☙ Baccalauréat ES Asie juin 2005 ❧

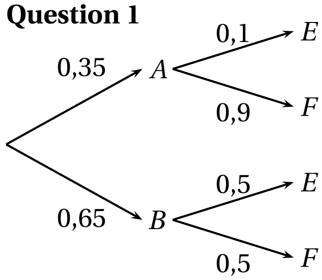
Exercice 1 **3 points**

Commun à tous les candidats

Pour chaque question, une seule réponse $\boxed{\textbf{a}}$, $\boxed{\textbf{b}}$, $\boxed{\textbf{c}}$, *ou* $\boxed{\textbf{d}}$, *est exacte.*
Indiquer sur la copie la réponse exacte.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte 1 *point. Une mauvaise réponse enlève* 0,5 *point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève, aucun point.*
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

Les trois arbres donnés ci-dessous représentent des situations probabilistes. Les nombres indiqués sur les différentes flèches sont des probabilités, et, en deuxième niveau, des probabilités conditionnelles. Ainsi pour l'arbre donné dans la question 1 : $0,35 = P(A)$ et $0,1 = P_{\text{A}}(E)$.

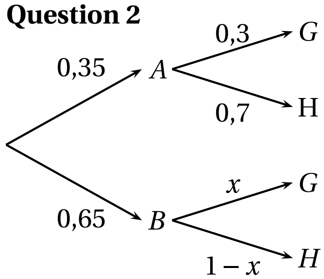
Question 1



La probabilité de l'évènement E est égale à :

$\boxed{\textbf{a}}$ 0,5 $\boxed{\textbf{b}}$ 0,1 $\boxed{\textbf{c}}$ 0,6 $\boxed{\textbf{d}}$ 0,36

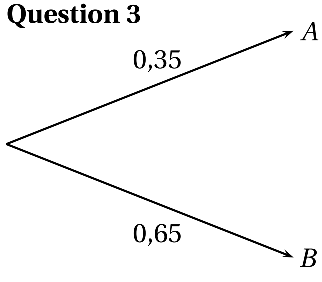
Question 2



Les évènements A et G étant supposés indépendants, x est égal à :

$\boxed{\textbf{a}}$ 0,35 $\boxed{\textbf{b}}$ 0,1 $\boxed{\textbf{c}}$ 0,3 $\boxed{\textbf{d}}$ 0,36

Question 3



Ici la situation probabiliste est associée à une expérience aléatoire schématisée par l'arbre ci-contre.
Cette expérience aléatoire est répétée quatre fois de façon indépendante.
La probabilité d'obtenir au moins une fois l'évènement A est égale à :

$\boxed{\textbf{a}}$ 0,35 $\boxed{\textbf{b}}$ 0,821 493 75
$\boxed{\textbf{c}}$ 0,178 506 25 $\boxed{\textbf{d}}$ 0,015 006 25

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

PARTIE A

Soit la fonction f définie pour tout x élément de l'intervalle $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{20}{1 + 15\text{e}^{-0,4x}}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur cet intervalle.

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
   Interpréter graphiquement le résultat.
2. Démontrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

PARTIE B

La fonction f modélise sur l'intervalle $[0;~14]$ la fonction coût total de production, en euro, d'un produit. Sa représentation graphique sur cet intervalle, notée Γ, est donnée en **ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)**.

Pour une quantité de produit q, exprimée en tonnes et comprise entre 0 et 14, on pose donc :

$$f(q) = \frac{20}{1 + 15\text{e}^{-0,4q}}.$$

Pour tout q dans l'intervalle $[0;~14]$, le quotient $\dfrac{f(q)}{q}$ est appelé coût moyen de production de q tonnes de produit.

1. Pour q dans l'intervalle $[0;~14]$, soit Q le point d'abscisse q de la représentation graphique (Γ) de la fonction f.

   Montrer que le coefficient directeur de la droite (OQ) est égal au coût moyen $\dfrac{f(q)}{q}$.
2. L'entreprise cherche à minimiser le coût moyen de production.
   Par lecture graphique indiquer la valeur de q qui réalise ce minimum et la valeur de ce minimum.

EXERCICE 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Pour fabriquer un alliage une usine utilise deux métaux A et B en quantités x et y exprimées en tonnes. Le coût de production qui en résulte, exprimé en milliers d'euros, est donné par la formule :

$$C(x, y) = 2x + 0,5y^2 + 4.$$

L'ANNEXE 1 (à rendre avec la copie) comporte deux figures.

— La figure 1 représente la surface d'équation $z = C(x\ ;\ y)$ pour $0 \leqslant x \leqslant 20$ et $0 \leqslant y \leqslant 12$.

— La figure 2 représente les courbes de niveau de cette surface pour z variant de 20 en 20.

Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Partie 1

Cette partie est un questionnaire choix multiples constitué de deux questions, chacune comportant quatre propositions de réponse dont une seule est exacte.
Une bonne réponse rapportera 0,5 *point.*
Une mauvaise réponse sera pénalisée de 0,25 *point.*
Si le total des points de cette partie est négatif, la note attribuée sera 0.
Les réponses seront indiquées sur la copie. Aucune justification n'est demandée.

1. Lequel des points donnés ci-dessous est un point de la surface d'équation $z = C(x\ ;\ y)$?
$\boxed{\textbf{a}}$ M(13 ; 9 ; 60) $\boxed{\textbf{b}}$ N(12 ; 4 ; 40) $\boxed{\textbf{c}}$ R(12 ; 8 ; 60) $\boxed{\textbf{d}}$ S(15 ; 4 ; 40)
2. La courbe de niveau $z = 20$ est :
$\boxed{\textbf{a}}$ une parabole $\boxed{\textbf{b}}$ une droite $\boxed{\textbf{c}}$ une hyperbole $\boxed{\textbf{d}}$ autre réponse

Partie 2

Les métaux A et B sont achetés respectivement 0,5 et 1 millier d'euros la tonne. L'entreprise affecte 11 milliers d'euros à l'achat des métaux.

1. Un exemple :
Si l'entreprise achète 4 tonnes de métal A, combien de tonnes de métal B achète-t-elle ?
2. Cas général
Soit x la quantité de métal A et y la quantité de métal achetées.
Montrer que x et y sont liés par la relation $x + 2y = 22$.
3. **a.** Tracer sur la figure 2 de l'ANNEXE 1 l'ensemble des points dont l'équation est

$$x + 2y = 22.$$

b. En déduire, graphiquement le coût minimum de production des alliages pour un investissement de 11 milliers d'euros, et les quantités correspondantes de métaux A et B achetées.

EXERCICE 3 **3 points**

Commun à tous les candidats

La courbe $\mathscr{C}_f$ est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
La courbe $\mathscr{C}_f$ est représentée sur la **feuille ANNEXE 2**.
Soit A le point du plan de coordonnées $(-1 ; 0)$ et B le point du plan de coordonnées $(1 ; 5)$.
Le point B appartient à la courbe $\mathscr{C}_f$.
La droite (AB) est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point B.

1. Déterminer $f'(1)$, où f' est la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6]$.
2. L'une des trois courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$, et $\mathscr{C}_3$ représentées sur les figures 1, 2 et 3 de la **feuille ANNEXE 2** représente la fonction f'. Laquelle ?
   Justifier votre réponse.

EXERCICE 4 **9 points**

Commun à tous les candidats

Le but de cet exercice est d'étudier l'évolution du prix d'une matière première.
On ne fera qu'un seul graphique qui sera complété tout au long des questions.

Partie A

Le tableau suivant donne le prix d'une tonne de matière première en milliers d'euros au 1^er^ janvier de chaque année :

Année	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3
Prix d'une tonne en milliers d'euro y_i	6,48	5,74	5,19	5,01

1. Sur la copie, représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$, le plan étant rapporté a un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 2 cm pour un millier d'euros sur l'axe des ordonnées).
2. Dans cette question, on envisage un ajustement affine pour modéliser l'évolution du prix de cette matière première.
   a. Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, et la tracer sur le graphique précédent (les calculs seront effectués à la calculatrice et les résultats seront donnés à 10^{-3} près).
   b. En supposant que cet ajustement affine reste valable pour les années suivantes, quel serait le prix d'une tonne de matière première au 1^er^ janvier 2005 ?

Partie B

En fait, à partir de l'année 2001, le prix d'une tonne de cette matière première commence à remonter, comme le montre le tableau suivant :

Année	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année : x_i	3	4	5	6
Prix d'une tonne en milliers d'euro y_i	5,01	5,10	5,20	5,52

1. Placer sur le graphique de la **partie A** les points associés à ce 2^e^ tableau.
2. On désire trouver une fonction qui modélise l'évolution de ce prix sur la période 1998–2008.
   Pour cela, on considère la fonction f définie pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,11]$ par
   $$f(x) = x + 10 - 5\ln(x+2).$$
   On admet que la fonction f est dérivable sur cet intervalle, et on notera f' sa fonction dérivée.
   a. Donner un tableau de valeurs de la fonction f pour les valeurs de x entières comprises entre 0 et 11. Les valeurs de la fonction seront arrondies à 10^{-2}.

b. Calculer $f'(x)$, puis étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,11]$.

Dresser son tableau de variations. Les valeurs des extremums seront données à 10^{-2} près.

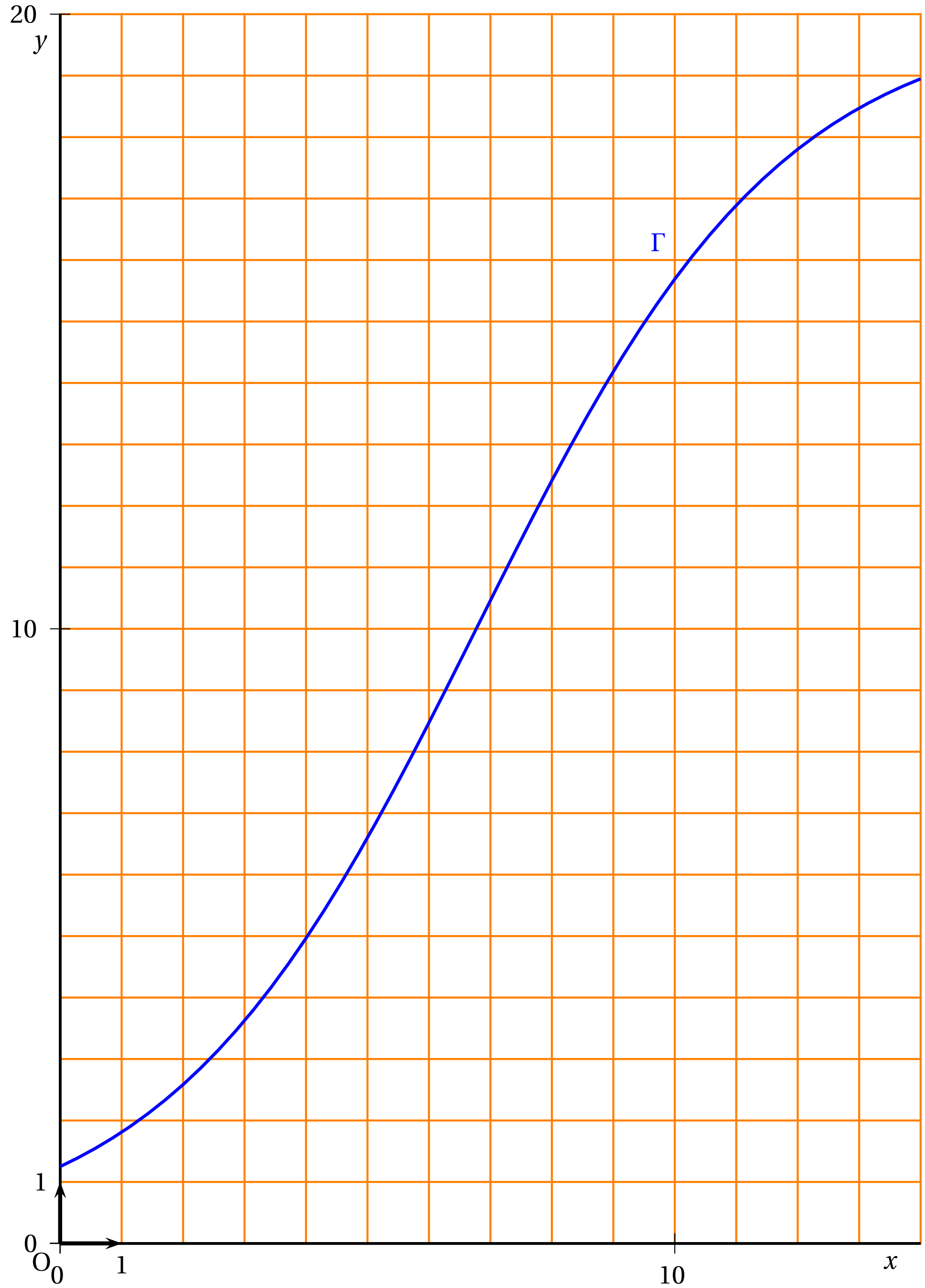
c. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$ représentative de la fonction f sur le graphique de la **partie 4.**

3. On admet que la fonction f modélise l'évolution du prix de cette matière première sur la période 1998–2008.

a. Selon ce modèle, quel serait le prix d'une tonne de matière première au $^{\text{er}}$ janvier 2005 ?

b. Déterminer en quelle année le prix d'une tonne de matière première retrouvera sa valeur de 1998.

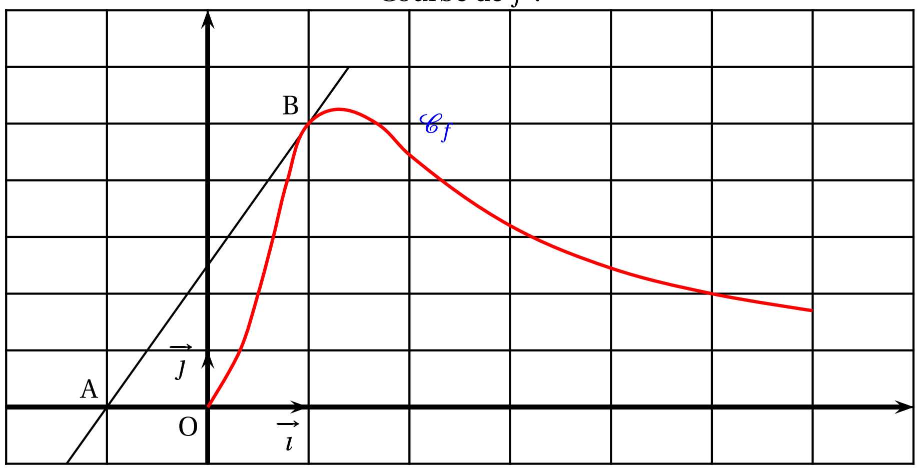
ANNEXE 1
Exercice 2
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité
À rendre avec la copie
Courbe Γ



ANNEXE 2

Exercice 3

Courbe de f :



Propositions pour la courbe de f' :

Figure 1

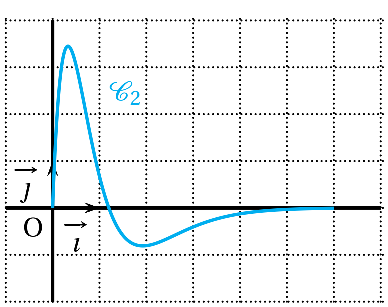


Figure 2

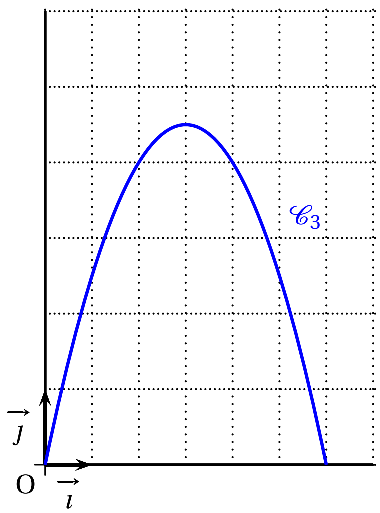


Figure 3

ANNEXE 1
Exercice 2
Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité
À rendre avec la copie

Figure 1 : surface d'équation $z = C(x\ ;\ y)$

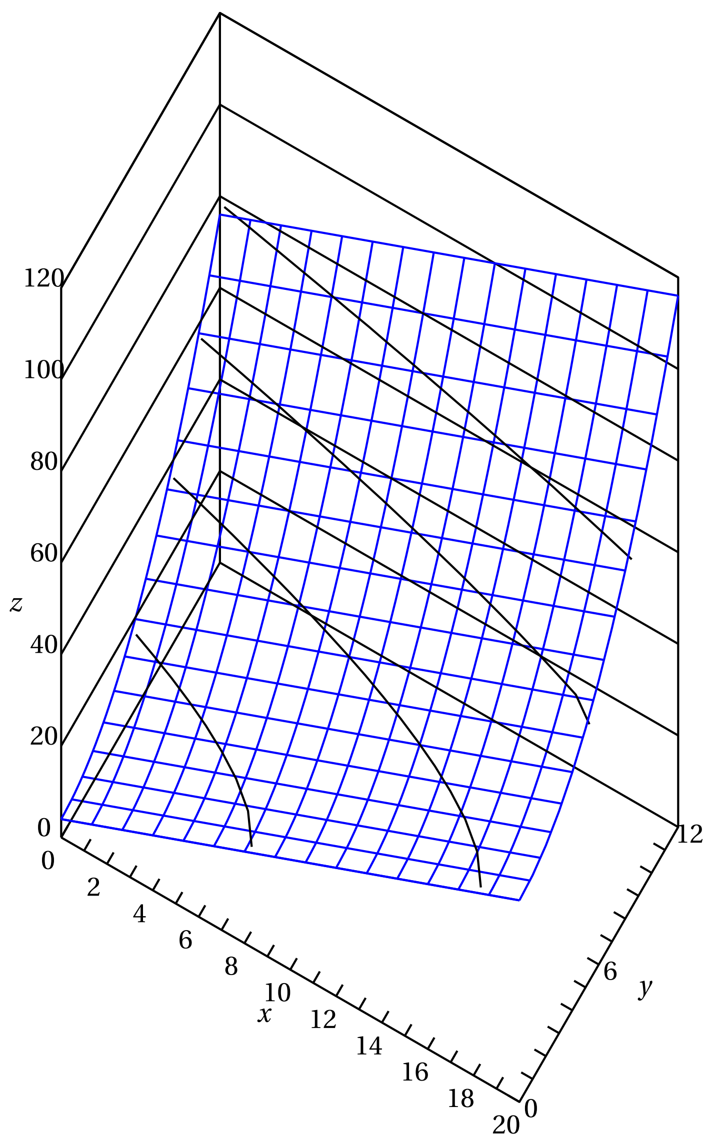


Figure 2 : courbes de niveau