

## MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES PARTIE B

**DATE:** Lundi 30 janvier 2023

**DURÉE DE L'ÉPREUVE :**

2 heures (120 minutes)

**MATÉRIEL AUTORISÉ :**

- Examen avec outil technologique : Calculatrice Casio Graph 90+E, Numworks ou TI-83 Premium CE Python en mode examen.
- Crayon pour les graphiques
- Recueil de formules



**REMARQUES PARTICULIÈRES :**

- Les réponses doivent être accompagnées des explications nécessaires à leur élaboration.
- La totalité des points ne pourra être attribuée à une réponse correcte en l'absence du raisonnement et des explications qui permettent d'arriver à cette réponse.
- Lorsqu'une réponse est incorrecte, une partie des points pourra cependant être attribuée pour une méthode et/ou une approche correcte.

**NOMBRE DE DOCUMENTS: 2**

**FORMAT DE L'EXAMEN:**

QUESTIONNAIRE

OUI  NON

LIVRET DE RÉPONSE

OUI NON

RECUEIL DE FORMULES

OUI  NON

**NOMBRE TOTAL DE PAGES DU QUESTIONNAIRE : 6**

*RAPPEL: AUCUNE RÉPONSE NE DOIT ÊTRE ÉCRITE SUR CE QUESTIONNAIRE*

**NOM DES PROFESSEURS :** M.A. COSTA MOLINA, A. FIELDING, K. HANSEN, A. HARSANYI, C. PETRUZ, O. PICAUD, R. SOUISSI, I. STEPIEN-MOSKALIK, L. WURZER.

**NOM DE L'ÉLÈVE :** .....

PARTIE B

QUESTION B1

Page 1/2

Barème

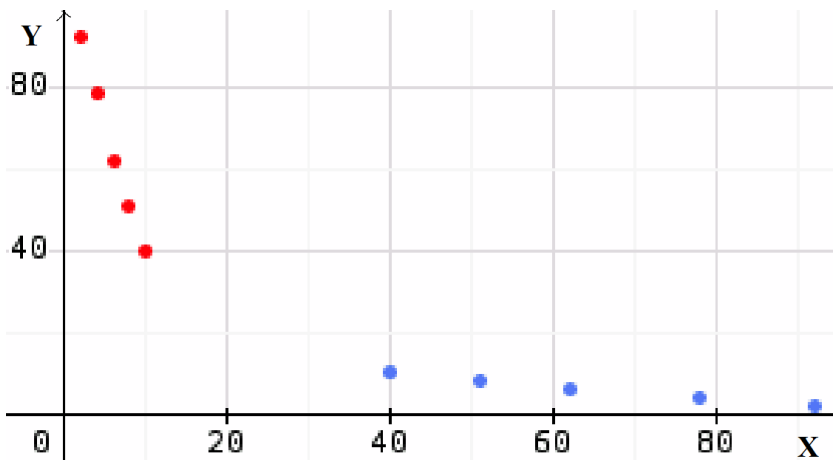
La glace carbonique (CO<sub>2</sub> à l'état solide) produit, à une certaine température ambiante, du gaz qui peut être facilement être vu à l'œil nu.

Le célèbre chef Sebastianic a l'intention d'utiliser 100 g de glace carbonique pour produire un effet magique pour sa dernière création, un dessert spécial. Afin de comprendre comment se comporte la glace carbonique, Sebastianic a pris plusieurs fois le poids lors de la sublimation de l'échantillon :



Temps en min (x)	2	4	6	8	10
Poids de la glace carbonique en g (y)	92	78	62	51	40

- a) **Recopier** sur votre feuille le nuage de points correspondant aux données du tableau en choisissant entre le diagramme rouge ou le diagramme bleu ci-dessous : 2 points



- b) **Donner** la valeur du coefficient de corrélation linéaire des données et **expliquer** si une telle valeur indique ou non une dépendance linéaire entre les deux variables. **Expliquez** pourquoi le coefficient de corrélation linéaire a une valeur négative. 3 points
- c) **Établir** l'équation sous la forme  $y = m \cdot x + b$  de la régression linéaire de  $y$  en  $x$  des données du tableau. 3 points
- Donnez** les nombres  $m$  et  $b$  au centième près.

<b>PARTIE B</b>		
<b>QUESTION B1</b>	<b>Page 2/2</b>	<b>Barème</b>
<p>Dans les questions d) et e), utilisez le modèle <math>y = -6,6 \cdot x + 104</math>.</p>		
<p>d) <b>Utilisez</b> le modèle pour <b>calculer</b> combien de grammes de glace carbonique sont encore présents après 13 minutes. <b>Expliquez</b> si ce modèle permet une bonne estimation pour le poids de la glace carbonique après 20 minutes.</p>		3 points
<p>e) <b>Utilisez</b> le modèle pour <b>calculer</b> au bout de quelle durée la glace carbonique aura totalement disparu.</p>		3 points
<p>Le chef Sebastianic est satisfait des résultats de la glace carbonique et ajoute au menu le nouveau dessert. Afin de répondre à la demande, il doit acheter de la glace carbonique. Le coût est bien décrit par la fonction :</p> $f(x) = (5+x)e^{-0,12x} + 3$ <p>Où <math>f(x)</math> désigne le coût en euros par kilogramme de glace carbonique et <math>x</math> le nombre d'années depuis le début de l'année 2000 (le début de l'année 2000 correspond à <math>x=0</math>).</p>		
<p>f) Sebastianic a acheté 1 kg de glace carbonique début 2023. <b>Déterminez</b> combien il a payé.</p>		2 points
<p>La fonction dérivée de la fonction <math>f</math> est donnée par :</p> $f'(x) = (0,4 - 0,12x)e^{-0,12x}$		
<p>La fonction <math>f</math> n'a qu'un seul extremum.</p>		
<p>g) <b>Calculez</b> en quelle année le coût de la glace carbonique était le plus élevé et <b>indiquez</b> ce coût en euros.</p>		3 points
<p>h) <b>Indiquez</b> les intervalles pour lesquels le coût de la glace carbonique est croissant, et les intervalles pour lesquels ce coût est décroissant.</p>		3 points
<p>i) <b>Calculer</b> les valeurs <math>f'(8)</math> et <math>f'(20)</math> qui indiquent le taux de variation du coût de la glace carbonique dans le temps, au début de l'année 2008 et au début de l'année 2020. <b>Déterminez</b> pour laquelle de ces années le prix a baissé le plus rapidement.</p>		3 points

PARTIE B

QUESTION B2

Page 1/2

barème

Dans la première partie de cet exercice, nous étudions la cuisson d'un œuf qui vient d'être sorti d'un réfrigérateur.



Un œuf est à la coque lorsque son jaune atteint une température d'exactly 45°C.

Dans les questions a), b) et c), on considère un œuf de masse 60 g. Le temps de cuisson nécessaire pour que le jaune de cet œuf atteigne la température  $x$  est donné par la relation :

$$f(x) = -16 \cdot 60^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{100-x}{192}\right)$$

où  $f(x)$  représente le temps de cuisson en secondes et  $x$  la température en °C.

- a) **Déterminez** combien de temps il faut pour que cet œuf soit à la coque. 2 points  
**Arrondir** à la seconde près.
  
- b) **Déterminez** la température du jaune d'œuf après qu'il a cuit pendant 240 secondes. **Arrondir** au degré près. 3 points
  
- c) **Dessinez** le graphique présentant le temps de cuisson  $f(x)$  en fonction de la température  $x$  dans le jaune d'œuf pour des températures comprises entre 4°C et 45°C. 4 points

À la question d), nous considérons un œuf à la coque après un temps de cuisson de 275 secondes. L'égalité suivante s'applique à la masse  $m$  (en grammes) de cet œuf :

$$275 = -16 \cdot m^{2/3} \cdot \ln\left(\frac{55}{192}\right)$$

- d) **Déterminez** la masse de cet œuf. **Arrondir** au gramme près. 3 points

**PRÉ-BACCALAURÉAT EUROPÉEN 2023: MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES**

<b>PARTIE B</b>		
<b>QUESTION B2</b>	<b>Page 2/2</b>	<b>Barème</b>
<p>Chaque matin d'une semaine (7 jours), un homme commande exactement un œuf. Chaque matin, la probabilité que l'œuf servi soit à la coque est de <math>p=0,65</math>, indépendamment des autres matins.</p> <p>Soit <math>X</math> la variable aléatoire définissant le nombre d'œufs à la coque servis à cet homme pendant ces 7 matins.</p>		
e) <b>Montrer</b> que $X$ suit une distribution binomiale, et <b>donner</b> ses paramètres.		2 points
f) <b>Déterminez la</b> probabilité que cet homme n'ait reçu qu'un seul œuf à la coque au cours de ces 7 matinées.		3 points
g) <b>Déterminez la</b> probabilité que cet homme ait reçu des œufs à la coque pendant au moins 2 matinées au cours de cette semaine.		3 points
h) Nous savons que cet homme a reçu au moins deux œufs à la coque au cours de cette semaine. <b>Déterminez</b> la probabilité qu'on lui ait servi exactement trois œufs à la coque au cours de cette semaine.		2 points
i) <b>Déterminez</b> l'espérance et l'écart-type de la variable $X$ . <b>Interprétez</b> ces valeurs dans le contexte.		3 points

**FIN DE L'EXAMEN**