Mathématiques S7MA3

Partie A : Examen sans outil technologique

Date : 31 janvier 2023

Durée : 120 min

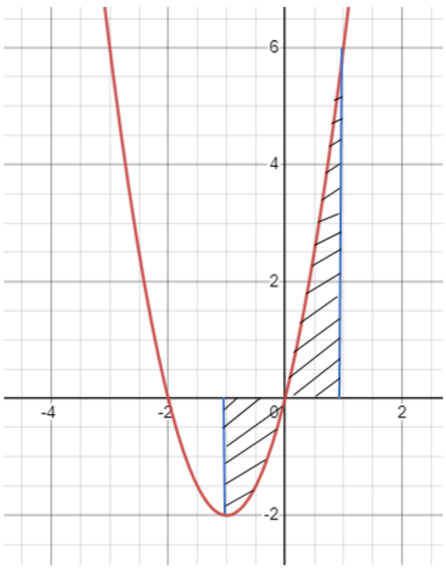
Cours : S7-MA3

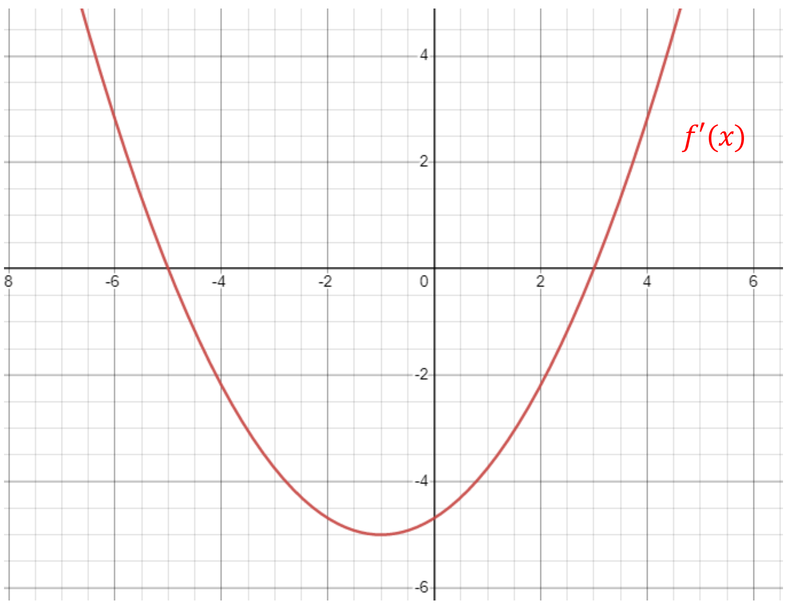
Enseignant : Laurence Hesse

Matériel autorisé :

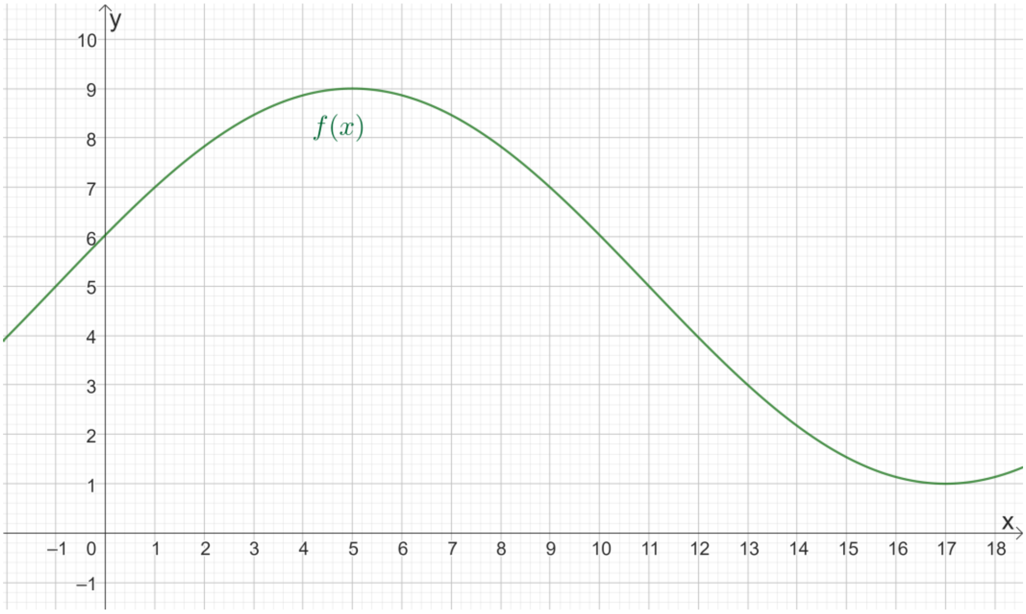
- Formulaire officiel

Examen sans calculatrice

PARTIE A		
		Points
1	Soit la fonction f telle que $f(x) = x^3 + 3x^2$ **Déterminer** l'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $x = -1$.	**5**
2	La population d'une petite ville augmente selon une loi affine. En 2012 la population était de 5000 habitants. Cinq années plus tard, elle était de 6250. a) **Déterminer** un modèle de la population P comme fonction de t où t est le temps en années comptées après 2012. b) **Rechercher** à partir de quelle année la population dépasse 7000 habitants.	 **3** **2**
3	Un étudiant lance une balle en l'air. La hauteur de la balle h, en mètres, peut être modélisée par la fonction : $$h(t) = -5t^2 + 15t$$ où h est la hauteur en mètres et t est le temps en secondes après le lancer. **Déterminer** la hauteur maximale atteinte par la balle.	**5**
4	La fonction F telle que $F(x) = \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 2$ est une primitive de la fonction f. Soit la courbe représentative de la fonction f représentée ci-dessous. **Montrer** que l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe représentative de f, les droites d'équations $x = -1$ et $x = 1$ et l'axe OX vaut 4 unités d'aire. 	**5**

5	Des scientifiques observent la population de coccinelles dans un champ. La population peut être modélisée par la fonction $P(t) = 200\, e^{\ln(1{,}015)t}$ où P est le nombre de coccinelles et t est le temps en semaines après le début des observations.	
	a) Combien de coccinelles y avait-il au début des observations ?	**1**
	b) **Calculer** le nombre de coccinelles après une semaine.	**2**
	c) **Déterminer** le pourcentage d'augmentation hebdomadaire.	**2**
6	Une fonction exponentielle est de la forme $f(x) = e^{ax+b}$. Le graphique de la fonction f passe par les points de coordonnées $(0\,;e)$ et $\left(1\,;\frac{1}{e}\right)$. **Déterminer** les valeurs des paramètres a et b, et donner l'expression analytique de la fonction f, soit $f(x)$.	**5**
7	Le graphique suivant est celui de la fonction dérivée f' d'une fonction f. Pour chaque proposition, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une justification à votre réponse. Les points ne seront attribués que si les deux réponses sont correctes, le vrai ou faux et la justification.	**5**
		
	a) La fonction f admet un minimum en $x = -1$. b) La fonction f est décroissante sur l'intervalle $-5 < x < 3$. c) La fonction f admet deux extremums. d) L'intersection du graphique de f avec l'axe OY ne peut pas être déterminée à partir du graphique de f'. e) Le graphique de f doit admettre deux intersections avec l'axe OX.	

<table>
<tr>
<td>8</td>
<td>
Le graphique d'une fonction sinusoïdale f est représenté ci-dessous.



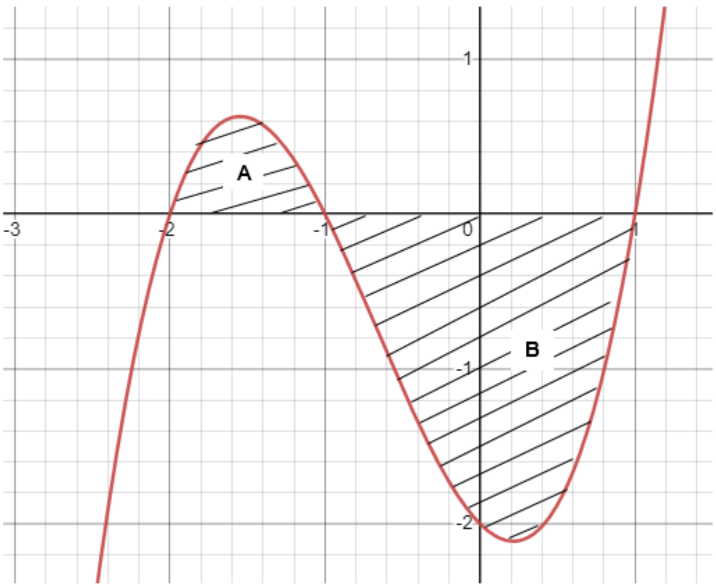
a) **Déterminer** la période de f .

b) **Déterminer** la valeur des paramètres a, b, c et d correspondant au graphique représenté de la fonction f telle que :

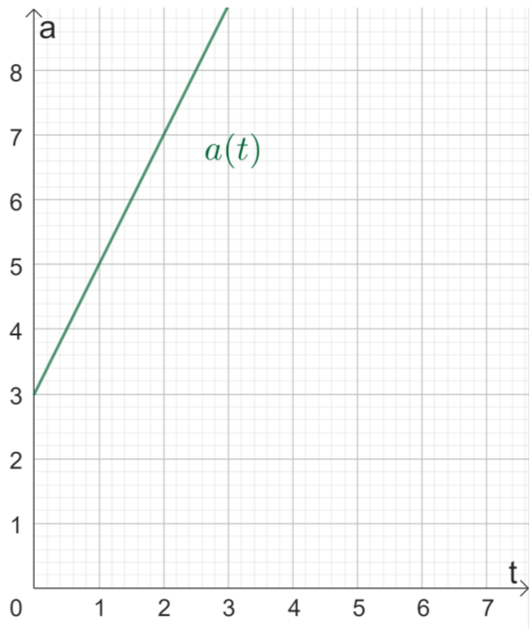
$$f(x) = a\sin(b((x-c)) + d$$
</td>
<td>1

4</td>
</tr>
<tr>
<td>9</td>
<td>
Soit le graphique d'une fonction f représenté ci-dessous.

Etant donné que l'aire $A = 1{,}37$ et l'aire $B = 4{,}50$, trouver $\int_{-2}^{1} f(x)dx$.



</td>
<td>5</td>
</tr>
</table>

10	*La fonction accélération a est définie comme $a(t) = v'(t)$,* *où v est la fonction vitesse.* L'accélération a (en $\frac{m}{s^2}$) d'un objet au temps t en secondes (s) peut être modélisée par la fonction a. Le graphique de a est représenté ci-dessous.  La vitesse de l'objet à $t = 0$ est égale à 7 $\frac{m}{s}$. **Calculer** la vitesse après 2 secondes.	**5**