

MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES

PARTIE A

QUESTIONS de Réserve 2

DATE : 8 septembre 2023, après-midi

DURÉE DE L'EXAMEN :

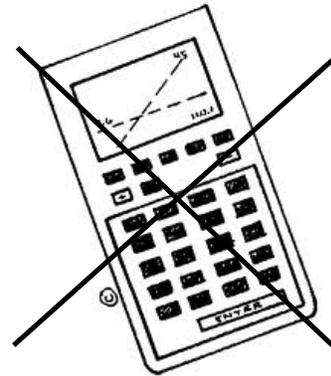
2 heures (120 minutes)

MATÉRIEL AUTORISÉ :

Examen sans support technologique

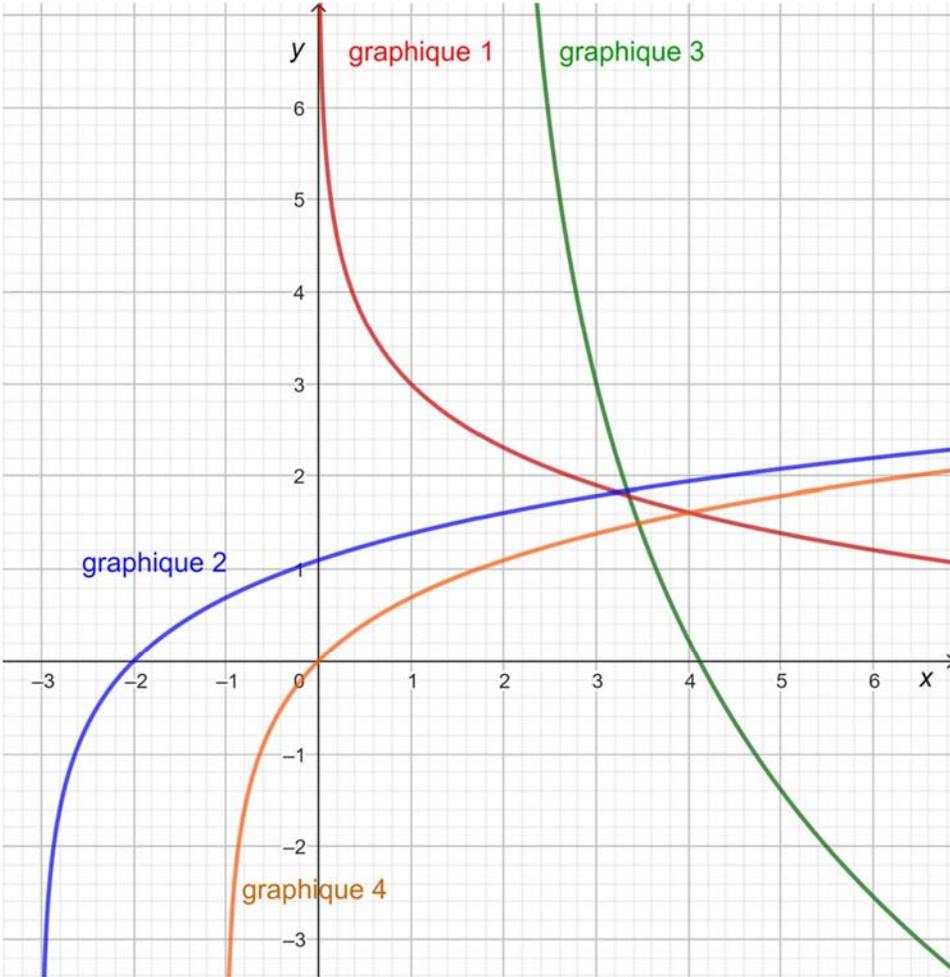
Crayon pour les graphiques

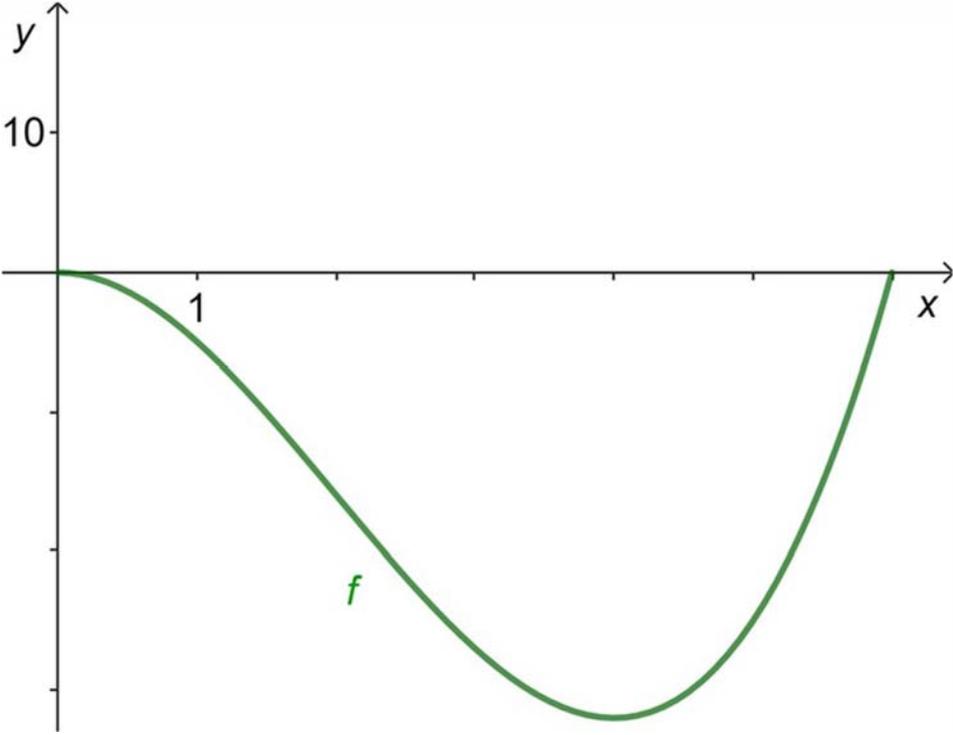
Formelsammlung / Formula booklet / Recueil de formules

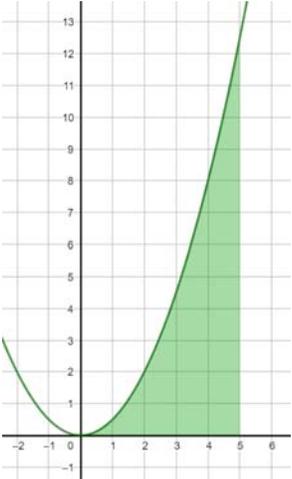
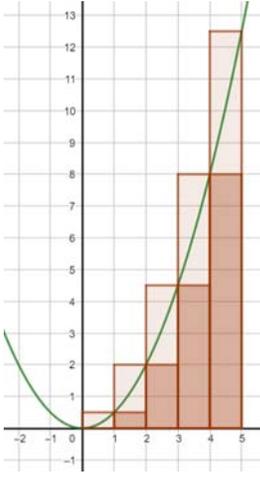


REMARQUES PARTICULIÈRES :

- Il est indispensable que les réponses soient accompagnées des explications nécessaires à leur élaboration.
- Les réponses doivent mettre en évidence le raisonnement qui amène aux résultats ou solutions.
- Lorsque des graphes sont utilisés pour trouver une solution, la réponse doit inclure des esquisses de ceux-ci.
- Sauf indication contraire dans la question, la totalité des points ne pourra être attribuée à une réponse correcte en l'absence du raisonnement et des explications qui permettent d'arriver aux résultats ou solutions.
- Lorsqu'une réponse est incorrecte, une partie des points pourra cependant être attribuée lorsqu'une méthode appropriée et/ou une approche correcte ont été utilisées.

PARTIE A	Page 1/6	Barème
<p>1) On donne trois fonctions logarithmiques f, g et h définies respectivement par</p> $f(x) = 3 - 4\ln(x - 2), \quad g(x) = 3 - \ln(x) \quad \text{et} \quad h(x) = \ln(x + 3)$ <p>ainsi que quatre graphiques de fonctions logarithmiques représentés ci-dessous.</p>  <p>Associer chacune des trois fonctions au graphique correspondant. Justifier la réponse.</p>	<p>5 points</p>	

PARTIE A	Page 2/6	Barème
<p>2) La forme du fond d'un lac peut être modélisée par la fonction f définie par</p> $f(x) = x^3 - 6x^2, \quad 0 \leq x \leq 6$ <p>où x est mesurée en kilomètres et $f(x)$ en mètres.</p>  <p>Déterminer la profondeur du lac en son point le plus profond.</p>		5 points
<p>3) On sait que la fonction F définie par $F(x) = x^2 + 2x$ est une primitive de la fonction f et que $\int_1^a f(x) dx = 5$, où a est un nombre réel positif.</p> <p>Déterminer a.</p>		5 points

PARTIE A	Page 3/6	Barème
<p>4) On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2}{2}$.</p> <p>On cherche à déterminer l'aire A de la surface délimitée par le graphique de f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 5$. (voir diagramme ci-dessous à gauche)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p>a) À l'aide des rectangles représentés (voir diagramme ci-dessus à droite), déterminer un encadrement de l'aire A recherchée.</p> <p>b) Expliquer comment obtenir un encadrement plus fin avec cette technique.</p> <p>c) Montrer que la fonction F définie par $F(x) = \frac{x^3}{6}$ est une primitive de la fonction f et calculer la valeur exacte de l'aire A.</p>		<p>2 points</p> <p>1 point</p> <p>2 points</p>

PARTIE A	Page 4/6	Barème
<p>5) La grande roue d'un parc d'attraction a un diamètre de 50 mètres. Elle effectue un tour complet de manière uniforme toutes les 120 secondes. Son point le plus haut est situé à 55 mètres du sol. On considère le mouvement d'une nacelle de la grande roue. Celui-ci est un mouvement périodique qui peut être modélisé par une fonction f définie par</p> $f(t) = a \cdot \sin(b(t - c)) + d$ <p>où t représente le temps, en secondes, et $f(t)$ la hauteur de la nacelle, en mètres. La nacelle se trouve au point le plus bas de la grande roue à l'instant $t = 0$.</p> <p>a) Montrer que l'amplitude du mouvement est égale à 25 mètres.</p> <p>b) Montrer que le déplacement vertical est égal à 30 mètres.</p> <p>c) Montrer que $b = \frac{\pi}{60}$.</p> <p>d) Déterminer c et interpréter le résultat.</p> <p>6) Lors d'une course de 100 m, l'athlète Ali est placé dans le couloir 3 sur la ligne de départ. Il y a 8 couloirs au total. Trois autres athlètes prenant part à la course sont placés dans les autres couloirs.</p> <p>Calculer la probabilité qu'aucun des trois autres coureurs ne soit placé à côté d'Ali.</p>		<p>1 point</p> <p>1 point</p> <p>1 point</p> <p>2 points</p> <p>5 points</p>

PARTIE A	Page 5/6	Barème
<p>7) La lactase est une enzyme qui permet de digérer les produits laitiers contenant du lactose. 30% de la population mondiale produit sa propre lactase dans les intestins. Une société médicale a mis au point un nouveau test rapide pour voir si un individu produit ou non de la lactase. Une étude est réalisée pour déterminer la fiabilité du test rapide et l'étude montre que ce test donne un résultat positif correct pour 80 % des individus qui produisent de la lactase mais donne un faux positif pour 10 % des individus qui ne produisent pas de lactase. Le test rapide est utilisé sur une population importante.</p> <p>a) Montrer que 69% de la population devrait obtenir un résultat négatif.</p> <p>b) Calculer la probabilité qu'un individu produise de la lactase, sachant qu'il a obtenu un résultat négatif.</p>		<p>3 points</p> <p>2 points</p>
<p>8) Andy est un joueur de basket-ball. La probabilité qu'il réussisse un lancer franc est de 75 %. Il a droit à 3 tentatives et chaque lancer réussi vaut un point.</p> <p>a) Le nombre de points marqués suit-il une loi binomiale ? Justifier la réponse.</p> <p>b) Calculer la probabilité qu'Andy marque au moins un point.</p>		<p>3 points</p> <p>2 points</p>
<p>9) Une entreprise produit des tablettes de chocolat dont la masse suit une loi normale d'espérance $\mu = 100$ g et d'écart-type $\sigma = 1$ g. On choisit au hasard une tablette de chocolat dans la production.</p> <p>a) Déterminer la probabilité que cette tablette pèse entre 97 g et 103 g.</p> <p>b) Déterminer la probabilité que cette tablette pèse plus de 100 g.</p>		<p>3 points</p> <p>2 points</p>

PARTIE A							Page 6/6	Barème																					
<p>10) Après quelques plaintes concernant les nouveaux horaires, la direction d'une école affirme que 10 % seulement des enseignants sont mécontents de leur nouvel horaire. Certains enseignants pensent qu'il s'agit de plus de 10%. Ils demandent alors leur avis à un groupe de 35 enseignants choisis au hasard.</p> <p>On effectue un test NHST à un seuil de signification de 5 %.</p> <p>a) Déterminer si ce test est unilatéral à gauche ou à droite. Justifier la réponse.</p> <p>b) Formuler une hypothèse nulle appropriée H_0 et une hypothèse alternative H_1 pour ce test.</p> <p>La variable aléatoire X désigne le nombre d'enseignants mécontents de leur nouvel horaire dans un échantillon de 35 enseignants.</p> <p>Le tableau ci-dessous montre les valeurs de $P(X \geq k)$ avec $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ et 10 en supposant que 10 % des enseignants sont mécontents.</p>							1 point																						
<table border="1"> <thead> <tr> <th>k</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$P(X \geq k)$</td> <td>0,975</td> <td>0,878</td> <td>0,694</td> <td>0,469</td> <td>0,269</td> <td>0,132</td> <td>0,055</td> <td>0,020</td> <td>0,006</td> <td>0,002</td> </tr> </tbody> </table>							k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$P(X \geq k)$	0,975	0,878	0,694	0,469	0,269	0,132	0,055	0,020	0,006	0,002	1 point
k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																			
$P(X \geq k)$	0,975	0,878	0,694	0,469	0,269	0,132	0,055	0,020	0,006	0,002																			
<p>c) Déterminer la valeur critique k et interpréter cette valeur.</p>							3 points																						