



PREBAC 2023

Mathématiques 3P

SECTION : FR

DATE : Lundi 30 Janvier 2023 – 8 h 45

DUREE DE L'EXAMEN : 2 heures (120 minutes)

NOMBRE D'ELEVES : 17

MATERIEL AUTORISE : Calculatrice graphique non « CAS »

Nom de l'élève _____ **CLASSE:** _____

Nom de l'enseignant : Mme CLOAREC

Note : Question B1 : ___ points ; Question B2 : ___ points.

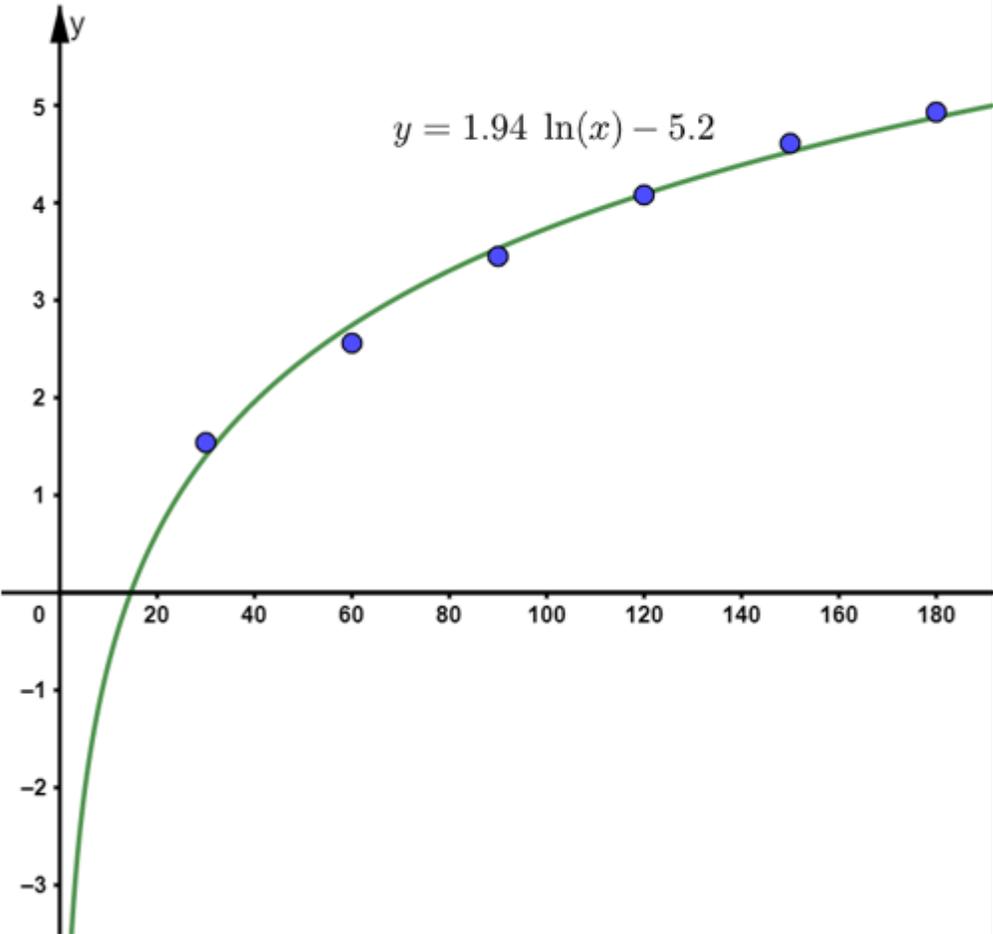
Total	/50
Note	/10

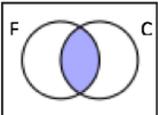
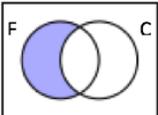
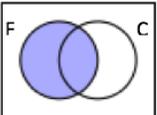
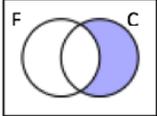
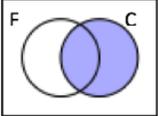
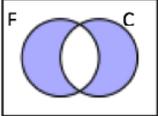
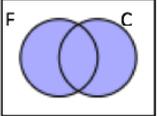
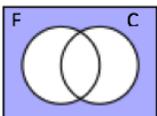
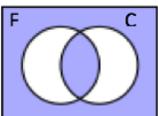
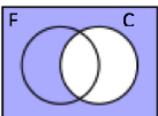
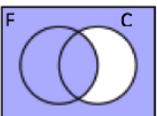
Instructions spéciales :

- Ce test se compose de deux questions longues et obligatoires. Chacune d'entre elles vaut 25 points. Chaque question comprend plusieurs sous-questions. Le barème détaillé est donné dans le sujet.
- Utiliser une feuille d'examen différente pour chaque question et indiquer clairement les numéros des questions et des sous-questions.
- Vos réponses
 - doivent être accompagnées d'explications détaillant votre raisonnement et menant à votre résultat. Si des graphiques sont utilisés pour trouver une solution, ils doivent être esquissés dans le cadre de la réponse.
 - Les notations mathématiques standard doivent être utilisées (pas celles de la calculatrice).
- Sauf indication contraire, la totalité des points ne sera pas accordée si une réponse correcte n'est pas justifiée ou accompagnée d'un raisonnement clair et rigoureux montrant le résultat.
- Si la réponse fournie n'est pas correcte, il est possible que des points soient attribués si une méthode appropriée et / ou une approche correcte ont été utilisées.
- Ecrire en encre bleue ou noire permanente. Le prêt de calculatrice est interdit.

MATHS 3 PERIODES	ECOLE EUROPEENNE LUXEMBOURG I	PRE BAC 2023
30 Janvier 2023	Professeur : Mme Cloarec	
PART B : TEST AVEC CALCULATRICE.		

QUESTION B1 : Oxygène inspiré sur un tapis de course		25 POINTS																
	<p>On effectue des mesures de l'inhalation de l'oxygène d'un groupe d'athlètes volontaires lorsqu'ils courent sur un tapis. L'effort de course peut être ajusté en changeant la vitesse ou l'inclinaison du tapis de course.</p> <p>Dans le tableau ci-dessous, vous trouverez les données sur l'inhalation de l'oxygène en fonction des différents niveaux sur le tapis de course.</p>																	
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Puissance</th> <th>Quantité d'oxygène inhalé</th> </tr> <tr> <td><i>Watt</i></td> <td><i>litre/minute</i></td> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>30</td><td>1,54</td></tr> <tr><td>60</td><td>2,56</td></tr> <tr><td>90</td><td>3,45</td></tr> <tr><td>120</td><td>4,08</td></tr> <tr><td>150</td><td>4,61</td></tr> <tr><td>180</td><td>4,93</td></tr> </tbody> </table>	Puissance	Quantité d'oxygène inhalé	<i>Watt</i>	<i>litre/minute</i>	30	1,54	60	2,56	90	3,45	120	4,08	150	4,61	180	4,93		
Puissance	Quantité d'oxygène inhalé																	
<i>Watt</i>	<i>litre/minute</i>																	
30	1,54																	
60	2,56																	
90	3,45																	
120	4,08																	
150	4,61																	
180	4,93																	
<p>a) Représentez un nuage de points où on lira la quantité d'oxygène inhalé (sur l'axe vertical) en fonction de la puissance (sur l'axe horizontal).</p>		3 points																
<p>Les données peuvent être modélisées par une fonction affine d'équation $y = ax + b$ où y est la quantité d'oxygène inhalé et x, la puissance du tapis.</p>																		
<p>b) Utilisez la calculatrice pour trouver l'équation de la droite de régression linéaire et donner les valeurs des coefficients a et b avec une précision de trois décimales.</p>		2 points																
<p>c) En utilisant ce modèle, calculez la quantité d'oxygène inhalé pour un athlète lorsqu'il court sur le tapis qui a une puissance de 200 Watt. Si vous n'avez pas trouvé les valeurs de a et b dans la question précédente, vous utiliserez $a = 0,02$ et $b = 1,16$.</p>		2 points																

d) Calculez les coordonnées du point moyen et placez-le sur le graphe.	2 points
e) Dessinez la droite de régression sur le graphe de a) et commentez la corrélation entre la quantité d'oxygène inhalé et la puissance du tapis de course. Justifiez votre réponse !	3 points
<p>On propose un autre type de modèle, un modèle logarithmique :</p> $f(x) = 1,94 \ln(x) - 5,20$ <p>Voici ci-dessous le graphe de cette fonction :</p> 	
f) En utilisant ce modèle logarithmique, calculez la quantité d'oxygène inhalé pour un athlète qui court sur le tapis avec une puissance de 100 Watt.	2 points
g) Calculez la valeur du nombre dérivé de cette fonction f quand le tapis de course a une puissance de 100 Watt.	2 points
h) Donnez la signification de ce nombre dérivé calculé au g).	2 points

<p>Un athlète voudrait régler la puissance du tapis de course pour inhaler exactement 3,0 litre/minute.</p>	
<p>i) En utilisant le modèle logarithmique, trouvez la puissance du tapis qui correspond au souhait de l'athlète.</p>	2 points
<p>Le modèle affine et le modèle logarithmique conviennent tous les deux pour ajuster le nuage de points. Cependant, pour faire une bonne interpolation ou extrapolation, un des deux modèles est clairement à rejeter.</p>	
<p>j) Recopiez la phrase ci-dessous sur votre copie. Choisissez entre les deux options et complétez la phrase en justifiant.</p> <p>L'ajustement affine / le modèle logarithmique ne devrait pas être utilisé pour effectuer une interpolation/extrapolation, parce que...</p>	2 points
<p>Dans ce groupe d'athlètes volontaires, 60 % sont des footballeurs, 30 % sont des coureurs de cross-country et 20 % ne font aucun de ces deux sports.</p>	
<p>k) Sachant qu'on choisit un footballeur, quelle est la probabilité que cet athlète ne fasse pas de cross-country ? Utilisez un tableau à double entrée ou un diagramme de Venn.</p>	2 points
<p>l) On note F, l'événement « l'athlète pratique le football » et C, l'événement : « l'athlète pratique le cross-country ». Lequel de ces 12 diagrammes de Venn proposés correspond à la situation décrite dans la question k) ?</p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around;"> <div style="margin: 5px;">1. </div> <div style="margin: 5px;">2. </div> <div style="margin: 5px;">3. </div> <div style="margin: 5px;">4. </div> <div style="margin: 5px;">5. </div> <div style="margin: 5px;">6. </div> <div style="margin: 5px;">7. </div> <div style="margin: 5px;">8. </div> <div style="margin: 5px;">9. </div> <div style="margin: 5px;">10. </div> <div style="margin: 5px;">11. </div> <div style="margin: 5px;">12. </div> </div>	1 point

QUESTION B2 : Accroissement de population au Luxembourg**25 POINTS**

La population du Luxembourg a vécu une forte croissance démographique ces dernières années. En 2002, le Luxembourg comptait 442 000 habitants.

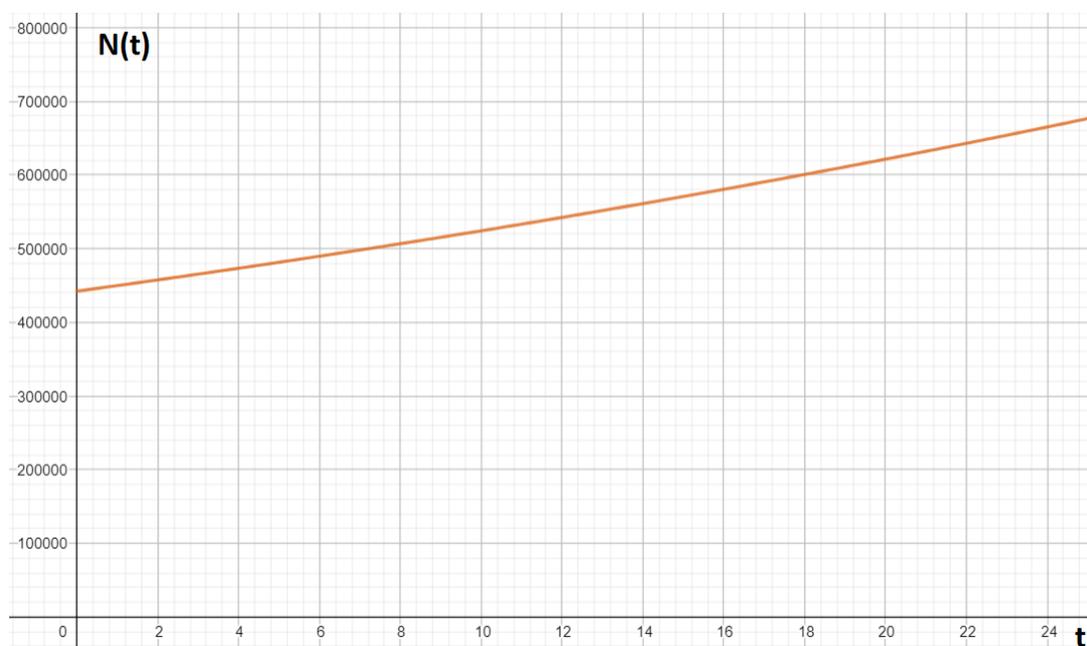
Vingt ans plus tard, la population a augmenté et s'élève à 621 000 habitants.

Un modèle pour la croissance de la population du Luxembourg est donné par la formule suivante : $N(t) = e^{0,017 t+13}$

Dans cette formule, $N(t)$ est le nombre d'habitants au Luxembourg l'année t .

Posons $t = 0$ au premier Janvier 2002.

Ci-dessous, voici le graphe de cette fonction :



a) **Calculez**, en utilisant cette formule, le nombre d'habitants au Luxembourg en janvier 2012. **Arrondissez** au millier d'habitants.

2 points

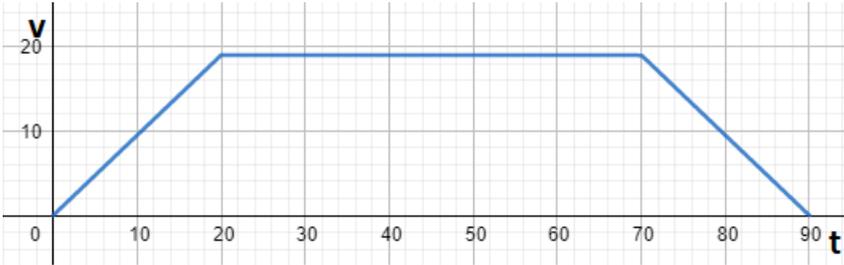
b) **Montrez** que cette formule peut aussi s'écrire sous la forme :

$$N(t) = 442\,413 \cdot 1,017^t$$

3 points

c) Utilisez la formule du b) pour **trouver** le pourcentage d'accroissement annuel de population au Luxembourg selon ce modèle.

2 points

<p>La fonction dérivée de la fonction N est donnée par :</p> $N'(t) = 0,017 e^{0,017t+13}$	
<p>d) Utilisez cette dérivée pour calculer l'intégrale suivante :</p> $\int_0^{20} N'(t) dt$ <p>Arrondissez votre résultat au nombre entier et expliquez ce que signifie ce nombre en terme d'accroissement de population.</p>	3 points
<p>e) Le modèle proposé n'est pas parfait. Expliquez pourquoi ce modèle ne peut pas être utilisé sur du long terme.</p>	1 point
<p>Un second modèle de l'accroissement de population au Luxembourg est donné par : $N_2(t) = \frac{800\,000}{0,8 + 0,96^t}$</p>	
<p>f) Expliquez ce que serait le nombre d'habitants au Luxembourg sur le long terme en suivant ce modèle.</p>	2 points
<p>L'accroissement rapide de population dans le pays impose de nouvelles infrastructures. Un tramway a été installé dans la ville de Luxembourg en 2018. Un des trajets de ce tramway passe entre l'arrêt « Université » et « Coque ». Le tramway prend 20 secondes pour atteindre sa vitesse maximale. La vitesse maximale est 19 m/s.</p> <p>Ci-dessous est représenté un diagramme donnant la vitesse en fonction du temps pour ce trajet entre les deux arrêts cités.</p>  <p>v désigne la vitesse en mètre par seconde et t, le temps en seconde.</p>	

<p>g) Utilisez le graphe pour calculer la distance entre les deux arrêts « Université » et « Coque ». Donnez votre réponse en kilomètres.</p>	<p>2 points</p>
<p>Si la vitesse maximale du tramway était seulement de 15 m/s sur la même distance, le diagramme fourni changerait tout en gardant les mêmes unités sur les deux axes.</p>	
<p>h) Choisissez l'option ci-dessous qui décrirait alors la nouvelle situation. Argumentez.</p> <p>A) Le graphe serait aussi large mais moins haut. B) Le graphe serait moins large et moins haut. C) Le graphe serait plus large et moins haut. D) Le graphe serait plus étroit mais à la même hauteur. E) Le graphe serait plus large et aussi haut.</p>	<p>2 points</p>
<p>Etant donné que les transports publics sont gratuits, le tramway est un moyen de déplacement bien répandu parmi les étudiants. Une étude a montré que pour un jour d'école normal, 35 % des passagers du tramway sont des élèves du lycée.</p> <p>Il y a en moyenne 1 500 passagers qui voyagent en tramway chaque jour. Nous supposons que tous les passagers voyagent indépendamment des autres. Appelons X, le nombre de passagers lycéens du tramway.</p>	
<p>i) Expliquez pourquoi X suit une loi binomiale. Précisez les paramètres de cette loi.</p>	<p>2 points</p>
<p>j) Calculez le nombre moyen de lycéens attendus dans le tramway un jour d'école normal et donnez l'écart type. Arrondissez à deux décimales si besoin.</p>	<p>2 points</p>
<p>k) Calculez la probabilité qu'un jour normal d'école, il y ait au maximum 500 lycéens dans le tramway. Arrondissez à trois décimales.</p>	<p>2 points</p>
<p>l) Calculez combien de passagers il doit y avoir un certain jour normal pour qu'il y ait parmi eux 630 passagers lycéens. Arrondissez à un nombre entier.</p>	<p>2 points</p>

FIN DU TEST