



ES Mol 2022-2023  
Pré-Baccalauréat

Nom de l'élève	
Code	

Année	S7
Matière + langue	Mathématiques 3P (Partie B)
Durée	2 heures (120 minutes)
Professeur	C. Mouret
Date de l'examen	30/01/2023



Matériel autorisé	NumWorks
Remarques	<ul style="list-style-type: none"><li>• Cette partie comporte 2 questions de 25 points chacune, pour un total de 50 pts.</li><li>• Utiliser une page différente pour chaque question.</li><li>• Il est indispensable que les réponses soient accompagnées des explications nécessaires à leur élaboration.</li><li>• Les réponses doivent mettre en évidence le raisonnement qui amène aux résultats ou solutions.</li><li>• Lorsque des graphes sont utilisés pour trouver une solution, la réponse doit inclure des esquisses de ceux-ci.</li><li>• Sauf indication contraire dans la question, la totalité des points ne pourra être attribuée à une réponse correcte en l'absence du raisonnement et des explications qui permettent d'arriver aux résultats ou solutions.</li><li>• Lorsqu'une réponse est incorrecte, une partie des points pourra être cependant être attribuée lorsqu'une méthode appropriée et/ou une approche correcte a été utilisée.</li></ul>

## Partie B

Question B1	25 points
<p>Suite à l'introduction de 100 écureuils dans une forêt en 2020, la population est étudiée. On constate que le nombre d'écureuils augmente en moyenne de 30 % chaque année.</p> <p>On admet que la population d'écureuils peut être modélisée par une fonction de la forme :</p> $P(x) = k \times A^x$ <p>où <math>P</math> est le nombre d'écureuils <math>x</math> le temps en années <math>k</math> et <math>A</math> des constantes à déterminer</p> <p>a) <b>Déterminer</b> la valeur de la constante <math>A</math> du modèle correspondant aux données de l'énoncé. <b>Justifier</b> votre réponse.</p> <p>Pour la suite de l'exercice, on admettra que :</p> $P(x) = 100 \times 1,3^x$ <p>b) <b>Calculer</b> la population d'écureuils au bout de 6 mois ; de 5 ans ; de 10 ans.</p> <p>c) A l'aide de la calculatrice, <b>déterminer</b> l'année durant laquelle la population d'écureuils dépassera les 500 individus.</p> <p>d) <b>Expliquer</b> pourquoi ce modèle ne peut être utilisé au long terme.</p> <p>Afin d'étudier la population d'écureuils en 2021, une mangeoire a été installée au milieu de la forêt. Une caméra est disposée à proximité, ainsi qu'un détecteur de chaleur muni d'un compteur. Ainsi à chaque heure du jour, le nombre d'écureuils présents à la mangeoire est dénombré.</p> <p>Au cours d'une journée de 2021, il a été détecté un nombre maximum de visiteurs (10 écureuils) à 8h du matin. A 20h, le nombre minimal de visiteurs a été compté (aucun écureuil).</p> <p>On admet que la fréquentation de la mangeoire au cours du temps puisse être modélisée par une fonction périodique.</p>	<p>2</p> <p>3</p> <p>2</p> <p>2</p>

e) **Déterminer** les paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$  dans le modèle du type :

$$N(x) = a \cdot \sin(b \cdot (x - c)) + d$$

où  $N$  est le nombre d'écureuils présents à la mangeoire en été et  $x$  est l'heure de la journée.

3

En 2020, une étude similaire avait été réalisée. On pouvait alors admettre que la fréquentation de la mangeoire au cours du temps était modélisée par la fonction suivante :

$$T(x) = 6 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{10} \cdot (x - 3)\right) + 7$$

f) A l'aide du modèle périodique donné pour l'année 2020, **calculer** le nombre d'écureuils à 14h.

2

g) **Tracer** la représentation graphique de ce modèle périodique.

2

h) A l'aide du modèle périodique donné pour l'année 2020, **estimer** la/les heure/s de la journée où il y a 7 visiteurs à la mangeoire.

3

On estime que 10 % des écureuils présents dans la forêt sont pucés afin d'être tracés.

i) **Calculer** la probabilité d'avoir, à 8h du matin, au moins 1 écureuil pucé parmi les écureuils présents à la mangeoire. Arrondir le résultat à 4 décimales près.

3

Quand la population d'écureuils atteint les 1000 individus, une étude épidémiologique est menée. On relève alors que 60 % des écureuils sont des femelles, que 15 % des femelles sont encore de la génération introduite en 2020 ; tandis que 250 écureuils sont des mâles d'une des générations suivantes.

On note :

F = l'écureuil est une femelle

M = l'écureuil est un mâle

G0 = l'écureuil est de la génération initialement introduite

G1 = l'écureuil est d'une des générations suivant celle initialement introduite

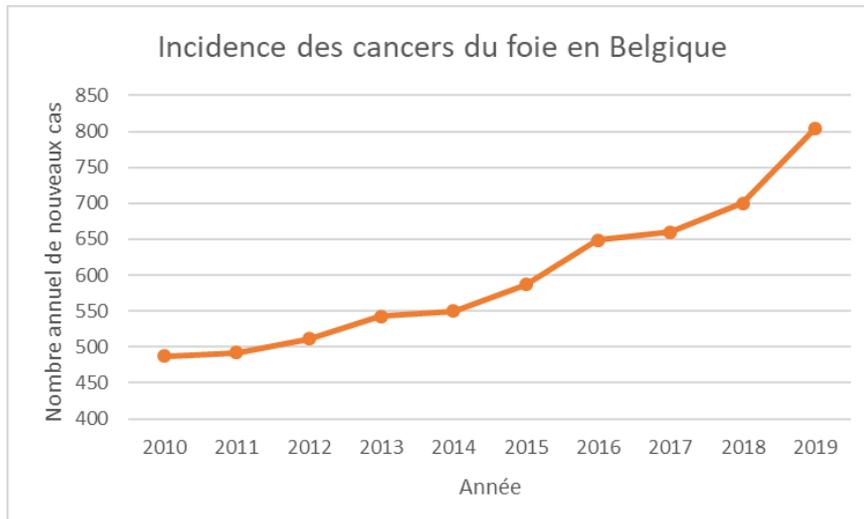
j) On prélève au hasard un écureuil appartenant à la génération de départ. **Déterminer** la probabilité que cet écureuil soit un mâle.

3

## Question B2

25 points

Les données médicales recueillies les dernières années par le Registre du Cancer montrent que le nombre annuel de nouveaux cas (incidence) de cancers du foie ne cesse d'augmenter en Belgique.



Deux modèles sont proposés pour modéliser cette évolution :

$$f(t) = 32,7818 t + 450,78$$

$$g(t) = 463,93 \times 1,0123^t$$

où  $t$  est le temps en années à partir de 2010.

- a) A l'aide de la calculatrice, **déterminer** pour chacun des deux modèles en quelle année la Belgique atteindra les 1000 nouveaux cas de cancers du foie par an.

2

A la fin de l'année 2021, 803 nouveaux cas de cancers du foie ont été détectés.

- b) **Calculer**, à l'aide de chacun des deux modèles, le nombre prévisionnel de nouveaux cas de cancers du foie en Belgique en 2021. **Comparer** les résultats obtenus au nombre réellement observé et en **déduire** le modèle le plus adapté à la situation.

4

- c) **Calculer**  $\int_0^9 f(t) dt$  et **interpréter** le résultat obtenu dans le contexte décrit dans l'énoncé.

2

Les études montrent que plusieurs facteurs de risque peuvent intervenir dans la survenue du cancer du foie. Parmi ces facteurs, l'infection par le virus de l'hépatite C.

En Belgique, 1 % de la population est contaminée par le virus de l'hépatite C.

On dispose d'un test de dépistage de ce virus dont les propriétés sont les suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,98 (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test).

On fait passer un test de dépistage à une personne choisie au hasard dans la population belge.

On note :

V l'événement « la personne est contaminée par le virus de l'hépatite C »

T l'événement « le test est positif ».

d) **Présenter** les informations de l'énoncé avec des notations mathématiques de probabilité correctes. 3

e) **Traduire** la situation à l'aide d'un arbre de probabilités. 3

f) **Démontrer** que la probabilité que le test soit positif est de 0,0395. 2

g) Une personne vient de recevoir le résultat de son test : négatif.  
**Déterminer** la probabilité que cette personne ne soit effectivement pas contaminée par le virus. Arrondir le résultat à 4 décimales près. 3

On choisit successivement 20 personnes de la population au hasard. On considère que les tirages sont indépendants.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes contaminées par le virus de l'hépatite C parmi ces 20 personnes.

h) **Calculer** la probabilité qu'il y ait au moins deux personnes contaminées parmi les 20. Arrondir le résultat à 4 décimales près. 3

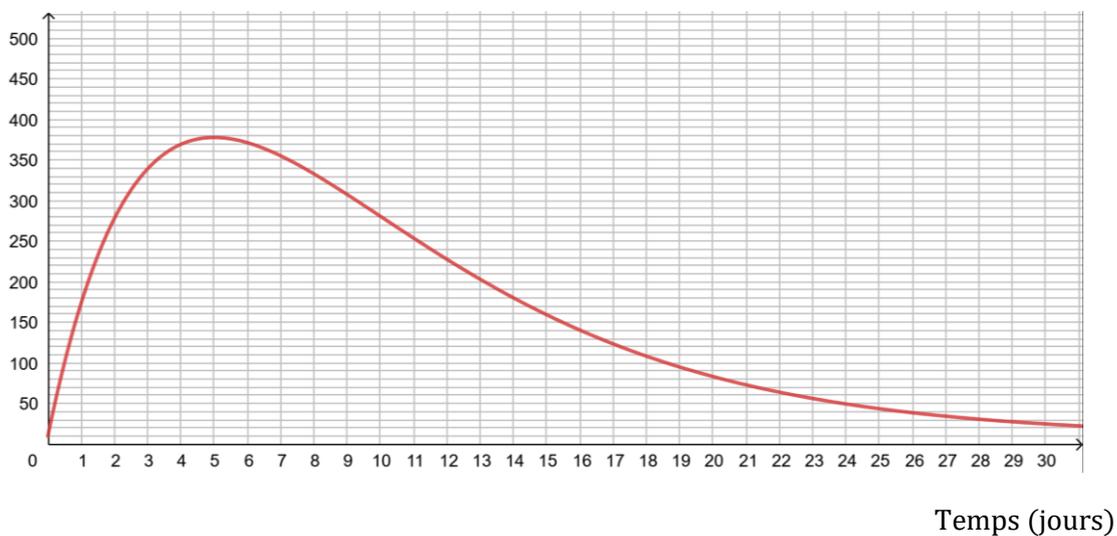
L'infection par le virus de l'hépatite C se traduit par une modification du nombre de globules blancs (cellules immunitaires intervenant dans les mécanismes de défense de l'organisme) dans le sang irrigant le foie.

Le nombre de globules blancs a été mesuré chez un patient dans les 30 jours suivant l'infection par le virus de l'hépatite C.

L'évolution du nombre de globules blancs peut être modélisée par la fonction suivante, représentée dans le graphique ci-dessous :

$$f(x) = 200x \cdot e^{-\frac{x}{5}} + 10$$

Nombre de globules blancs ( $\times 10^9$  cellules par litre de sang)



- i) A l'aide de la calculatrice et de ce modèle, **déterminer** la vitesse d'évolution du nombre de globules blancs 3 jours après l'infection.

3

**Fin de la partie B**