

Exemple de sujet de baccalauréat : nouveau programme 2021

MATHÉMATIQUES 5 PÉRIODES PARTIE B

Formation de mathématiques, printemps 2022.

Caractéristiques de l'épreuve :

- Partie A (sans calculatrice)
 - ◇ durée : 2 heures
 - ◇ nombre d'exercices : 8 (exercices courts)
 - ◇ barème : 50 points
- Partie B (avec calculatrice)
 - ◇ durée : 2 heures
 - ◇ nombre d'exercices : 4 (exercices longs)
 - ◇ barème : 50 points

EXEMPLE

Exercice 1

Calc. : ✓

	Gabriella joue avec sa petite voiture télécommandée. L'équation qui suit décrit la trajectoire de la voiture :
	$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -12 \\ 5 \end{pmatrix}$
	L'unité de distance est le mètre et le temps est en minutes.
1 point	1. Donnez la position initiale de la voiture.
1 point	2. Calculez la position de la voiture après 15 secondes.
1 point	3. Calculez la vitesse de la voiture.
	Grand-mère regarde Gabriela du point P(-1; -6)
3 points	4. Trouvez la distance la plus courte entre le point P et la trajectoire de la voiture.
	Le bord de la falaise est au point $\left(0; \frac{23}{3}\right)$ et grand-mère marche dans cette direction avec le vecteur vitesse $\begin{pmatrix} 3 \\ 41 \end{pmatrix}$.
2 points	5. Après combien de minutes la voiture atteindra-t-elle le bord de la falaise ?
4 points	6. La grand-mère pourra-t-elle rattraper la voiture avant qu'elle ne tombe de la falaise si elle commence à bouger en même temps que la voiture ? Expliquez votre réponse.

Exercice 2

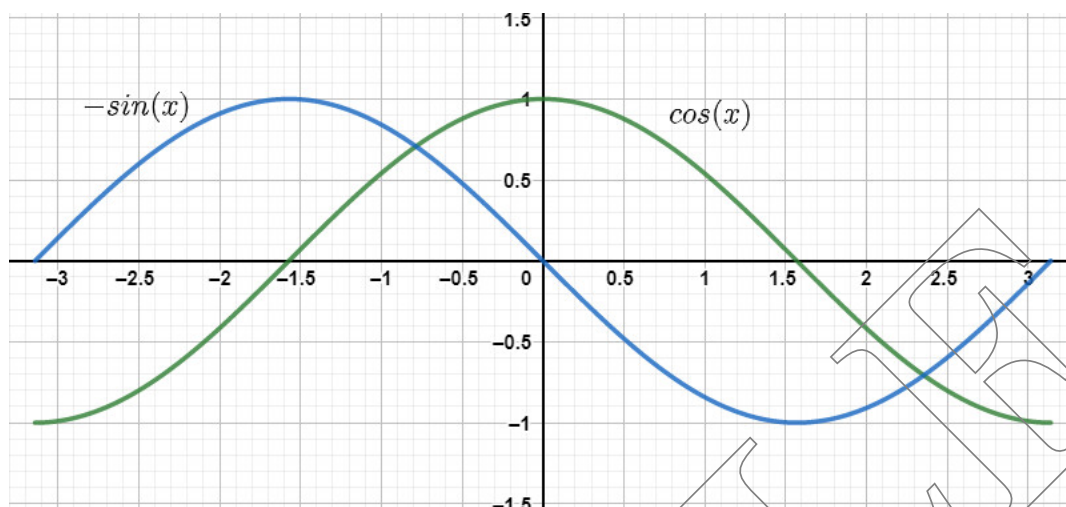
Calc. : ✓

	1. Un entrepreneur doit exécuter des travaux pour un organisme public. S'ils ne terminent pas les travaux dans les délais, ils devront s'acquitter d'une astreinte journalière : 100 € le premier jour, 110 € le deuxième jour, et ainsi de suite avec une augmentation quotidienne de 10 € par jour. Soit u_n la pénalité le n -ième jour. Ainsi, le premier terme de la suite u est $u_1 = 100$.
1 point	(a) Énoncez la nature et les caractéristiques de la suite u .
1.5 point	(b) Expliquez pourquoi $u_n = 90 + 10n$ pour toutes les valeurs de l'entier n .
1 point	(c) Quel jour l'astreinte journalière s'élèverait-elle à 220 € ?
2.5 points	(d) Quel montant total de pénalité l'entrepreneur aurait-il payé après 20 jours de retard ?
	2. Sur un autre chantier, la pénalité de retard est de 80 € sur le premier jour, puis augmente de 10% chaque jour. Soit v_n le montant de la pénalité au jour n dans ce cas.
1.5 point	(a) Calculez les valeurs des trois premiers termes v_1 , v_2 et v_3 .
1.5 point	(b) Expliquez pourquoi $v_n = 80 \cdot 1,10^{n-1}$ pour toutes les valeurs de l'entier n .
2 points	(c) Quel est le montant total de la pénalité que l'entrepreneur aurait payé après 20 jours de retard ?
3 points	3. À partir de quel jour le montant de l'astreinte journalière dans ce cas dépasse celui du premier cas ?

Exercice 3

Calc. : ✓

1. On considère les fonctions $x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto -\sin x$ sur $[-\pi; \pi]$ et leurs représentations graphiques ci-dessous :



Justifier que les seules solutions de l'équation $\cos x + \sin x = 0$ sur $[-\pi; \pi]$ sont $-\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$.

2. Soit f la fonction définie sur $[-\pi; \pi]$ par : $f(x) = e^x \cdot \sin x$
On note C_f sa courbe représentative dans un repère.

- (a) Déterminer les variations de la fonction f sur $[-\pi; \pi]$, en précisant l'abscisse, la valeur et la nature de chaque extremum.
- (b) Déterminer une équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse $\frac{\pi}{2}$.
- (c) Sur quel intervalle C_f est-elle entièrement située au-dessus de chacune de ses tangentes ? Justifier.
- (d) En utilisant deux intégrations par parties successives, calculer la valeur exacte de l'intégrale :

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx .$$

Exercice 4

Calc. : ✓

Une entreprise mène une étude sur la relation entre l'expérience et le salaire de leur personnel. L'expérience et les salaires de leurs 12 employés ont été compilés.

Expérience x (années)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
Salaire y (€)	4 200	4 800	4 600	5 000	5 200	5 600	5 650	5 660	5 500	6 000	5 831	6 200

1 point

1. L'un des coefficients de corrélation suivants correspond à ces données. Lequel est-ce ?

$$r_1 = 0,95; \quad r_2 = -0,95 \quad \text{ou} \quad r_3 = 1?$$

Expliquez sans vous référer à aucun calcul.

2 points

2. Calculez les coordonnées du point moyen de ces données, à l'entier le plus proche.

2 points

3. L'équation de la droite de régression avec la méthode des moindres carrés est $y = a + bx$, où

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{et} \quad a = \bar{y} - b\bar{x}.$$

Utilisez les informations données ci-dessous pour calculer les valeurs des coefficients a et b . Donnez vos réponses au centième près.

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
0	-11	121
2	-9	81
4	-7	49
6	-5	25
8	-3	9
10	-1	1
12	1	1
14	3	9
16	5	25
18	7	49
20	9	81
22	11	121

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 45\,009$$

2 points

4. Utilisez le modèle linéaire $f(x) = 78,7x + 4\,488$ pour estimer le salaire d'un employé avec 40 ans d'expérience.

Les salaires des employés de cette entreprise sont normalement répartis avec une moyenne de $\mu = 5\,353$ et un écart-type de $\sigma = 553$.

1.5 point

5. M. Smith, un employé de cette entreprise, est payé 6 459 €. Quelle proportion des employés de cette société sont moins payés que M. Smith ?

1.5 point

6. Calculez la probabilité que le salaire d'un employé soit supérieur à 7 636 € et commentez votre réponse pour la question 5.

Dans une autre entreprise, les salaires sont normalement répartis avec un écart-type de $s = 620$.

3 points

7. Sachant que la probabilité que le salaire d'un employé soit supérieur à 5 000 € est d'environ 0,107, trouvez le salaire moyen dans cette entreprise. Donnez votre réponse arrondie au nombre entier le plus proche.