

MATHÉMATIQUES 3 PÉRIODES PARTIE B

QUESTIONS de Réserve 2

DATE : 8 septembre 2023, matin

DURÉE DE L'EXAMEN :

2 heures (120 minutes)

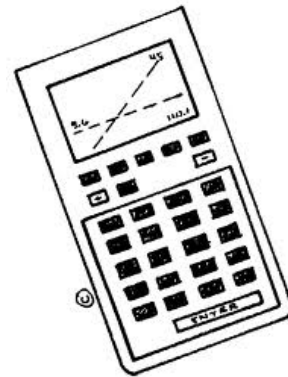
MATÉRIEL AUTORISÉ :

Examen avec support technologique :

Calculatrice approuvée

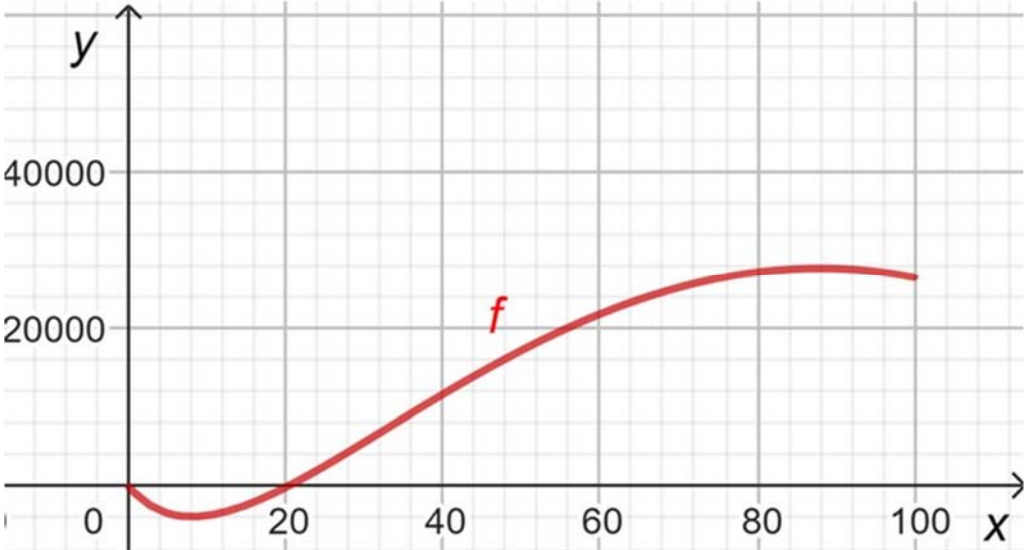
Crayon pour les graphiques

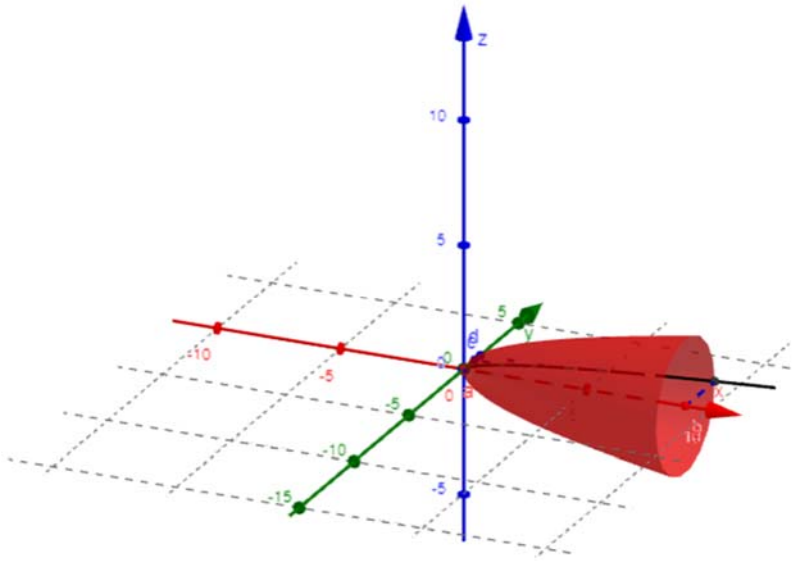
Formelsammlung / Formula booklet / Recueil de formules





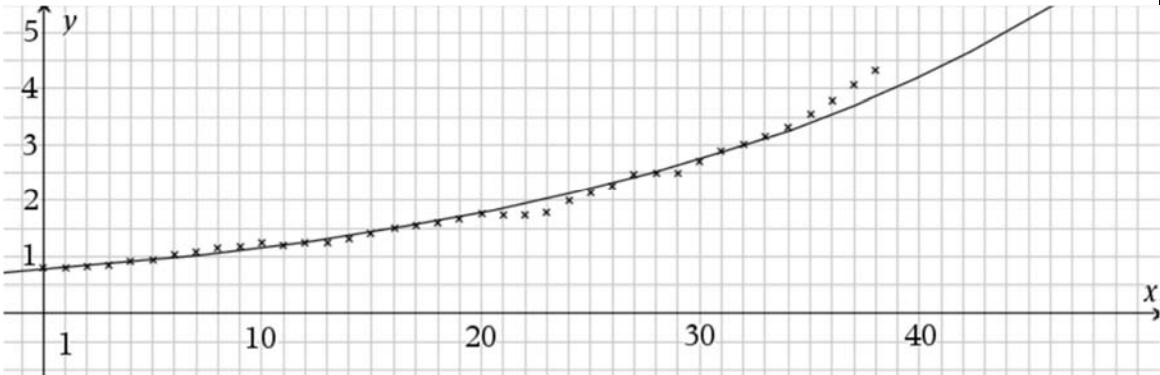
REMARQUES PARTICULIÈRES :

- Utiliser une nouvelle page pour chaque nouvelle question.
- Il est indispensable que les réponses soient accompagnées des explications nécessaires à leur élaboration.
- Les réponses doivent mettre en évidence le raisonnement qui amène aux résultats ou solutions.
- Lorsque des graphes sont utilisés pour trouver une solution, la réponse doit inclure des esquisses de ceux-ci.
- Sauf indication contraire dans la question, la totalité des points ne pourra être attribuée à une réponse correcte en l'absence du raisonnement et des explications qui permettent d'arriver aux résultats ou solutions.
- Lorsqu'une réponse est incorrecte, une partie des points pourra cependant être attribuée lorsqu'une méthode appropriée et/ou une approche correcte ont été utilisées.

PARTIE B		
QUESTION B1	Page 1/3	Barème
<p>Partie 1</p> <p>On utilise les pommes d'un verger pour produire du jus de pomme. Étant donnée la taille du verger, la quantité de jus produite par an ne peut excéder 100 tonnes.</p> <p>Le résultat net (bénéfice ou déficit), en euros, réalisé par le fermier est modélisé par</p> $f(x) = 2160x - 10x^2 - 40000 \ln\left(\frac{x+12}{12}\right),$ <p>où x est le nombre de tonnes de jus de pomme.</p> <p>Le diagramme ci-dessous montre le graphique de la fonction f.</p> 		
<p>a) Calculer le bénéfice réalisé par la vente de 50 tonnes de jus de pomme.</p>		1 point
<p>b) Déterminer le nombre de tonnes de jus de pomme que le fermier doit produire pour obtenir un bénéfice (résultat net positif). Arrondir à un nombre entier de tonnes.</p>		3 points
<p>c) La dérivée de la fonction f est donnée par :</p> $f'(x) = 2160 - 20x - \frac{40000}{x+12}.$ <p>Utiliser la dérivée pour déterminer le nombre de tonnes de jus de pomme à produire pour obtenir le bénéfice maximum.</p> <p>Calculer ce bénéfice maximum.</p>		4 points

PARTIE B			
QUESTION B1	Page 2/3	Barème	
<p>Partie 2</p> <p>Le fermier souhaite organiser une dégustation.</p> <p>Pour cet événement, il prévoit d'utiliser des verres dont la forme est modélisée par la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{0,8x}$ dont on fait tourner le graphique autour de l'axe des abscisses pour $0 \leq x \leq 9$.</p> <p>Le résultat est illustré sur la figure ci-dessous.</p>  <p>d) Pour calculer le volume d'un tel solide de révolution, on utilise la formule :</p> $V(x) = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 dx.$ <p>Si x est mesuré en cm, le volume $V(x)$ sera donné en cm^3.</p> <p>Calculer le volume d'un verre et donner la réponse en litres. Arrondir à deux décimales.</p> <p>e) On doit aussi dresser des tables pour la dégustation. La société qui fournit les verres les propose en 6 couleurs différentes. On dispose également de 3 tailles différentes de serviettes.</p> <p>Déterminer de combien de façons on peut dresser une table en utilisant des verres de 2 couleurs différentes avec des serviettes de 2 tailles différentes.</p>			<p>2 points</p> <p>2 points</p>

PARTIE B																						
QUESTION B1	Page 3/3	Barème																				
<p>f) Pour la publicité de l'événement, le fermier souhaite utiliser le slogan suivant :</p> <p style="text-align: center;"><i>"Manger des pommes rend heureux".</i></p> <p>On a effectué un sondage dont les résultats sont regroupés dans le tableau suivant, où</p> <p>X est le nombre de pommes consommées par semaine et</p> <p>Y est l'évaluation du bonheur personnel sur une échelle allant de 1 à 10.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>X</td> <td>4</td> <td>9</td> <td>5</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>9</td> <td>7</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>9</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>8</td> <td>4</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>Déterminer le coefficient de corrélation de Pearson et justifier si le slogan est correct ou non, sur la base des statistiques.</p>		X	4	9	5	2	1	0	9	7	5	Y	5	4	9	6	4	5	8	4	2	3 points
X	4	9	5	2	1	0	9	7	5													
Y	5	4	9	6	4	5	8	4	2													
<p>Partie 3</p> <p>Le fermier utilise différentes sortes de pommes de son verger pour produire de la salade de fruits :</p> <p>60 % de pommes <i>Elstar</i>  et 40% de pommes <i>Boskoop</i>. </p> <p>On admet que pour cette salade de fruits, 97 % des pommes <i>Elstar</i> et 95 % des pommes <i>Boskoop</i> sont de bonne qualité.</p> <p>g) Le fermier prélève une pomme au hasard pour la contrôler.</p> <p>Montrer que la probabilité que la pomme soit de mauvaise qualité est de 0,038.</p> <p>Le fermier conditionne ses pommes dans des boîtes de 60.</p> <p>On note Y la variable aléatoire qui désigne le nombre de pommes de mauvaise qualité par boîte.</p> <p>h) Justifier que Y suit une loi binomiale. 3 points</p> <p>i) On choisit une boîte au hasard.</p> <p>Calculer la probabilité qu'il y ait exactement 2 pommes de mauvaise qualité dans la boîte. Arrondir à deux décimales. 2 points</p> <p>j) Calculer $E(Y)$ et expliquer la signification du résultat. 2 points</p>																						

PARTIE B		
QUESTION B2	Page 1/3	Barème
<p>Partie 1</p> <p>Le diagramme ci-dessous montre l'évolution du nombre de passagers du transport aérien mondial entre 1980 et 2018, ainsi que le graphique d'une fonction exponentielle f qui modélise cette évolution.</p> <p>Au nombre x d'années après 1980 correspond le nombre $f(x)$ de passagers en milliards.</p> 		
<p>a) Le modèle exponentiel donné est-il pertinent ? Justifier la réponse.</p>		2 points
<p>b) On considère les définitions du modèle f suivantes :</p> $f_1(x) = 0,75 \cdot e^{0,043x}$ $f_2(x) = e^{0,043x}$ $f_3(x) = 0,75 \cdot e^{-0,043x}.$ <p>Désigner la définition qui correspond le mieux au graphique représenté ci-dessus et justifier la réponse.</p>		3 points
<p>c) On considère le modèle $f(x) = e^{0,0431x - 0,284}$.</p> <p>Calculer le nombre de passagers que ce modèle permet de prévoir en 2023. Ce modèle a-t-il encore un sens en 2023 ? Justifier la réponse.</p>		3 points

PARTIE B																			
QUESTION B2	Page 2/3	Barème																	
<p>Partie 2</p> <p>On estime que la probabilité qu'un passager du transport aérien ne se présente pas lors du décollage est de 0,05.</p> <p>Une compagnie aérienne qui vend des places pour un avion de 100 places, décide d'en vendre 103 pour faire du « surbooking » et espère ainsi réaliser des bénéfices supplémentaires si certains passagers ne se présentent pas au départ.</p> <p>d) Calculer la probabilité qu'au moins un passager qui se présente au départ ne trouve pas de place dans l'avion. Arrondir à 5 décimales.</p> <p>e) Les billets de cet avion sont vendus à 200 € l'unité. Si un passager se présente et n'a pas de place dans l'avion, la compagnie lui doit 800 € de dédommagement. On obtient alors le tableau suivant, où X désigne le nombre de passagers qui se présentent au départ, et Y l'impact du « surbooking », en euros, sur le résultat de la vente des billets, en fonction de X.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 5px;">X</td> <td style="padding: 5px;">≤ 100</td> <td style="padding: 5px;">101</td> <td style="padding: 5px;">102</td> <td style="padding: 5px;">103</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Y</td> <td style="padding: 5px;">+600</td> <td style="padding: 5px;">-200</td> <td style="padding: 5px;">-1000</td> <td style="padding: 5px;">-1800</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Probabilité</td> <td style="padding: 5px;">0,8935</td> <td style="padding: 5px;">0,0739</td> <td style="padding: 5px;">0,0275</td> <td style="padding: 5px;">0,0051</td> </tr> </table> <p>Calculer $E(Y)$ et interpréter le résultat. Est-il avantageux pour cette compagnie de faire du « surbooking » ?</p>					X	≤ 100	101	102	103	Y	+600	-200	-1000	-1800	Probabilité	0,8935	0,0739	0,0275	0,0051
X	≤ 100	101	102	103															
Y	+600	-200	-1000	-1800															
Probabilité	0,8935	0,0739	0,0275	0,0051															
				3 points															
				4 points															

PARTIE B

QUESTION B2

Page 3/3

Barème

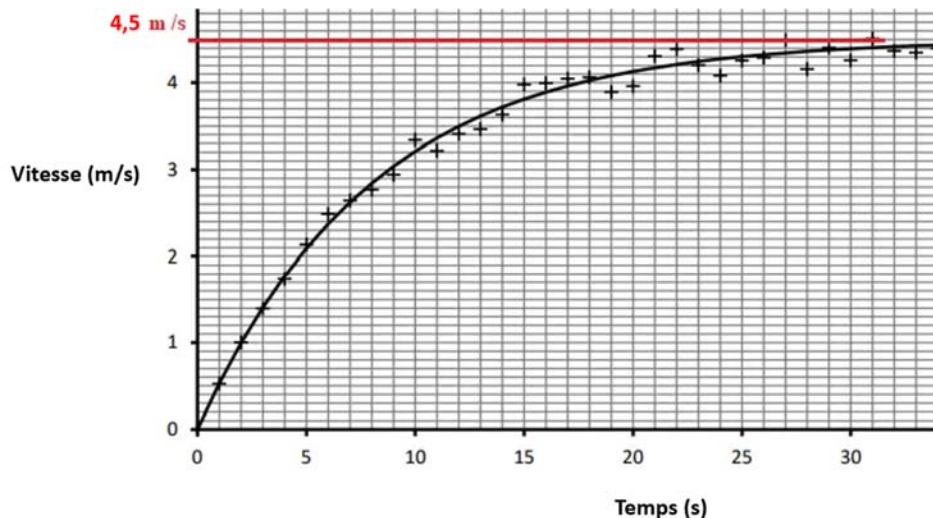
Partie 3

Afin de réduire les nuisances sonores et les émissions de CO₂, le déplacement d'un avion au sol se fait sans utiliser ses moteurs principaux (réacteurs), mais des moteurs électriques. L'avion, initialement à l'arrêt, démarre sur un sol horizontal ; la puissance des moteurs électriques ne lui permet pas de dépasser une vitesse maximale v_{\max} .

La vitesse de l'avion, exprimée en mètres par seconde (m/s), est modélisée par la fonction v définie par

$$v(t) = 4,5 \cdot (1 - e^{-0,13t}), \text{ où } t \geq 0 \text{ est le temps exprimé en secondes (s).}$$

Le diagramme ci-dessous montre le graphique de cette fonction ; les croix représentent les valeurs expérimentales.



f) **Déterminer** la limite de la fonction v en plus l'infini et **interpréter** le résultat.

3 points

g) **Déterminer** l'accélération initiale de l'avion.

3 points

h) **Calculer** $\int_{10}^{20} v(t) dt$ et **interpréter** le résultat.

4 points