

# Abitur-Baccalauréat-Baccalaureat Prebac 2023

|   |                   |                               |
|---|-------------------|-------------------------------|
|  | <b>Classe</b>     | <b>S7MA3FR</b>                |
|   | <b>Matière</b>    | <b>Mathématiques</b>          |
|   | <b>Date</b>       | <b>24/01/2023</b>             |
|   |                   | <b>14:00-16:00</b>            |
|   | <b>Durée</b>      | <b>2 heures (120 minutes)</b> |
|   | <b>Professeur</b> | <b>A. Baumann</b>             |

## **Partie A**      **Sans outil technologique**

**NOM :**

**Prénom :**

### **Instructions**

- **Crayon pour les dessins**
- *Il est indispensable que les réponses soient accompagnées des explications nécessaires à leur élaboration.*
- *Les réponses doivent mettre en évidence le raisonnement qui amène aux résultats ou solutions.*
- *Lorsque des graphes sont utilisés pour trouver une solution, la réponse doit inclure des esquisses de ceux-ci.*
- *Sauf indication contraire dans la question, la totalité des points ne pourra être attribuée à une réponse correcte en l'absence du raisonnement et des explications qui permettent d'arriver aux résultats ou solutions.*
- *Lorsqu'une réponse est incorrecte, une partie des points pourra cependant être attribuée lorsqu'une méthode appropriée et/ou une approche correcte ont été utilisées.*
- *Cet examen comporte dix questions. Toutes les questions doivent être traitées.*
- **Ecrivez vos réponses sur des copies supplémentaires.**

**Partie A**

**50 Points**

**1)** Une boîte de Petri est placée dans un four chauffé afin d'éliminer les bactéries. Le nombre de bactéries est modélisé en fonction du temps  $t$  en heures par la fonction  $N$  avec

$$N(t) = 1000 \cdot e^{\ln(0,5) \cdot t}.$$

a) Parmi les propositions suivantes, choisissez la seule qui soit égale à  $N(t)$ , sans justification :

|                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|
| $N_1(t) = 1000 \cdot \ln(0,5)^t$ | $N_2(t) = 0,5 \cdot 1000^t$      |
| $N_3(t) = 1000 \cdot (0,5)^t$    | $N_4(t) = 0,5 \cdot \ln(1000)^t$ |

5 Points

b) Combien de bactéries y-a-t-il au début ?

c) Combien de bactéries reste-t-il après deux heures ?

**2)** Un appartement est proposé à la location. Le propriétaire propose deux manières de calculer le loyer :

Choix A: Le montant du loyer est de 1000€ au départ, et augmente de 25€ chaque année.

Choix B : Le montant du loyer est de 1000€ au départ, et augmente de 2% par an.

a) Calculer le montant du loyer la deuxième et la troisième année pour l'option A.

b) Calculer le montant du loyer la deuxième et la troisième année pour l'option B.

c) Modéliser par une fonction  $f(x)$ , le montant du loyer mensuel pour le choix A en fonction des années  $x$ .

d) Modéliser par une fonction  $g(x)$ , le montant du loyer mensuel pour le choix B en fonction des années  $x$ .

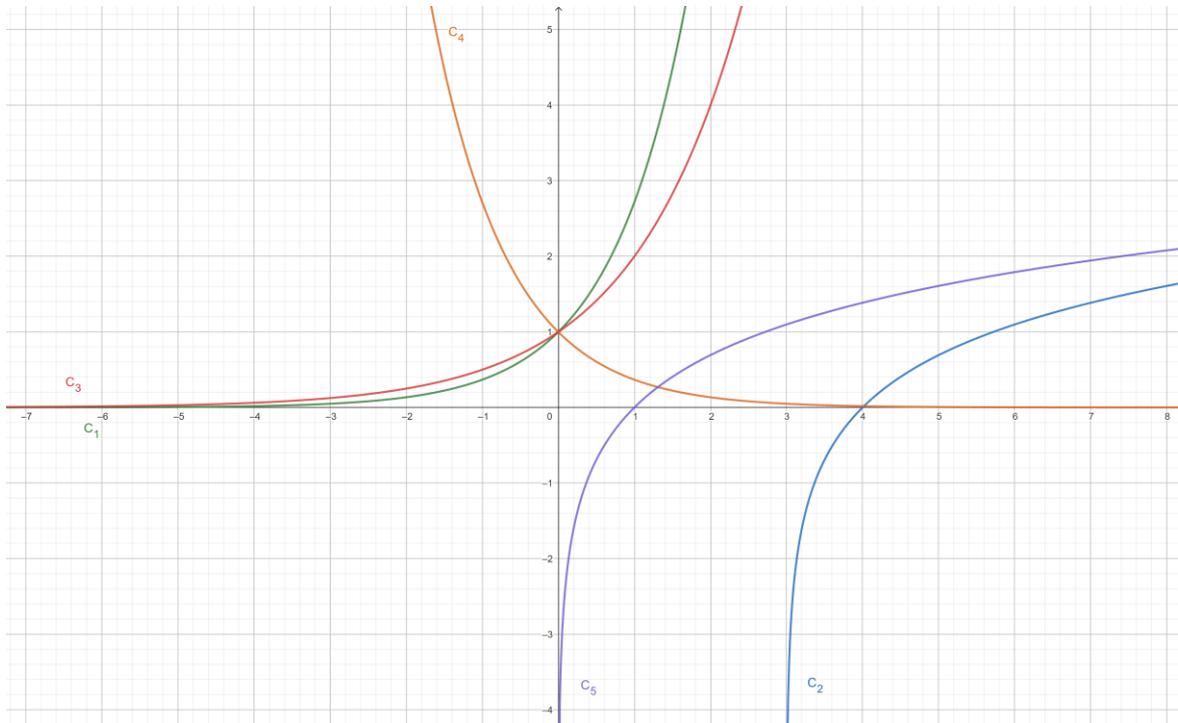
e) Expliquer quel choix vous feriez à long terme.

5 Points

3) On donne les représentations graphiques des cinq fonctions ci-dessous :

$$f(x) = 2^x \quad g(x) = e^x \quad h(x) = \ln(x) \quad i(x) = \ln(x - 3) \quad j(x) = e^{-x}$$

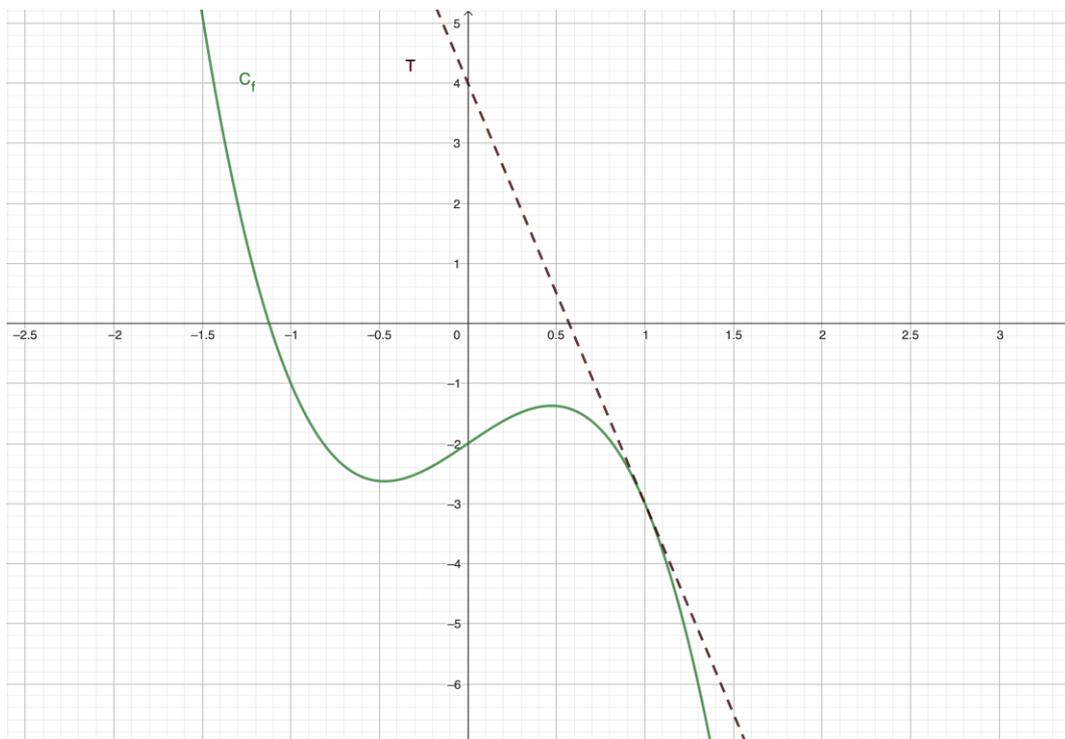
Indiquer quel graphique correspond à quelle fonction sans explications.



5 Points

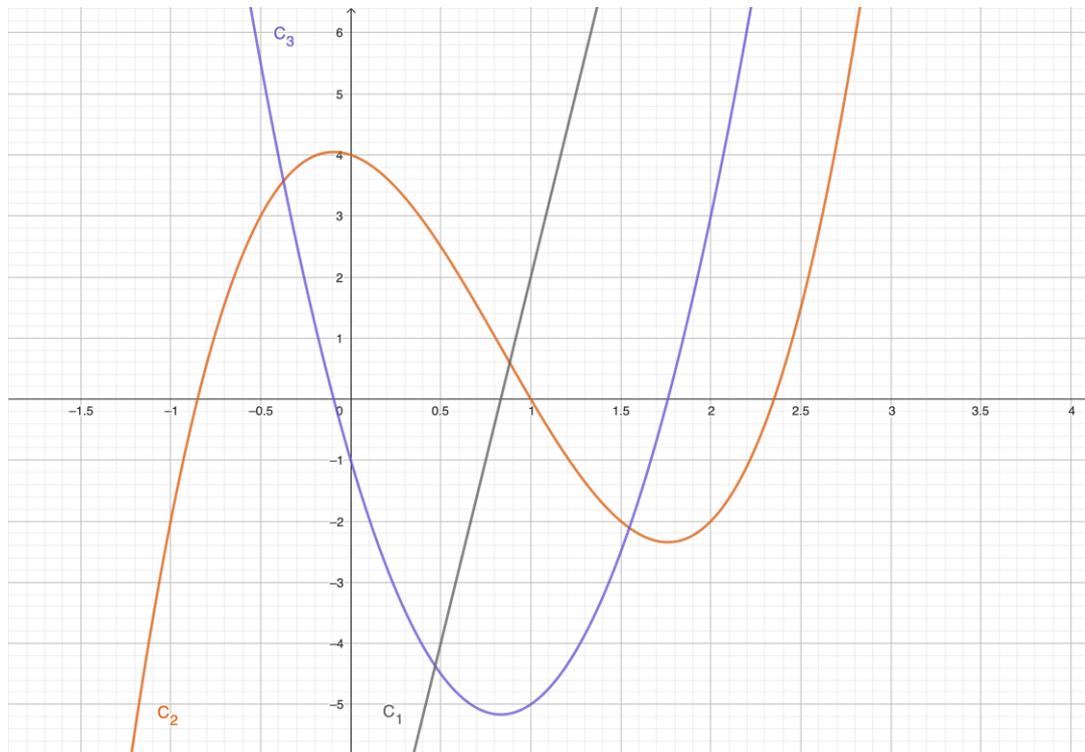
4) On donne le graphe d'une fonction  $f$  et de sa tangente au point d'abscisse  $x = 1$ .

Donner l'équation de la tangente.



5 Points

- 5) On donne les graphes d'une fonction  $f$ , de sa dérivée  $f'$ , et de l'une de ses primitives  $F$ . Expliquer quel graphe correspond à quelle fonction.



5 Points

- 6) Un corps se déplace en ligne droite, entre  $t = 0$  et  $t = 6$  (en secondes), avec une vitesse  $v(t) = 4t$  (en mètres par seconde).

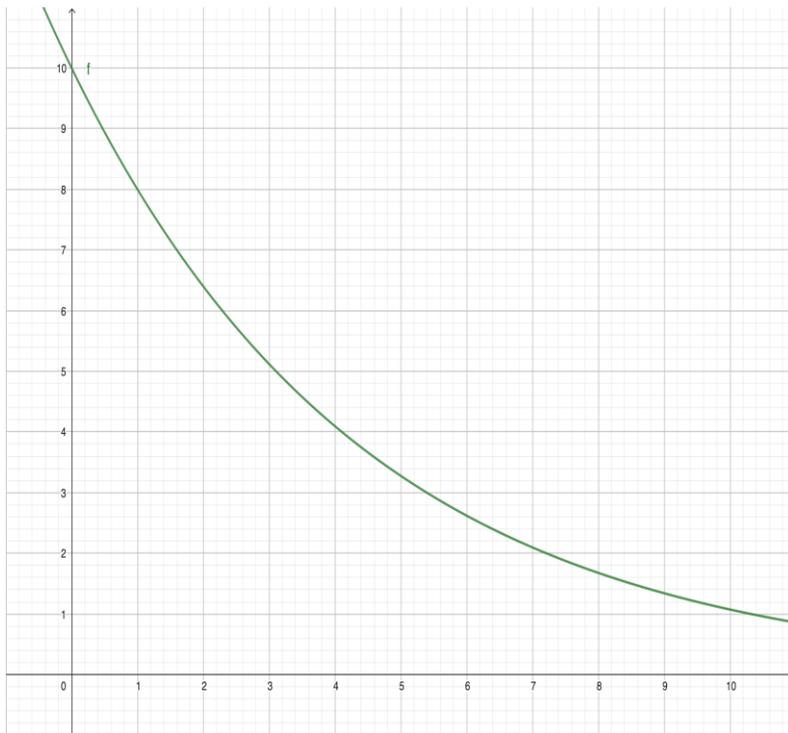
La dérivée  $v'(t)$  de la vitesse est l'accélération.

La position du corps le long de la ligne droite est modélisée par la primitive  $V(t)$  de la vitesse.

- Quelle est la vitesse initiale du corps ? Quelle vitesse atteint-il après 3 secondes ?
- Calculer l'accélération en fonction du temps  $t$ .
- Calculer la primitive  $V$  de la fonction  $v$  pour laquelle  $V(0) = 10$ .
- Quelle distance le corps a-t-il parcouru pendant les 6 premières secondes ?

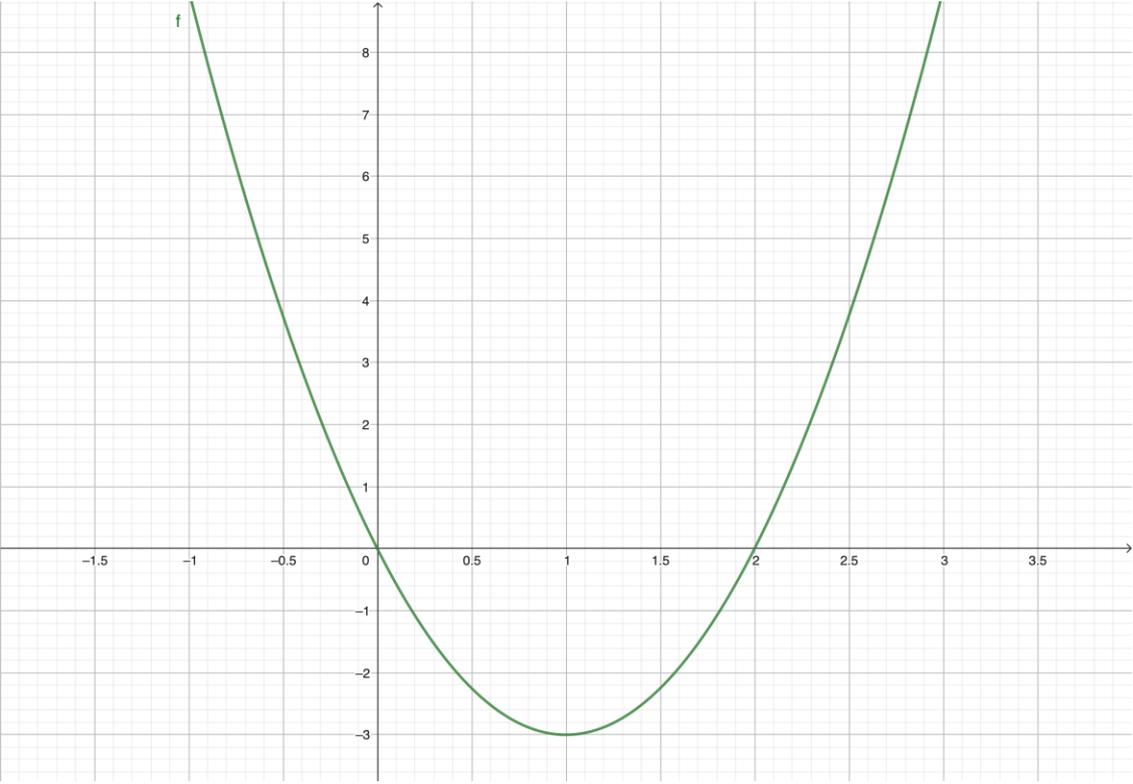
5 Points

- 7) La fonction ci-dessous montre l'écoulement d'un liquide. La fonction de débit est notée  $f$ .  $f(t)$  est le débit instantané à l'instant  $t$  (en minutes), en litres par minute.



- Écrire une intégrale donnant l'aire entre la courbe et l'axe des abscisses, pour  $0 \leq t \leq 5$ .
- Estimer cette aire avec la méthode des rectangles. On considérera des rectangles dont la base mesure 1 min. Donner une sous-estimation et une sur-estimation.
- A quoi correspond l'aire entre la courbe de  $f$  et l'axe des abscisses, pour  $0 \leq t \leq 5$  ?
- Le liquide s'écoule dans un bidon de 25 litres. Le bidon sera-t-il complètement rempli au bout de 5 minutes ?

5 Points

|  |          |
|--|----------|
| <p><b>8)</b> On donne le graphe de la fonction <math>f(x) = 3x^2 - 6x</math>.</p> <p>a) Calculer une primitive de la fonction <math>f</math>.</p> <p>b) Calculer l'aire entre la courbe de <math>f</math> et l'axe des abscisses, pour <math>0 \leq x \leq 3</math>.</p>    | 5 Points |
| <p><b>9)</b> a) Calculer l'intégrale <math>\int_0^1 4e^{5x} dx</math></p> <p>b) Calculer la primitive <math>F(x)</math> de la fonction <math>f(x) = -3x^2 + x + 7</math> pour laquelle <math>F(0) = 5</math>.</p>  | 5 Points |
| <p><b>10)</b> On donne les trois intégrales suivantes</p> $I = \int_{-2}^2 f(x) dx = 12 \quad J = \int_2^5 f(x) dx = 3 \quad K = \int_5^{-2} g(x) dx = 14$ <p>a) Faire un schéma des graphes de <math>f</math> et de <math>g</math> en respectant les conditions imposées par les intégrales.</p> <p>b) Calculer les trois intégrales suivantes en utilisant les intégrales <math>I, J</math> et <math>K</math>.</p> $A = \int_{-2}^5 f(x) dx \quad B = \int_{-2}^5 (f(x) - g(x)) dx \quad C = \int_{-2}^2 5f(x) dx$ | 5 Points |