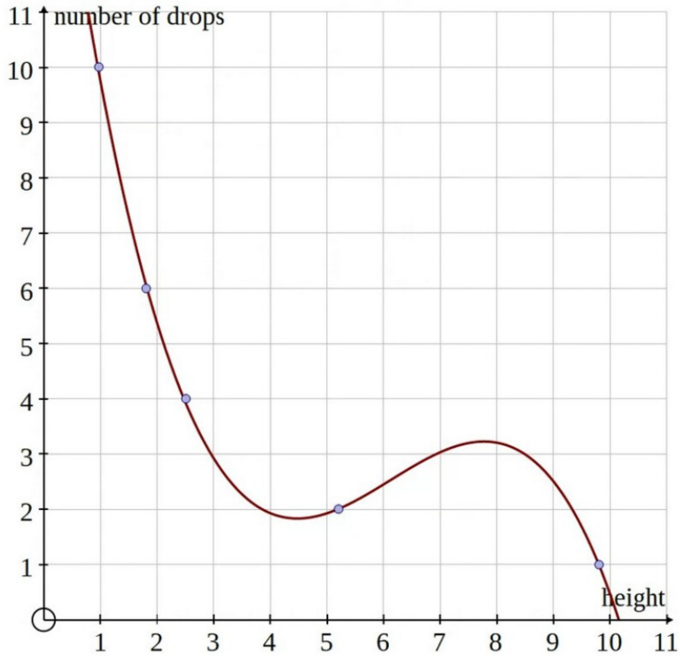
3 points — h) **Calculer**, en grammes/cm^3 au dixième près, la densité du bois utilisé pour les 2 autres solides.

Exercice 2 Calc. : ✓

Les corbeaux peuvent casser des noix en les laissant tomber d'un arbre sur une surface dure.
Si la noix ne se brise pas la première fois, le corbeau retourne vers l'arbre et la laisse tomber à nouveau.

L'observation de corbeaux faisant cela avec des noix similaires a donné les résultats suivants, et le graphique de droite montre les données avec une courbe cubique qui correspond bien aux données.

hauteur en mètres, x	nombre de lancers, y
0,96	10
1,8	6
2,5	4
5,2	2
9,8	1



4 points a) **Expliquer** pourquoi le modèle cubique semble un mauvais modèle pour cette situation.

3 points b) En utilisant le logarithme népériens, **trouver** le logarithme, au centième près, de chaque valeur ci-dessus et **créer** un tableau sur votre feuille de réponses comme indiqué ci-dessous :

$\ln x$	$\ln y$
...	...

3 points c) **Trouver** la droite de régression pour les données du logarithme sous la forme $\ln y = a \ln x + b$, en indiquant les valeurs de a et b au centième près.

4 points d) En utilisant le modèle de la partie c), **trouver** une approximation, au cm près, de la hauteur à partir de laquelle un corbeau devrait laisser tomber une noix pour la casser à la cinquième tentative.

Un corbeau se rend compte qu'une noix qu'il a ramassée est mauvaise et la laisse tomber en survolant un lac. Il lui faut 2 secondes pour toucher l'eau.
La vitesse verticale de la noix au cours du temps est donnée par :

- $v_1(t) = -10t + 0,5t^3$ avant qu'elle n'atteigne l'eau
- $v_2(t) = t - 4$ dans l'eau jusqu'à ce qu'elle remonte à la surface,

où t est le nombre de secondes après que la noix soit relâchée par le corbeau et v_1 et v_2 sont les vitesses en m/s. Une vitesse négative signifie que la noix tombe.

4 points e) **Déterminer** la hauteur au-dessus de l'eau lorsque le corbeau lâche la noix.

4 points f) **Trouver** la profondeur maximale de la noix dans l'eau.

3 points g) **Justifier** que la noix est sous l'eau pendant 4 secondes.