

## Teil A Antworten

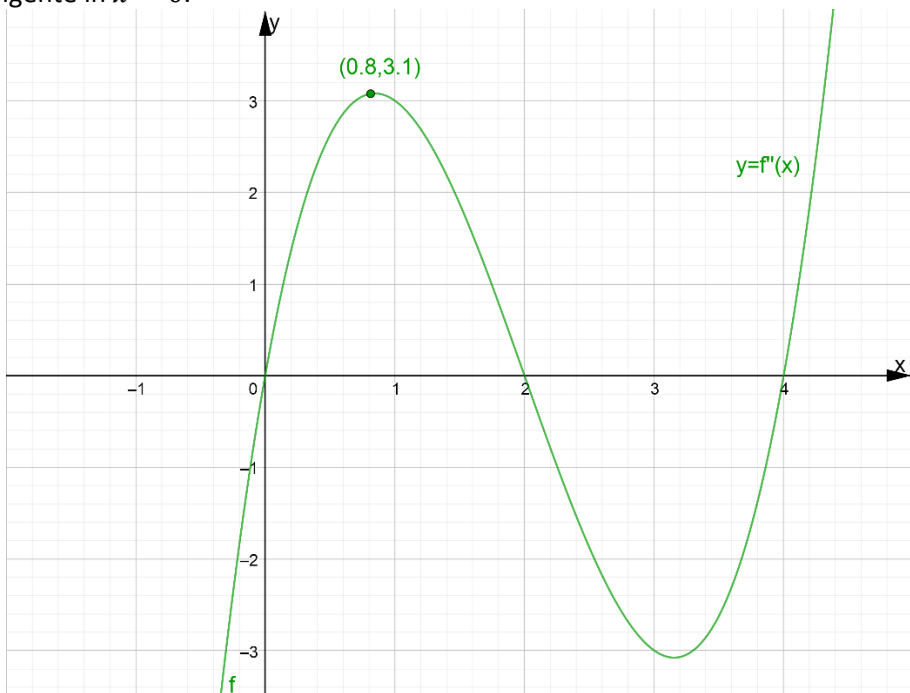
	Teil A	Punkte			
		KV	M	P	I
S1	<p>Gegeben ist die Funktion <math>f</math>, durch <math>f(x) = \ln(3x - 2)</math>.</p> <p><b>Bestimmen</b> Sie eine Gleichung der Tangente am Graphen von <math>f</math> wenn <math>x = 1</math> ist.</p>				
	$f(1) = 0$ $f'(1) = 3$ $0 = 3(1) + c$ $c = -3$ $y = 3x - 3$	3	1		
S2	<p><b>Bestimmen</b> Sie die komplexen Lösungen der Gleichung: <math>z^2 = 3i</math>.</p> <p><b>Geben</b> Sie Ihre Antworten in der Schreibweise <math>z = re^{i\theta}</math> wobei <math>\theta \in ]-\pi, +\pi]</math>.</p>				
	$z = (3i)^{\frac{1}{2}} = (3\text{cis}\left(\frac{\pi}{2}\right))^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}\text{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}e^{\frac{i\pi}{4}}$	3	2		
S3	<p>Gegeben ist die Funktion <math>f</math> durch <math>f(x) = \frac{2x-1}{x-1}</math>. Es sei <math>f^{-1}</math> die Umkehrfunktion von <math>f</math>.</p> <p><b>Lösen</b> Sie die Gleichung <math>f^{-1}(x) = 2</math>.</p>				
	<p>Man bestimmt die Umkehrfunktion:</p> $y = \frac{2x-1}{x-1}$ $y \cdot x - y = 2x + 1$ $y \cdot x - 2x + 1 = y$ $x \cdot (y - 2) = y - 1$ $x = \frac{y-1}{y-2}$ <p>Man tauschen <math>x</math> und <math>y</math> aus: <math>y = f^{-1}(x) = \frac{x-1}{x-2}</math></p> $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{x-2} = 2$ $x-1 = 2x-4 \Rightarrow x=3$		2	1	
S4	<p>Eine streng zunehmende arithmetische Folge <math>(a_n)</math> und eine geometrische Folge <math>(b_n)</math> haben dasselbe erste Glied, wobei <math>a_1 = b_1 = 2</math>.</p> <p>Außerdem haben beide Folgen <math>(a_n)</math> und <math>(b_n)</math> das gleiche dritte Glied. Das heißt <math>a_3 = b_3</math>.</p> <p>Die Summe der ersten drei Folgenglieder der arithmetischen Folge ist um 4 größer als die Summe der ersten drei Folgenglieder der geometrischen Folge.</p> <p><b>Bestimmen</b> Sie die Formel für das <math>n</math>-te Glied von <math>(a_n)</math> und <math>(b_n)</math>.</p>				
	$a_1 = b_1 = 2$ $a_3 = b_3 \Leftrightarrow a_1 + 2d = b_1 \cdot q^2 \Leftrightarrow 2 + 2d = 2 \cdot q^2 \quad   :2$ $1 + d = q^2 \quad   -1$ $d = q^2 - 1 \quad (I)$ $s_{a,3} = s_{b,3} + 4 \Leftrightarrow 3a_1 + 3d = b_1(1 + q + q^2) + 4$ $\Leftrightarrow 6 + 3d = 2(1 + q + q^2) + 4 \quad   -4$ $2 + 3d = 2 + 2q + 2q^2 \quad (II)$ $(I) \text{ in } (II):$	2	2	3	

	$2 + 3(q^2 - 1) = 2 + 2q + q^2$ $2 + 3q^2 - 3 = 2 + 2q + q^2 \quad   -2 - 2q - 2q^2$ $q^2 - 2q - 3 = 0$ $q = 1 \pm \sqrt{1+3} \Rightarrow q_1 = 3, \quad q_2 = -1$ $\Rightarrow d_1 = 3^2 - 1 = 8, \quad d_2 = (-1)^2 - 1 = 0$ <p><math>d_2</math> kann ausgeschlossen werden, da die Folge <math>(a_n)</math> gemäß der Vorbedingung streng steigend ist.</p> $\Rightarrow (a_n) = 2 + (n-1) \cdot 8 = 8n - 6$ $(b_n) = 2 \cdot 3^{n-1}$				
--	---	--	--	--	--

S5	<p>Eine stetige Zufallsvariable <math>X</math> hat eine Dichtefunktion, die durch folgende Formel gegeben ist:</p> $f(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ a \cdot e^{-ax} & , x \geq 0 \end{cases}$ <p>Wir wissen, dass <math>P(X &lt; 1) = \frac{1}{2}</math>.</p> <p><b>Zeigen Sie, dass <math>a = \ln 2</math>.</b></p>				
----	--	--	--	--	--

	$\int_0^1 a e^{-ax} dx = \frac{1}{a} [-e^{-ax}]_0^1 = -e^{-a} + 1$ $-e^{-a} + 1 = \frac{1}{2}$ $e^{-a} = \frac{1}{2}$ $e^a = 2$ $a = \ln(2)$			2	3
--	--	--	--	---	---

S6	<p>Gegeben ist der Graph der zweiten Ableitung <math>f''</math> einer Funktion (siehe Abbildung unten). <b>Entscheiden Sie, welche der folgenden Aussagen wahr und welche falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort.</b></p> <p>a) Der Graph von <math>f</math> ist konkav für <math>-0,5 &lt; x &lt; 2</math>.</p> <p>b) Der Graph von <math>f</math> hat einen Wendepunkt in <math>x = 0</math>.</p> <p>c) Wenn <math>f'(0) = 0</math> ist, dann hat der Graph von <math>f</math> einen Wendepunkt mit einer horizontalen Tangente in <math>x = 0</math>.</p>				
----	---	--	--	--	--





	<p>a) <b>Schreiben</b> Sie die Wahrscheinlichkeit <b>auf</b>, dass A bei einem ersten Wurf gewinnt.</p> <p>b) <b>Berechnen</b> Sie die Wahrscheinlichkeit, dass A bei einem dritten Wurf gewinnt.</p> <p>c) <b>Bestimmen</b> Sie die Wahrscheinlichkeit, dass A den ersten Kopf erhält.</p>																
	<p>a) <math>\frac{1}{2}</math></p> <p>b) <math>\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}</math></p> <p>c) Spieler A kann beim ersten, dritten, fünften Wurf gewinnen, also</p> <p><math>P(A) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \dots \dots</math></p> <p><math>P(A) = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 \dots</math></p> <p>Dies ist unendliche geometrische Folge mit <math>a_1 = \frac{1}{2}</math> und <math>q = \frac{1}{4}</math>, also</p> $s_\infty = \frac{a}{1 - q} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$															3	2